

실력 확인 문제

1. 축의 방정식이 $x = 3$ 이고, 점 $(2, 5)$ 를 지나고, y 절편이 37 인 이차함수의 최솟값을 구하여라.
[배점 2, 하중]

▶ 답:

▶ 정답: 1

해설

축의 방정식이 $x = 3$ 이므로

$$y = a(x - 3)^2 + q$$

점 $(2, 5)$ 와 y 절편 $(0, 37)$ 을 지나므로

$$5 = a + q, 37 = 9a + q$$

$$a = 4, q = 1$$

$$\therefore y = 4(x - 3)^2 + 1$$

따라서 $x = 3$ 일 때, 최솟값은 1 이다.

2. 이차함수 $y = -2x^2 - 8x - 7$ 의 그래프가 지나지 않는 사분면은?
[배점 2, 하중]

① 제 1사분면

② 제 2사분면

③ 제 3사분면

④ 제 4사분면

⑤ 모든 사분면을 지난다.

해설

$$-2 < 0, -7 < 0$$

즉, 그래프가 위로 볼록하고, y 절편이 음수이기 때문에

제 1사분면을 지나지 않는다.

3. 이차함수 $y = \frac{1}{2}(x + 2)^2 - 5$ 의 그래프는 제 몇 사분면을 지나는지 구하여라.
[배점 2, 하중]

▶ 답:

▶ 정답: 모든 사분면

해설

꼭짓점의 좌표 $(-2, -5)$, y 절편 -3 , 아래로 볼록이므로 모든 사분면을 지난다.

4. 다음 이차함수 중 최솟값을 갖는 것은?

[배점 2, 하중]

① $y = -3x^2$

② $y = -x^2 + 2x + 1$

③ $y = -2(x - 1)^2$

④ $y = (x + 1)^2 + 3$

⑤ $y = 3 - x^2$

해설

정의역이 실수 전체일 때, 이차함수에서 이차항의 계수가 양수이면 꼭짓점이 최솟값을 가지고, 음수이면 꼭짓점이 최댓값을 갖는다.

5. 이차함수 $y = x^2$ 의 그래프와 모양이 같고, $x = -1$ 일 때, 최댓값 2 를 갖는 이차함수의 식을 $y = ax^2 + bx + c$ 라고 할 때, $a - b + c$ 의 값을 구하여라. (단, a, b, c 는 상수) [배점 2, 하중]

▶ 답 :

▶ 정답 : $a - b + c = 2$

해설

꼭짓점의 좌표가 $(-1, 2)$, x^2 의 계수가 1 이므로 이차함수의 식은 $y = (x + 1)^2 + 2$ 이다.

$y = (x + 1)^2 + 2$ 을 전개하면 $y = x^2 + 2x + 3$ 이므로 $a = 1, b = 2, c = 3$ 이다.

$\therefore a - b + c = 1 - 2 + 3 = 2$

6. 어떤 축구 선수가 축구공을 찼을 때, x 초 후의 축구공의 높이를 y m 라고 하면 $y = -x^2 + 6x$ 의 관계가 성립한다. 축구공이 가장 높이 올라갔을 때의 높이를 구하여라. [배점 2, 하중]

▶ 답 :

▶ 정답 : 9m

해설

$y = -x^2 + 6x$ 에서 $y = -(x - 3)^2 + 9$ 이다.

따라서 가장 높이 올라갔을 때의 높이는 9m 이다.

7. 다음 이차함수의 그래프 중 x 축과 두 점에서 만나는 것은? [배점 3, 하상]

① $y = 2x^2 + 3$

② $y = -2x^2 - 3$

③ $y = x^2 - 2x + 1$

④ $y = -x^2 + 4x$

⑤ $y = -x^2 + 6x - 10$

해설

$$y = -(x^2 - 4x + 4) + 4$$

$$= -(x - 2)^2 + 4$$

꼭짓점이 1 사분면에 있고 위로 볼록하므로 x 축과 두 점에서 만난다.

8. 이차함수 $y = -2x^2 + 8x$ 의 최댓값을 구하면?

[배점 3, 하상]

① 8

② 4

③ 2

④ -2

⑤ -4

해설

$$y = -2x^2 + 8x = -2(x - 2)^2 + 8$$

$x = 2$ 일 때, 최댓값은 8 이다.

9. $x = 1$ 일 때 최솟값 -1 을 갖고, y 절편이 3 인 포물선을 그래프로 하는 이차함수의 식을 $y = a(x - p)^2 + q$ 라 할 때, 상수 a, p, q 의 곱 apq 의 값을 구하여라.

[배점 3, 하상]

▶ 답 :

▷ 정답 : -4

해설

$$\begin{aligned} y &= a(x - 1)^2 - 1 = ax^2 - 2ax + a - 1 \\ a - 1 &= 3, a = 4 \\ y &= 4(x - 1)^2 - 1 \\ apq &= 4 \times 1 \times (-1) = -4 \end{aligned}$$

10. 다음 이차함수 중 최댓값을 갖는 것은?

[배점 3, 하상]

- ① $y = x^2 + x - 1$ ② $y = \frac{1}{2}(x - 1)^2 + 1$
 ③ $y = \frac{1}{5}x^2 + 4$ ④ $y = -x^2 - 2x + 1$
 ⑤ $y = \frac{3}{4}(x + 1)^2$

해설

이차항의 계수가 음수인 것을 찾는다.

11. 이차함수 $y = -x^2 + 2x + 10$ 의 최댓값을 M , $y = 3x^2 + 6x - 5$ 의 최솟값을 m 이라 할 때, $M + m$ 의 값을 구하여라.

[배점 3, 하상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$\begin{aligned} y &= -x^2 + 2x + 10 \\ &= -(x - 1)^2 + 11, M = 11 \\ y &= 3x^2 + 6x - 5 \\ &= 3(x + 1)^2 - 8, m = -8 \\ \therefore M + m &= 11 - 8 = 3 \end{aligned}$$

12. 이차함수 $y = -(x - 1)(x + 3)$ 의 최댓값을 구하여라.

[배점 3, 하상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$\begin{aligned} y &= -(x - 1)(x + 3) \\ &= -x^2 - 2x + 3 \\ &= -(x + 1)^2 + 4 \\ x &= -1 \text{ 일 때, 최댓값 } 4 \text{ 를 가진다.} \end{aligned}$$

13. 이차함수 $y = -2x^2 + 4x + k$ 의 최댓값이 2 일 때, k 의 값을 구하면? [배점 3, 하상]

① -4 ② -3 ③ -2 ④ -1 ⑤ 0

해설

$y = -2(x^2 - 2x) + k = -2(x-1)^2 + (k+2)$ 에서
최댓값 $k+2 = 2$
 $\therefore k = 0$

14. 다음 중 이차함수 $y = -x^2 + 4x - 3$ 의 그래프에 대한 설명으로 옳은 것은? [배점 3, 하상]

- ① 꼭짓점의 좌표는 (2, -3) 이다.
② $y = x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 2 만큼, y 축의 방향으로 1 만큼 평행이동한 것이다.
③ 축의 방정식은 $x = 2$ 이다.
④ 아래로 볼록하다.
⑤ $x < 2$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값은 감소한다.

해설

주어진 식을 정리하면 $y = -(x-2)^2 + 1$
① 꼭짓점의 좌표는 (2, 1)
② $y = -x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 2 만큼, y 축의 방향으로 1 만큼 평행이동한 것이다.
④ 위로 볼록한 그래프
⑤ $x < 2$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가한다.

15. 이차함수 $y = x^2 - 3x + 5$ 의 그래프는 이차함수 $y = x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 a 만큼, y 축의 방향으로 b 만큼 평행이동한 것이다. ab 의 값을 구하여라.

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : $\frac{33}{8}$

해설

$$\begin{aligned} y &= x^2 - 3x + 5 \\ y &= \left(x - \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{11}{4} \\ a &= \frac{3}{2}, b = \frac{11}{4} \\ \therefore ab &= \frac{33}{8} \end{aligned}$$

16. 다음 이차함수의 그래프를 폭이 좁은 순으로 나열하여라.

$$\begin{aligned} \text{㉠ } y &= -\frac{1}{2}x^2 & \text{㉡ } y &= \frac{1}{5}x^2 \\ \text{㉢ } y &= x^2 \end{aligned}$$

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉢

▶ 정답 : ㉠

▶ 정답 : ㉡

해설

x^2 의 계수의 절댓값이 클수록 폭이 좁다.

17. 다음 이차함수의 그래프 중 모양이 위로 볼록하면서
꼭이 가장 좁은 것은? [배점 3, 중하]

- ① $y = 2x^2 - 1$
 ② $y = 3x^2$
 ③ $y = -(x - 1)^2 + 3$
 ④ $y = \frac{3}{2}(x - 3)^2$
 ⑤ $y = -5x^2 + 2x + 3$

해설

위로 볼록하기 위해서는 이차항의 계수가 음수여
야 하고, 이차항의 계수의 절댓값이 높을수록 꼭이
좁다.

18. 이차함수 $y = x^2 + bx + c$ 일 때, $x = -1$ 에서 최솟값
3 을 가진다. 이 때 $b + c$ 의 값을 구하여라.

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 6

해설

$y = x^2 + bx + c = (x + \frac{b}{2})^2 - \frac{b^2}{4} + c$
 아래로 볼록한 그래프이므로 꼭짓점에서 최솟값을
 갖는다.
 $-1 + \frac{b}{2} = 0$ 이고 $-\frac{b^2}{4} + c = 3$
 $\therefore b = 2, c = 4$

19. 다음 중 최솟값을 갖지 않는 것은? [배점 3, 중하]

- ① $y = 3x^2 + 4$ ② $y = 2(x + 4)^2 - 5$
 ③ $y = \frac{1}{2}(x - 3)^2 + 1$ ④ $y = -x^2 + 3$
 ⑤ $y = x^2 + 2x + 1$

해설

이차항의 계수가 양수일 때 최솟값을 갖는다.

20. 합이 22 인 두 수의 곱의 최댓값과, 곱이 최대일 때의
두 수를 차례대로 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : 두 수의 곱의 최댓값 : 121

▶ 정답 : 11

▶ 정답 : 11

해설

두 수를 $x, 22 - x$ 라 하고, 두 수의 곱을 y 라고
 하면

$y = x(22 - x) = -x^2 + 22x = -(x - 11)^2 + 121$
 즉, $x = 11$ 일 때, 최댓값 121 을 갖는다.

따라서 최댓값은 121, 두 수는 11, 11 이다.

21. $y = -2x^2 + 4x + k - 1$ 의 그래프가 x 축과 서로 다른 두 점에서 만나기 위한 k 값의 범위를 구하면?

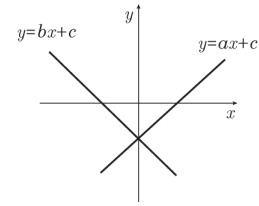
[배점 4, 중중]

- ① $k < -1$ ② $-1 < k < 1$
 ③ $k \leq -1$ ④ $k > -1$
 ⑤ $0 \leq k \leq 1$

해설

$y = -2x^2 + 4x + k - 1$
 $y = -2(x - 1)^2 + k + 1$
 꼭짓점이 $(1, k + 1)$ 인 위로 볼록한 그래프이므로
 x 축과 서로 다른 두 점에서 만나려면
 $\therefore k + 1 > 0, k > -1$

22. 두 일차함수 $y = ax + c$, $y = bx + c$ 의 그래프가 다음과 같을 때, 이차함수 $y = ax^2 - bx - c$ 의 그래프로 적당한 것을 고르시오.



[배점 4, 중중]

- ①
- ②
- ③
- ④
- ⑤

해설

$y = ax + c$ 에서 $a > 0, c < 0$
 $y = bx + c$ 에서 $b < 0, c < 0$ 이므로
 $y = ax^2 - bx - c$ 의 그래프는

23. 다음 보기의 이차함수의 그래프 중 이차함수 $y = 2x^2$ 의 그래프를 평행이동하여 완전히 포괄 수 없는 것을 모두 고르면? [배점 4, 중중]

① $y = -2x^2 - 4x - 1$

② $y = 2(x - 1)^2$

③ $y = -\frac{1}{2}x^2 + 1$

④ $y = x^2 - 2x - (1 + 3x^2)$

⑤ $y = -(2 - x)(2 + x) + 1$

해설

a 의 절댓값이 같으면 폭이 같다. 따라서 각각의 절댓값을 구하면

① 2

② 2

③ $\frac{1}{2}$

④ 2

⑤ 1

따라서 폭이 같은 것은 ①, ②, ④이므로 완전히 포개어진다. 따라서 평행이동하여 완전히 포개어지지 않는 것은 ③, ⑤이다.

24. 이차함수 $y = ax^2 - 4x + 6$ 과 x 축과의 교점이 $(2, 0)$ 일 때 다른 한 교점의 좌표는? [배점 4, 중중]

① $(-4, 0)$

② $(6, 0)$

③ $(4, 0)$

④ $(-2, 0)$

⑤ $(1, 0)$

해설

$y = ax^2 - 4x + 6$ 에 $(2, 0)$ 을 대입하면

$$0 = 4a - 8 + 6 \therefore a = \frac{1}{2}$$

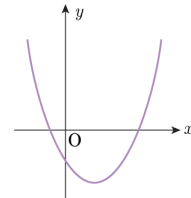
$y = \frac{1}{2}x^2 - 4x + 6$ 의 x 절편은 $y = 0$ 대입하고, 양변에 2를 곱하여 정리해주면,

$$x^2 - 8x + 12 = 0, (x - 2)(x - 6) = 0$$

$$\therefore x = 2, 6$$

다른 한 교점은 $(6, 0)$

25. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$ 의 그래프가 다음과 같을 때, a, b, c 중에서 양수인 것을 모두 고른 것은?



[배점 4, 중중]

① a

② b

③ c

④ a, b

⑤ a, c

해설

아래로 볼록하므로 $a > 0$

꼭짓점의 x 좌표 $-\frac{b}{2a} > 0$ 이므로 $b < 0$

y 절편이 음수이므로 $c < 0$