

실력 확인 문제

1. $a > 0, b < 0, c > 0$ 일 때, $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 지날 수 없는 사분면을 구하여라.

[배점 2, 하중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 제 3 사분면

해설

$a > 0$ 이므로 아래로 볼록하며 a, b 부호가 다르므로 대칭축은 y 축의 오른쪽, y 절편 c 는 양수

2. 이차함수 $y = x^2 + 6x + 5$ 의 그래프의 축의 방정식을 구하여라.

[배점 2, 하중]

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = -3$

해설

$y = x^2 + 6x + 5 = (x + 3)^2 - 4$
따라서 축의 방정식은 $x = -3$ 이다.

3. 이차함수 $y = x^2$ 의 그래프와 모양이 같고, $x = -1$ 일 때, 최댓값 2 를 갖는 이차함수의 식을 $y = ax^2 + bx + c$ 라고 할 때, $a - b + c$ 의 값을 구하여라.(단, a, b, c 는 상수)

[배점 2, 하중]

▶ 답 :

▷ 정답 : $a - b + c = 2$

해설

꼭짓점의 좌표가 $(-1, 2)$, x^2 의 계수가 1 이므로 이차함수의 식은 $y = (x + 1)^2 + 2$ 이다.
 $y = (x + 1)^2 + 2$ 을 전개하면 $y = x^2 + 2x + 3$
이므로 $a = 1, b = 2, c = 3$ 이다.
 $\therefore a - b + c = 1 - 2 + 3 = 2$

4. 이차함수 $y = -3x^2 + 6x - 5$ 의 최댓값을 구하여라.

[배점 3, 하상]

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$y = -3x^2 + 6x - 5$
 $= -3(x^2 - 2x + 1 - 1) - 5$
 $= -3(x - 1)^2 - 2$
 $x = 1$ 일 때, 최댓값 -2 를 갖는다.

5. $y = -2x^2$ 을 x 축의 방향으로 3 만큼, y 축의 방향으로 1 만큼 평행이동 했더니 $(2, a)$ 를 지난다고 한다. a 의 값을 구하면?

[배점 3, 하상]

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$y = -2x^2 \Rightarrow y = -2(x - 3)^2 + 1$
 $a = -2(2 - 3)^2 + 1 = -1$

6. 이차함수 $y = -x^2 + 2x + 10$ 의 최댓값을 M , $y = 3x^2 + 6x - 5$ 의 최솟값을 m 이라 할 때, $M + m$ 의 값을 구하여라. [배점 3, 하상]

▶ 답:

▶ 정답: 3

해설

$$\begin{aligned} y &= -x^2 + 2x + 10 \\ &= -(x-1)^2 + 11, M = 11 \\ y &= 3x^2 + 6x - 5 \\ &= 3(x+1)^2 - 8, m = -8 \\ \therefore M + m &= 11 - 8 = 3 \end{aligned}$$

7. 이차함수 $y = 5x^2 + ax + 8$ 의 그래프의 축의 방정식이 $x = 1$ 일 때, 꼭짓점의 y 좌표를 구하면?

[배점 3, 하상]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$\begin{aligned} y &= 5x^2 + ax + 8 \text{ 의 축이 } x = 1 \text{ 이므로} \\ y &= 5(x-1)^2 + q \\ y &= 5x^2 + ax + 8 \\ &= 5(x-1)^2 + q \\ &= 5x^2 - 10x + 5 + q \\ 5 + q &= 8, q = 3 \text{ 이다.} \\ \text{따라서 } y &= 5(x-1)^2 + 3 \text{ 의 꼭짓점은 } (1, 3) \text{ 이다.} \end{aligned}$$

8. 다음 이차함수의 그래프에서 포물선의 폭이 가장 넓은 것부터 순서대로 나열한 것은?

$$\begin{aligned} \text{가. } y &= -\frac{1}{3}x^2 \\ \text{나. } y &= \frac{1}{2}(x-3)^2 \\ \text{다. } y &= -2x^2 + x - 3 \\ \text{라. } y &= (x-1)^2 + 1 \end{aligned}$$

[배점 3, 하상]

- ① 다, 라, 나, 가 ② 가, 라, 나, 다
③ 다, 나, 가, 라 ④ 가, 나, 라, 다
⑤ 가, 나, 다, 라

해설

x^2 의 계수의 절댓값이 작을수록 폭이 넓다.
따라서 폭이 넓은 순으로 나열하면 ④ 가, 나, 라, 다 이다.

9. 지면으로부터 60m 되는 높이에서 초속 60m 로 곧바로 위로 쏘아 올린 물체의 x 초 후의 높이를 y m 라고 하면 대략 $y = -5x^2 + 60x + 60$ 인 관계가 성립한다. 그 물체의 높이가 최대가 되는 것은 쏘아 올린 지 몇 초 후인가? 또한, 그 때의 높이를 구하여라.

[배점 3, 중하]

▶ 답:

▶ 답:

▶ 정답: 6초후

▶ 정답: 240m

해설

$$\begin{aligned} y &= -5x^2 + 60x + 60 \\ &= -5(x-6)^2 + 240 \end{aligned}$$

따라서 $x = 6$ 일 때, 최댓값 240을 갖는다.

10. 이차함수 $y = x^2 - 8x + 9$ 의 최댓값 또는 최솟값을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: -7

해설

$$y = x^2 - 8x + 9$$

$$= (x - 4)^2 - 7$$

아래로 볼록하므로 $x = 4$ 일 때, 최솟값 -7을 갖는다.

11. 이차함수 $y = -x^2 + 2ax + 5$ 는 $x = 2$ 일 때, 최댓값 b 를 갖는다. $a + b$ 의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 11

해설

$$y = -x^2 + 2ax + 5$$

$$= -(x - a)^2 + a^2 + 5$$

$x = a$ 일 때, 최댓값 $a^2 + 5$ 를 가지므로 $a = 2$

$$a^2 + 5 = b, b = 9$$

$$\therefore a + b = 11$$

12. 포물선 $y = \frac{1}{2}x^2 + 2px + 5$ 의 축의 방정식이 $x = 2$ 일 때, p 의 값을 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답:

▷ 정답: -1

해설

축이 $x = 2$ 이므로

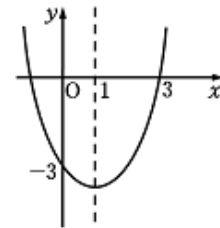
$$y = \frac{1}{2}x^2 + 2px + 5$$

$$= \frac{1}{2}(x - 2)^2 + q$$

$$= \frac{1}{2}x^2 - 2x + 2 + q$$

$$2p = -2 \quad \therefore p = -1$$

13. 다음 그림은 직선 $x = 1$ 을 축으로 하는 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프이다. 이 때, $a + b + c$ 의 값은?



[배점 4, 중중]

- ① -4 ② -1 ③ 0 ④ 2 ⑤ 5

해설

$$y = a(x - 1)^2 + q$$

$$x = 0 \text{ 일 때, } a + q = -3 \quad \dots\dots (1)$$

$$x = 3 \text{ 일 때, } 4a + q = 0 \quad \dots\dots (2)$$

$$(2) \text{에서 } (1) \text{을 빼면, } 3a = 3$$

$$\therefore a = 1, q = -4$$

$$y = (x - 1)^2 - 4 = x^2 - 2x - 3$$

따라서 $x = 1$ 일 때, $y = a + b + c = -4$ 이다.