

확인학습문제

1. 두 집합 A, B 가 다음과 같을 때, $n(B) - n(A)$ 의 값을 구하여라.

$$A = \{x \mid x \text{는 } 30 \text{보다 작은 짝수}\}$$

$$B = \{x \mid x \text{는 } 100 \text{보다 작은 } 4 \text{의 배수}\}$$

[배점 2, 하중]

▶ 답 :

▶ 정답 : 10

해설

30을 포함한 짝수는 15개이므로 30을 제외하면 14개이다. $n(A) = 14$
 100을 포함한 4의 배수가 25개이므로 100을 제외하면 24개이다. $n(B) = 24$
 따라서 $n(B) - n(A) = 24 - 14 = 10$ 이다.

2. 다음 중 무한집합을 모두 골라라.

- ㉠ $A = \{x \mid x \text{는 아시아에 속하는 국가}\}$
 ㉡ $B = \{x \mid x \text{는 } 100 \text{보다 큰 자연수}\}$
 ㉢ $C = \{x \mid x \text{는 } 20 \text{ 이상의 자연수}\}$
 ㉣ $D = \{x \mid x \text{는 방위의 종류}\}$

[배점 2, 하중]

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉡

▶ 정답 : ㉢

해설

- ㉠ $A = \{\text{대한민국, 일본, 중국, } \dots, \text{싱가포르}\}$: 유한집합
 ㉡ $B = \{100, 101, 102, \dots\}$: 무한집합
 ㉢ $C = \{20, 21, 22, 23, 24, \dots\}$: 무한집합
 ㉣ $D = \{\text{동, 서, 남, 북}\}$: 유한집합

3. 다음 중에서 집합이 아닌 것을 모두 고르면? (정답 2개) [배점 2, 하중]

① 1981 년도에 태어난 사람의 모임

② 유명한 사람의 모임

③ 10보다 큰 수의 모임

④ 작은 자연수의 모임

해설

- ① ‘1981 년도’라는 명확한 기준이 있으므로 집합이다.
 ② ‘유명한’이라는 단어가 개인에 따라 그 기준이 다르므로 집합이 될 수 없다.
 ③ ‘10보다 큰’이라는 명확한 기준이 있으므로 집합이다.
 ④ ‘작은’이라는 단어가 개인에 따라 그 기준이 다르므로 집합이 될 수 없다.

4. 다음 중에서 집합인 것을 모두 고르면? (정답 2 개)
[배점 2, 하중]

- ① 맛있는 과일의 모임
- ② 월드컵에서 우승한 적이 있는 국가의 모임
- ③ 우리학교에서 달리기를 잘하는 학생의 모임
- ④ 고속도로 중에서 최고 제한 속도가 110km 인 고속도로의 모임
- ⑤ 멋진 사람의 모임

해설

- ① ‘맛있는’이라는 단어가 개인에 따라 그 기준이 다르므로 집합이 될 수 없다.
- ② ‘우승’이라는 명확한 기준이 있으므로 집합이다.
- ③ ‘잘하는’이라는 단어가 개인에 따라 그 기준이 다르므로 집합이 될 수 없다.
- ④ ‘최고 제한 속도가 110km’라고 명확한 기준을 제시하였으므로 집합이다.
- ⑤ ‘멋있는’이라는 단어는 기준이 명확하지 않으므로 집합이 아니다.

5. 9보다 작은 짝수의 집합을 A 라 할 때, 다음 중 옳지 않은 것은?
[배점 3, 하상]

- ① $1 \in A$ ② $3 \notin A$ ③ $4 \in A$
- ④ $5 \notin A$ ⑤ $6 \in A$

해설

집합 A 를 원소나열법으로 나타내면 $A = \{2, 4, 6, 8\}$ 이다. 따라서 $1 \notin A$

6. 집합 A 는 2, 3, 5, 7 을 원소로 가질 때, 다음 중 틀린 것을 모두 고르면? (정답 2 개) [배점 3, 하상]

- ① $1 \notin A$ ② $2 \in A$ ③ $6 \notin A$
- ④ $9 \in A$ ⑤ $3 \notin A$

해설

a 가 집합 A 의 원소이면 $a \in A$, b 가 A 의 원소가 아니면 $b \notin A$ 이다.

- ④ $9 \notin A$
- ⑤ $3 \in A$

7. 집합 $A = \{k \mid k \leq 12, k \text{는 } 3\text{의 배수}\}$ 를 원소나열법으로 나타내면?
[배점 3, 하상]

- ① $A = \{3, 6\}$
- ② $A = \{3, 6, 9\}$
- ③ $A = \{3, 6, 9, 12\}$
- ④ $A = \{3, 6, 9, 10, 12\}$
- ⑤ $A = \{3, 6, 9, 10, 11\}$

해설

집합 A 를 원소나열법으로 나타내면 $A = \{3, 6, 9, 12\}$ 이다.

8. 다음 중 유한집합이 아닌 것을 모두 고르면? (정답 2개) [배점 3, 하상]

- ① $\{\emptyset\}$
- ② $\{x \mid x \text{는 두 자리의 자연수}\}$
- ③ $\{x \mid x \text{는 분자가 1인 분수}\}$
- ④ $\{x \mid x \text{는 3으로 나누었을 때 나머지가 2인 자연수}\}$
- ⑤ $\{x \mid x \text{는 100보다 크고 101보다 작은 자연수}\}$

해설

- ③ $\left\{\frac{1}{1}, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \dots\right\}$: 무한집합
- ④ $\{2, 5, 8, \dots\}$: 무한집합

9. 다음 중 유한집합이 아닌 것을 모두 고르면? [배점 3, 하상]

- ① $\emptyset$
- ② $\{x \mid x \text{는 두 자리의 자연수}\}$
- ③ $\{x \mid x \text{는 분자가 1인 분수}\}$
- ④ $\{x \mid x \text{는 3으로 나누었을 때 나머지가 2인 자연수}\}$
- ⑤ $\{x \mid x \text{는 100보다 크고 101보다 작은 자연수}\}$

해설

- ③ $\left\{\frac{1}{1}, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \dots\right\}$: 무한집합
- ④ $\{2, 5, 8, \dots\}$: 무한집합

10. 다음 중 집합이 아닌 것은? [배점 3, 하상]

- ① 3 보다 크고 10 보다 작은 2 의 배수의 모임
- ② 5 보다 큰 5 의 배수의 모임
- ③ 4 보다 작은 짝수의 모임
- ④ 혈액형이 A 형인 학생들의 모임
- ⑤ 1 에 가까운 자연수의 모임

해설

‘가까운’ 은 그 대상이 분명하지 않으므로 집합이 아니다.

11. 집합 $A = \{1, 2, 3, \{2, 3\}, \{4\}\}$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은? [배점 3, 중하]

- ① $1 \in A$
- ② $3 \notin A$
- ③ $4 \notin A$
- ④ $\{4\} \in A$
- ⑤ $\{2, 3\} \in A$

해설

집합 A 의 원소들은 1, 2, 3, $\{2, 3\}$, $\{4\}$ 이다.
옳은 것은 ①, ③, ④, ⑤ 이다.
② $3 \notin A$ 은 $3 \in A$ 가 맞다.

12. 전체집합 $U = \{x|x \text{는 짝수}\}$ 의 부분집합 A 는 5 보다 작은 자연수로만 이루어져 있다. 가능한 집합 A 의 개수를 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▶ 정답: 3개

해설

집합 A 는 5 보다 작은 짝수 2, 4 로만 이루어져 있다.

따라서 가능한 집합 A 는 $\{2\}$, $\{4\}$, $\{2, 4\}$ 의 3 개이다.

13. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2개)

[배점 3, 중하]

- ① $A = \{x|x \text{는 짝수}\}$ 이면 A 는 유한집합이다.
 ② $B = \{0, 1, 2\}$ 이면 $2 \in B$ 이다.
 ③ $C = \{x|x \text{는 } 2 < x < 4 \text{인 짝수}\}$ 이면 $n(C) = 1$ 이다.
 ④ $D = \{x|x \text{는 6보다 작은 2의 배수}\}$ 이면 $D = \emptyset$ 이다.
 ⑤ $n(\{0, 1, 4\}) - n(\{1, 2\}) = 1$ 이다.

해설

- ① $A = \{x|x \text{는 짝수}\}$ 이면 A 는 무한집합이다.
 ③ $C = \{x|x \text{는 } 2 < x < 4 \text{인 짝수}\}$ 이면 $n(C) = 0$ 이다.
 ④ $D = \{x|x \text{는 6보다 작은 2의 배수}\}$ 이면 $D = \{2, 4\}$ 이다.

14. 다음 중 집합이 아닌 것은?

[배점 3, 중하]

- ① 우리학교 홈페이지에 글을 올린 사람의 모임
 ② 내 미니 홈페이지 방명록에 글을 남긴 사람의 모임
 ③ 이메일을 가지고 있는 사람의 모임
 ④ 터치폰을 사용하는 사람의 모임
 ⑤ 머리가 긴 여학생의 모임

해설

- ⑤ '긴' 이라는 단어는 개인에 따라 기준이 달라 지므로 집합이 될 수 없다.

15. 다음 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

- ㉠ {전자레인지, 전화기, 화분, 침대, 이불} = $\{x \mid x \text{는 전자제품}\}$
- ㉡ $\{1, 2, 3, 4\} = \{x \mid x \text{는 자연수를 4로 나누었을 때, 나머지}\}$
- ㉢ {매화, 난초, 국화, 대나무} = $\{x \mid x \text{는 사군자의 이름}\}$
- ㉣ $\{0 \text{과 } 1 \text{ 사이의 분수}\} = \left\{\frac{1}{2}, \frac{1}{3}\right\}$
- ㉤ $\{1, 3, 17, 51\} = \{x \mid x \text{는 } 51 \text{의 약수}\}$
- ㉥ {징, 장구, 북, 팽과리} = $\{x \mid x \text{는 사물놀이}\}$ 에 쓰이는 악기

[배점 3, 중하]

- ① ㉠, ㉡ ② ㉢, ㉣, ㉤ ③ ㉠, ㉡, ㉤
- ④ ㉠, ㉢, ㉤ ⑤ ㉡, ㉤

해설

- ㉠ $\{x \mid x \text{는 자연수를 4로 나누었을 때, 나머지}\}$ 는 $\{0, 1, 2, 3\}$ 이다.
- ㉣ $\{0 \text{과 } 1 \text{ 사이의 분수}\}$ 는 $\left\{\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \dots\right\}$ 이다.

16. 두 집합 $A = \{1, 3, 6, 9\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 9 \text{의 약수}\}$ 에 대하여 다음 중 옳지 않은 것은? [배점 3, 중하]

- ① $1 \in A$
- ② $n(A) < n(B)$
- ③ $6 \notin B$
- ④ $B = \{1, 3, 9\}$
- ⑤ 집합 A, B 는 모두 유한집합이다.

해설

- ② $n(A) = 4$, $n(B) = 3$ 이므로 $n(A) > n(B)$ 이다.

17. 48에 가장 작은 자연수를 곱하여 어떤 자연수의 제곱이 되게 하려고 한다. 이때, 곱하여야 할 가장 작은 자연수를 구하여라. [배점 3, 중하]

- ▶ 답 :
- ▷ 정답 : 3

해설

48을 소인수분해하면 다음과 같다.

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 48} \\ 2 \overline{) 24} \\ 2 \overline{) 12} \\ 2 \overline{) 6} \\ 3 \end{array}$$

$48 = 2^4 \times 3$ 이므로 $2^4 \times 3 \times \square$ 가 어떤 자연수의 제곱이 되기 위한 $\square$ 의 값 중에서 가장 작은 자연수는 3이다.

18. 세 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{보다 작은 } 2 \text{의 배수}\}$, $B = \{\emptyset, 1, \{1, 2\}, \{1, 2, 3\}\}$, $C = \{0, \emptyset, \{0, \emptyset\}\}$ 일 때, $n(A) + n(B) - n(C)$ 를 구하여라.

[배점 4, 중중]

▶ 답 :

▶ 정답 : 5

해설

$A = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{보다 작은 } 2 \text{의 배수}\} = \{2, 4, 6, 8\}$ 이므로 $n(A) = 4$ 이고, $n(B) = 4$, $n(C) = 3$ 이므로 $n(A) + n(B) - n(C) = 5$ 이다.

19. 두 집합 A, B 에 대하여

$A = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{이하의 홀수}\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 100 \text{보다 작은 } 11 \text{의 배수}\}$, $C = \{x \mid x \text{는 } 12 \times x = 24 \text{를 만족하는 짝수}\}$ 일 때, $n(B) - n(A) + n(C)$ 는?

[배점 4, 중중]

- ① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

해설

$A = \{1, 3, 5, 7, 9\} \therefore n(A) = 5$
 $B = \{11, 22, 33, \dots, 99\} \therefore n(B) = 9$
 $C = \{2\} \therefore n(C) = 1$
 $\therefore n(B) - n(A) + n(C) = 9 - 5 + 1 = 5$

20. 2 의 배수의 집합을 A , 3 의 배수의 집합을 B 라고 할 때, 다음 중 옳은 것은? [배점 4, 중중]

- ① $2 \in A, 1 \in B$ ② $3 \in A, 3 \notin B$
 ③ $5 \notin A, 5 \in B$ ④ $6 \in A, 6 \in B$
 ⑤ $9 \notin A, 9 \notin B$

해설

집합 A 의 원소는 2, 4, 6, 8, ... 이고
 집합 B 의 원소는 3, 6, 9, 12, ... 이다.
 따라서 $6 \in A, 6 \in B$ 이다.

21. 다음 집합에 관한 설명 중 옳지 않은 것을 모두 고르면? (정답 2개) [배점 4, 중중]

- ① 집합 $A = \{\emptyset\}$ 일 때, $n(A) = 1$
 ② 집합 $B = \{0\}$ 일 때, $n(B) = 0$
 ③ 집합 $C = \{x \mid x \text{는 } 12 \text{의 약수}\}$ 일 때, $n(C) = 6$
 ④ $n(\{a, b, c\}) - n(\{a, b\}) = c$
 ⑤ $n(\{0, 1, 2\}) = 3$

해설

- ② 집합 $B = \{0\}$ 일 때, $n(B) = 1$
 ④ $n(\{a, b, c\}) - n(\{a, b\}) = 1$

22. 다음 중 집합의 원소가 없는 것을 모두 고르면? (정답 2개) [배점 4, 중중]

- ① $\{0\}$
- ② $\{x|x \text{는 } 4 \text{의 약수 중 홀수}\}$
- ③ $\{x|x \text{는 } 3 \times x = 0 \text{인 자연수}\}$
- ④ $\{x|x \text{는 } 11 < x < 12 \text{인 자연수}\}$
- ⑤ $\{x|x \text{는 } x \leq 1 \text{인 자연수}\}$

해설

- ① $\{0\}$
- ② $\{1\}$
- ⑤ $\{1\}$

23. 다음 중 옳은 것을 모두 골라라. (정답 2개) [배점 4, 중중]

- ① $A = \{\emptyset\}$ 이면 $n(A) = 0$
- ② $A \subset B$ 이고 $B \subset A$ 이면 $n(A) = n(B)$
- ③ $n(A) < n(B)$ 이면 $A \subset B$
- ④ $n(A) = 0$ 이면 $A = \emptyset$
- ⑤ $n(A) = 0, n(B) \neq 0$ 이면 $B \subset A$ 이다.

해설

- ① $A = \{\emptyset\}$ 이면 집합 A 의 원소가 $\emptyset$ 이므로, $n(A) = 1$ 이다.
- ③ 예를 들어 $A = \{2, 3, 5\}$ 이고, $B = \{a, b, c, d, e\}$ 이면 $n(A) < n(B)$ 이지만, $A \not\subset B$ 이다.
- ⑤ $A = \emptyset$ 이므로, 집합 A 의 부분집합은 $\emptyset$ 하나 밖에 없다.

24. 자연수들로 이루어진 두 집합 A, B 에 대하여 $A+B = \{a+b \mid a \in A, b \in B\}$ 라 하자. $A = \{2, 4, 6, \dots\}$, $Y = \{3, 6, 9, \dots\}$ 라 할 때, 집합 $A+B$ 의 원소 중에서 10 이하의 자연수의 개수는? [배점 5, 중상]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$A+B$ 가 10 이하인 수는
 $A = 2$ 일 때, $B = 3, 6$ 의 2 가지이고
 $A = 4$ 일 때, $B = 3, 6$ 의 2 가지이고
 $A = 6$ 일 때, $B = 3$ 이므로 모두 5 개의 자연수가 있다.

25. 두 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 15 \text{ 이하의 소수}\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 5 \text{ 미만의 소수}\}$ 에 대하여 $B \subset X \subset A$ 를 만족하는 X 의 개수를 모두 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 16 개

해설

$A = \{2, 3, 5, 7, 11, 13\}$, $B = \{2, 3\}$
 집합 X 는 원소 2 와 3 을 포함하는 집합 A 의 부분집합이므로 부분집합의 개수는
 $2^{6-2} = 2^4 = 16$ (개)