

실력 확인 문제

1. 다음 표는 어느 학급 50 명의 형성평가와 태도에 대한 점수를 나타낸 상관표이다. 상위 24% 안에 들기 위해서는 두 점수의 합이 최소 몇 점이 되어야 하는지 구하여라.

		(단위:점)						
형성평가 \ 태도	5	6	7	8	9	10	합계	
10					1	2	3	
9			1	4	3		8	
8			3	5	2		10	
7		2	4	5	1		12	
6		4	8	2			14	
5	1	2					3	
합계	1	8	16	16	7	2	50	

[배점 2, 하중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 17 점

해설

20% 안에 드는 학생 수는 $50 \times \frac{24}{100} = 12$ (명) 이다. 두 점수의 합이 높은 학생부터 20 점 2 명, 19 점 1 명, 18 점 3 명, 17 점 6 명이므로 최소 17 점이 되어야 한다.

2. 다음은 수희의 5 회에 걸친 100m 달리기 기록이다. 달리기 기록의 평균이 16 초, 분산이 1.2초일 때, 2 회와 4 회의 기록을 구하여라.(단 4 회 보다 2 회의 기록이 더 좋았다.)

회차	1	2	3	4	5
기록(초)	17	x	16	y	14

[배점 2, 하중]

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 16

▷ 정답 : 17

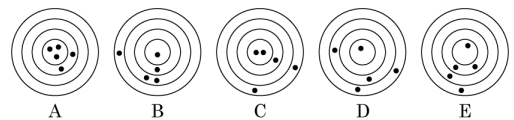
해설

$$\frac{17 + x + 16 + y + 14}{5} = 16, x + y = 33 \text{ 이다.}$$

$$\frac{1 + (x - 16)^2 + 0 + (y - 16)^2 + 4}{5} = 1.2, (x - 16)^2 + (y - 16)^2 = 1 \text{ 이다.}$$

두 식을 연립해서 풀면, $x = 16, y = 17$ 이다.

3. A, B, C, D, E 5 명의 선수가 5 발씩 사격한 후의 결과가 다음과 같다. 표준편차가 가장 적은 사람은 누구인지 구하여라.



[배점 2, 하중]

▶ 답 :

▷ 정답 : A

해설

가장 평균 근처에 많이 발사한 선수는 A 이다.

4. 세 수 x, y, z 의 평균과 분산이 각각 4, 2 일 때,
 $3x, 3y, 3z$ 의 분산은? [배점 3, 하상]

① 14 ② 16 ③ 18 ④ 20 ⑤ 22

해설

세 수 x, y, z 의 평균이 4 이므로

$$\frac{x+y+z}{3} = 4$$

$$\therefore x+y+z = 12 \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

또한, x, y, z 의 분산이 2 이므로

$$\frac{(x-4)^2 + (y-4)^2 + (z-4)^2}{3} = 2$$

$$(x-4)^2 + (y-4)^2 + (z-4)^2 = 6$$

$$x^2 - 8x + 16 + y^2 - 8y + 16 + z^2 - 8z + 16 = 6$$

$$x^2 + y^2 + z^2 - 8(x+y+z) + 48 = 6$$

위의 식에 $\textcircled{1}$ 을 대입하면

$$x^2 + y^2 + z^2 - 8 \times 12 + 48 = 6$$

$$\therefore x^2 + y^2 + z^2 = 54$$

한편, $3x, 3y, 3z$ 의 평균은

$$\frac{3x+3y+3z}{3} = \frac{3(x+y+z)}{3} = \frac{3 \times 12}{3} = 12$$

따라서 분산은

$$\begin{aligned} & \frac{(3x-12)^2 + (3y-12)^2 + (3z-12)^2}{3} \\ &= \frac{9x^2 + 9y^2 + 9z^2 - 72(x+y+z) + 144 \times 3}{3} \\ &= \frac{9 \times 54 - 72 \times 12 + 432}{3} = \frac{54}{3} \\ &= 18 \end{aligned}$$

5. 네 수 5, 7, x, y 의 평균이 4 이고, 분산이 3 일 때,
 $5, 2x^2, 2y^2, 7$ 의 평균은? [배점 3, 하상]

① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

해설

변량 5, 7, x, y 의 평균이 4 이므로

$$\frac{5+7+x+y}{4} = 4, \quad x+y+12 = 16$$

$$\therefore x+y = 4 \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

또한, 분산이 3 이므로

$$\frac{(5-4)^2 + (7-4)^2 + (x-4)^2 + (y-4)^2}{4} = 3,$$

$$\frac{1+9+x^2-8x+16+y^2-8y+16}{4} = 3,$$

$$\frac{x^2+y^2-8(x+y)+42}{4} = 3$$

$$x^2+y^2-8(x+y)+42 = 12$$

$$\therefore x^2+y^2-8(x+y) = -30 \quad \dots\dots \textcircled{2}$$

$\textcircled{1}$ 의 식에 $\textcircled{1}$ 을 대입하면

$$\therefore x^2+y^2 = 8(x+y) - 30 = 8 \times 4 - 30 = 2$$

따라서 5, $2x^2, 2y^2, 7$ 의 평균은

$$\begin{aligned} & \frac{5+2x^2+2y^2+7}{4} = \frac{12+2(x^2+y^2)}{4} = \\ & \frac{12+4}{4} = 4 \text{ 이다.} \end{aligned}$$

6. 용제는 4 회에 걸쳐 치른 수학 시험 성적의 평균이 90 점이 되게 하고 싶다. 3 회까지 치른 수학 평균이 89 점일 때, 4 회에는 몇 점을 받아야 하는가?

[배점 3, 하상]

- ① 90 점 ② 91 점 ③ 92 점
 ④ 93 점 ⑤ 94 점

해설

1, 2, 3 회 때 각각 받은 점수를 a, b, c , 다음에 받아야 할 점수를 x 점이라고 하면

$$\frac{a+b+c}{3} = 89, \quad a+b+c = 267$$

$$\frac{a+b+c+x}{4} = 90, \quad (a+b+c)+x = 360, \quad 267+x = 360 \quad \therefore x = 93$$

따라서 93 점을 받으면 평균 90 점이 될 수 있다.

7. 다음은 학생 10 명의 수학점수에 대한 도수분포표인데, 잉크가 번져 일부가 보이지 않게 되었다. 평균이 52 점임을 알고 있을 때, 50 점을 받은 학생 수는? [배점 3, 하상]

점수	학생수(명)
30	1
40	1
50	
60	
70	1
합계	10

- ① 2 명 ② 3 명
 ③ 4 명 ④ 5 명
 ⑤ 6 명

해설

50 점의 도수를 x 명, 60 점의 도수를 y 명이라고 하면 전체 학생 수가 10 명이므로 $1+1+x+y+1 = 10$
 $\therefore x+y = 7 \cdots \text{㉠}$

또한, 평균이 52 점이므로

$$\frac{30 \times 1 + 40 \times 1 + 50 \times x + 60 \times y + 70 \times 1}{10} = 52,$$

$$30 + 40 + 50x + 60y + 70 = 520$$

$$\therefore 5x + 6y = 38 \cdots \text{㉡}$$

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $x = 4, y = 3$

따라서 50 점을 받은 학생 수는 4 명이다.

8. 다음은 수영이가 이번 주에 받은 문자의 개수를 나타낸 표이다. 이때, 수영이가 하루 동안 받은 문자의 개수의 중앙값과 최빈값을 각각 구하여라.

요일	월	화	수	목	금	토	일
문자의 개수	10	15	14	17	15	11	15

[배점 3, 하상]

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 중앙값 : 15

▷ 정답 : 최빈값 : 15

해설

수영이가 받은 문자의 개수를 순서대로 나열하면 10, 11, 14, 15, 15, 15, 17이므로 중앙값은 15, 최빈값도 15이다.

9. 다음은 어느 반 학생 명의 몸무게를 나타낸 표이다. 이 반 학생들의 평균 몸무게를 구하여라.

점수(점)	학생 수(명)
55 ^{이상} ~ 60 ^{미만}	1
60 ~ 65	3
65 ~ 70	5
70 ~ 75	9
75 ~ 80	7
80 ~ 85	5
계	30

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 73 점

해설

$$\frac{57.5 \times 1 + 62.5 \times 3 + 67.5 \times 5 + 72.5 \times 9 + 77.5 \times 7 + 82.5 \times 5}{30} = 73$$

10. 다음 표는 희숙이와 미희가 올해 본 수학 성적을 조사한 것이다. 다음 보기 중 옳은 것을 모두 고르시오.

	희숙	미희
평균(점)	86	85
표준편차	5	0

보기

- ㉠ 희숙이는 미희보다 항상 성적이 높았다.
 ㉡ 미희는 항상 같은 점수를 받았다.
 ㉢ 희숙이의 성적이 더 고르다.
 ㉣ 희숙이는 86 점 아래로 받아 본적이 없다.
 ㉤ 미희는 85 점 아래로 받아 본적이 없다.

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠

▷ 정답 : ㉤

해설

- ㉠ 희숙이는 미희보다 항상 성적이 높았다. ⇒ 희숙이는 표준편차가 5 이므로 85 점보다 낮은 점수를 받았을 수도 있다.
 ㉢ 희숙이의 성적이 더 고르다. ⇒ 미희 성적이 더 고르다.
 ㉣ 희숙이는 86 점 아래로 받아 본적이 없다. ⇒ 표준편차가 5 이므로 86 점 아래 점수도 받았다.

11. 다음 보기 A, B, C 의 표준편차의 대소 관계를 나타내어라.

- A. 1 부터 50 까지의 자연수
- B. 51 부터 100 까지의 자연수
- C. 1 부터 100 까지의 홀수

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : $C > A = B$

해설

A 와 B 의 표준편차는 같고, C 의 표준편차는 이 둘보다 크다.

12. n 개의 변량 $x_1, x_2, x_3, x_4, \dots, x_n$ 의 평균이 5 이고 분산이 7 일 때, 변량 $5x_1^2, 5x_2^2, 5x_3^2, \dots, 5x_n^2$ 의 평균을 구하여라.

[배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 160

해설

$$V(x) = E(x^2) - \{E(x)\}^2$$

$$7 = E(x^2) - 25$$

$$5E(x^2) = 5 \times 32 = 160$$

13. 다음 표는 S 중학교 5 개의 학급에 대한 학생들의 국어 성적의 평균과 표준편차를 나타낸 것이다. 다섯 학급 중 성적이 가장 고른 학급은? (단, 각 학급의 학생 수는 모두 같다.)

학급	A	B	C	D	E
평균(점)	75	67	73	70	82
표준편차(점)	2.1	$2\sqrt{2}$	1.3	1.4	$\sqrt{5}$

[배점 4, 중중]

- ① A ② B ③ C ④ D ⑤ E

해설

표준편차가 작을수록 변량이 평균 주위에 더 집중된다. 따라서 성적이 가장 고른 학급은 표준편차가 가장 작은 학급이다.

한편, 표준편차를 근호를 이용하여 나타내면 다음과 같다.

학급	A	B	C	D	E
표준편차(점)	$2.1 = \sqrt{4.41}$	$2\sqrt{2} = \sqrt{8}$	$1.3 = \sqrt{1.69}$	$1.4 = \sqrt{1.96}$	$\sqrt{5}$

따라서 표준편차가 가장 작은 학급은 C이다.