

단원 형성 평가

1. 다음 중 옳은 것은?

[배점 3, 중하]

① $(-1)^2 \times (-1)^4 = (-1)^8$

② $3^2 \times 3^3 = 3^6$

③ $(-2) \times (-2)^3 = (-2)^3$

④ $4^3 \times 4^2 = 4^5$

⑤ $(-3)^2 \times (-3) = 3^2$

해설

① $(-1)^2 \times (-1)^4 = (-1)^{2+4} = (-1)^6$

② $3^2 \times 3^3 = 3^{2+3} = 3^5$

③ $(-2) \times (-2)^3 = (-2)^{1+3} = (-2)^4$

⑤ $(-3)^2 \times (-3) = 3^{2+1} = 3^3$

2. 다음 중 계산 결과가 같은 것을 찾아라.

㉠ $\frac{2}{3}x^2y^2 \div \frac{x^3y}{6}$

㉡ $(\frac{1}{3}xy)^4 \div (\frac{3}{xy})^2$

㉢ $27x^2y^2 \div 3^2xy$

㉣ $(-3xy)^3 \div (-3^2xy^2)$

㉤ $(-3x^2y)^2 \div 3x^2y$

㉥ $(2xy^2)^2 \div (xy)^3$

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : (㉠, ㉥)

▶ 정답 : (㉣, ㉤)

해설

㉠ $\frac{2}{3}x^2y^2 \div \frac{x^3y}{6} = \frac{4y}{x}$

㉡ $(\frac{1}{3}xy)^4 \div (\frac{3}{xy})^2 = \frac{1}{729}x^6y^6$

㉢ $27x^2y^2 \div 3^2xy = 3xy$

㉣ $(-3xy)^3 \div (-3^2xy^2) = 3x^2y$

㉤ $(-3x^2y)^2 \div 3x^2y = 3x^2y$

㉥ $(2xy^2)^2 \div (xy)^3 = \frac{4y}{x}$

3. 다음 중 옳지 않은 것은?

[배점 4, 중중]

- ① $\left(\frac{yz}{x}\right)^2 = \frac{y^2z^2}{x^2}$
 ② $\left(-\frac{2x^2}{3}\right)^3 = -\frac{8x^2}{27}$
 ③ $\left(\frac{x}{2y^2}\right)^3 = \frac{x^3}{8y^6}$
 ④ $\left(\frac{3}{x}\right)^4 = \frac{81}{x^4}$
 ⑤ $\left(-\frac{xy}{2}\right)^4 = \frac{x^4y^4}{16}$

해설

$$\left(-\frac{2x^2}{3}\right)^3 = -\frac{8x^6}{27} \text{ 이므로 옳지 않은 것은 ②이다.}$$

4. $\left(\frac{3}{2}xy\right)^2 \div \left(-\frac{3}{4}x^ay\right)^2 \times \left(-\frac{3}{2}x^3y^b\right) = -6x^3y^4$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

[배점 4, 중중]

▶ 답 :

▶ 정답 : 5

해설

$$\begin{aligned} \frac{9}{4}x^2y^2 \times \frac{16}{9x^{2a}y^2} \times \left(-\frac{3}{2}x^3y^b\right) \\ = -6x^{2-2a+3}y^{2-2+b} = -6x^3y^4 \\ 2-2a+3=3 \quad \therefore a=1 \\ b=4 \\ \therefore a+b=5 \end{aligned}$$

5. $a : b = 3 : 2$ 일 때, $\frac{3a^3b^3}{(-2a^2b)^2}$ 의 값을 구하여라.

[배점 4, 중중]

▶ 답 :

▶ 정답 : $\frac{1}{2}$

해설

$$\begin{aligned} (\text{준식}) &= \frac{3a^3b^3}{4a^4b^2} = \frac{3b}{4a} \\ b &= \frac{2}{3}a \\ \therefore (\text{준식}) &= \frac{3b}{4a} = \frac{2a}{4a} = \frac{1}{2} \end{aligned}$$

6. n 이 짝수일 때, $(-4)^3 \div (-2)^m = -2^{n-6}$ 이다. 이 때, $m + n$ 의 값을 구하여라.

[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 12

해설

$$\begin{aligned} (-4)^3 \div (-2)^m &= -2^{n-6} \\ -2^6 &= -2^{n-6} \times (-2)^m \\ 2^6 &= 2^{n-6} \times (-2)^m \\ \text{좌변이 양수이므로 우변도 양수이어야 한다.} \\ \text{따라서 } m \text{도 짝수이므로 } (-2)^m &= 2^m, \\ 2^6 &= 2^{n-6} \times 2^m = 2^{n-6+m} \\ n-6+m &= 6 \\ \therefore m+n &= 12 \end{aligned}$$

7. $\frac{27}{8} \times \square \div \left\{ \left(-\frac{xy}{2} \right)^3 \times (-3xy^2)^2 \right\} = -\frac{3}{x^2y^4}$ 일 때, $\square$ 안에 알맞은 식을 고르면?

[배점 5, 중상]

- ① xy ② x^2y^2 ③ x^3y^3
 ④ x^4y^4 ⑤ x^5y^5

해설

$$\begin{aligned} \frac{27}{8} \times \square \div \left\{ \frac{-x^3y^3}{8} \times 9x^2y^4 \right\} &= -\frac{3}{x^2y^4} \\ \square &= -\frac{3}{x^2y^4} \times \frac{8}{27} \times \frac{-x^3y^3}{8} \times 9x^2y^4 \\ \therefore \square &= x^3y^3 \end{aligned}$$

8. 부등식 $5^{100} < x^{200} < 4^{300}$ 을 만족하는 자연수 x 의 개수를 구하여라.

[배점 5, 중상]

▶ 답:

▶ 정답: 5개

해설

$$\begin{aligned} 5^{100} &< (x^2)^{100} < (4^3)^{100} \\ 5 &< x^2 < 4^3 \\ \text{따라서 만족하는 자연수는 } 3, 4, 5, 6, 7 &\text{로 } 5 \text{ 개 이다.} \end{aligned}$$

9. $\square$ 안에 알맞은 수를 구하여라.

$$4^3 \times \left(-\frac{1}{2} \right)^4 \div \left(-\frac{1}{16} \right)^2 = 2^\square$$

[배점 5, 중상]

▶ 답:

▶ 정답: 10

해설

$$\begin{aligned} 4^3 \times \left(-\frac{1}{2} \right)^4 \div \left(-\frac{1}{16} \right)^2 &= 2^6 \times 2^{-4} \times 2^8 = 2^{10} \\ \therefore \square &= 10 \end{aligned}$$

10. 3^3 을 B 라고 할 때, $9^2 \times \frac{1}{81^2} \div \left(\frac{1}{27} \right)^3$ 을 B 를 써서 나타내면?

[배점 5, 상하]

- ① $3B$ ② $3B^2$ ③ $9B^2$
 ④ $9B$ ⑤ $\frac{B}{9}$

해설

$$\begin{aligned} (\text{준식}) &= 3^4 \times \frac{1}{3^8} \div \left(\frac{1}{3^3} \right)^3 \\ &= 3^4 \times \frac{1}{3^8} \times 3^9 \\ &= 3^5 = 3^2 \times 3^3 = 9B \end{aligned}$$

11. 함수 $f(x) = x - 10\left[\frac{x}{10}\right]$ 라 하고 $g(x) = 3^x$ 라 할 때, $f(g(1)) + f(g(2)) + f(g(3)) + \cdots + f(g(1000))$ 의 값을 구하여라. (단, $[x]$ 는 x 를 넘지 않는 최대의 정수이다.) [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 5000

해설

$f(g(1)) + f(g(2)) + f(g(3)) + \cdots + f(g(1000)) = f(3^1) + f(3^2) + f(3^3) + \cdots + f(3^{1000})$
 예를 들어 $f(125) = 125 - 10\left[\frac{125}{10}\right] = 125 - 10 \times 12 = 5$, $f(79) = 79 - 10 \times 7 = 9$
 즉, 함수 $f(x)$ 의 값은 x 의 일의 자리의 숫자이다.
 따라서 $f(3^1) = 3, f(3^2) = 9, f(3^3) = 7, f(3^4) = 1, f(3^5) = 3, \dots$ 이므로 3^n 의 일의 자리 숫자 3, 9, 7, 1 이 반복된다.
 $1000 = 4 \times 250$ 이므로
 $f(g(1)) + f(g(2)) + f(g(3)) + \cdots + f(g(1000)) = f(3^1) + f(3^2) + f(3^3) + \cdots + f(3^{1000}) = (3 + 9 + 7 + 1) \times 250 = 20 \times 250 = 5000$

12. 밑면의 반지름의 길이가 r 이고, 높이가 h 인 원뿔이 있다. 이 원뿔의 밑면의 반지름은 10% 늘리고, 높이는 10% 줄이면 부피는 원래 부피보다 몇 % 변화하는지 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 8.9 %

해설

(처음 원뿔의 부피) $= \frac{1}{3} \times \pi r^2 \times h = \frac{1}{3} \pi r^2 h$
 (변화된 원뿔의 부피)
 $= \frac{1}{3} \times \pi \left(\frac{110}{100} \times r\right)^2 \times \left(\frac{90}{100} \times h\right)$
 $= \frac{1}{3} \times \frac{11^2}{10^2} \times \frac{9}{10} \times \pi r^2 h$
 $= \frac{1089}{1000} \times \left(\frac{1}{3} \pi r^2 h\right)$
 변화된 원뿔의 부피는 처음 원뿔의 부피의 $\frac{1089}{1000}$ 배이므로 변화된 부피는 $\left(\frac{1089}{1000} - 1\right) \times 100 = 8.9(\%)$ 이다.

13. $64^{x-1} = \left(\frac{1}{4}\right)^{-2x-1}$ 을 만족하는 x 의 값을 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$64^{x-1} = \left(\frac{1}{4}\right)^{-2x-1}$
 $(2^6)^{x-1} = (2^{-2})^{-2x-1}$
 $2^{6x-6} = 2^{4x+2}$
 $6x - 6 = 4x + 2$
 $2x = 8$
 $x = 4$

14. 자연수 n 을 7 로 나눈 나머지를 $f(n)$ 이라 정의할 때,
 $f(8^{12} \times 25^{18})$ 의 값을 구하여라. [배점 6, 상중]

▶ 답 :

▶ 정답 : 1

해설

$$8^{12} \times 25^{18} = (2^3)^{12} \times (5^2)^{18} = 2^{36} \times 5^{36} = 10^{36}$$

$$\text{이므로 } f(8^{12} \times 25^{18}) = f(10^{36})$$

10 을 7 로 나눈 나머지는 3 이므로 10^{36} 를 7 로 나눈 나머지는 $3^{36} = (3^2)^{18} = 9^{18}$ 을 7 로 나눈 나머지와 같다.

또, 9 를 7 로 나눈 나머지는 2 이므로 9^{18} 을 7 로 나눈 나머지는 $2^{18} = (2^3)^6 = 8^6$ 을 7 로 나눈 나머지와 같다.

또, 8 을 7 로 나눈 나머지는 1 이므로 8^6 을 7 로 나눈 나머지는 1^6 을 7 로 나눈 나머지와 같다.

따라서 10^{36} 를 7 로 나눈 나머지는 1,

$$\text{즉 } f(10^{36}) = 1$$

15. $10 > m > n$ 인 자연수 m, n 에 대하여 $\frac{m^n n^m}{m^m n^n} = (\frac{n}{m})^8$ 을 만족하는 $m + n$ 의 값을 구하여라.
 [배점 6, 상중]

▶ 답 :

▶ 정답 : 10

해설

$$\frac{m^n n^m}{m^m n^n} = \frac{n^m}{m^m} \times \frac{m^n}{n^n} = (\frac{n}{m})^m \times (\frac{m}{n})^n = (\frac{n}{m})^m \times (\frac{n}{m})^{-n} = (\frac{n}{m})^{m-n}$$

따라서 $10 > m > n$ 이고 $m - n = 8$ 을 만족하는 자연수 m, n 은 $m = 9, n = 1$ 이다.

$$\therefore m + n = 10$$