

단원테스트 1차

1. 다음 표는 정수가 올해 시험을 쳐서 받은 수학점수이다. 평균이 80 점, 분산이 $\frac{146}{7}$ 일 때, 4 월과 7 월 시험 성적을 구하여라. (단, 4 월 보다 7 월 시험 성적이 더 우수하다.)

월	3	4	5	6	7	8	9
점수(점)	72	a	80	84	b	81	86

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 4 월시험 성적 75 점

▷ 정답 : 7 월시험 성적 82 점

해설

$$\frac{72 + a + 80 + 84 + b + 81 + 86}{7} = 80, a + b = 157 \text{ 이다.}$$

$$\frac{64 + (a - 80)^2 + 0 + 16 + (b - 80)^2 + 1 + 36}{7} = \frac{146}{7}, (a - 80)^2 + (b - 80)^2 = 29 \text{ 이다.}$$

두 식을 연립해서 풀면, $a = 75, b = 82$ 이다.

2. 다음 표는 5 명의 학생의 키를 나타낸 것이다. 평균이 175cm 이고 분산이 3.2 일 때, 준호와 성준의 키를 구하여라.(단, 준호의 키가 성준의 키보다 더 크다.)

학생	규호	준호	규철	성준	영훈
키(cm)	176	x	174	y	172

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 준호 : 177 cm

▷ 정답 : 성준 : 176 cm

해설

$$\frac{176 + x + 174 + y + 172}{5} = 175, x + y = 353 \text{ 이다.}$$

$$\frac{1 + (x - 175)^2 + 1 + (y - 175)^2 + 9}{5} = 3.2, (x - 175)^2 + (y - 175)^2 = 5 \text{ 이다.}$$

두 식을 연립해서 풀면, $x = 177, y = 176$ 이다.

3. 다음 표는 어느 반 학생 20 명의 영어와 수학 성적을 조사하여 만든 상관표이다. 다음 물음에 답하여라.

(단위:점)

영어 \ 수학	50	60	70	80	90	100	합계
100					1	1	2
90			2	2			4
80	1	1	3	1			6
70	1	3	1				5
60	1	1					2
50	1						1
합계	4	5	6	3	1	1	20

영어와 수학 성적의 합이 140 점 이상인 학생은 전체의 몇 % 인가? [배점 4, 중중]

▶ 답 :

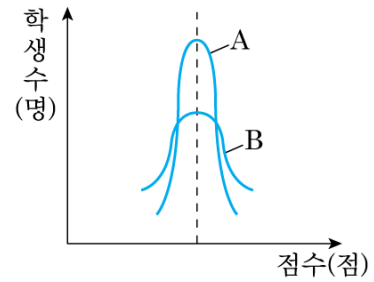
▷ 정답 : 60 %

해설

영어 \ 수학	60	70	80	90	100
100				1	1
90		2	2		
80	1	3	1		
70		1			

$$\frac{12}{20} \times 100 = 60(\%)$$

4. 다음 그림은 A, B 두 학급의 수학 성적을 나타낸 그래프이다. 다음 보기의 설명 중 틀린 것을 고르면?



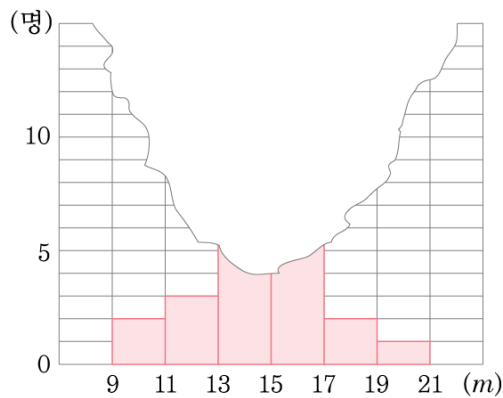
[배점 4, 중중]

- ① A 반 학생 성적은 평균적으로 B 반 학생 성적과 비슷하다.
- ② 중위권 학생은 A 반에 더 많다.
- ③ A 반 학생의 성적이 더 고르다.
- ④ 고득점자는 A 반에 더 많다.
- ⑤ 평균 점수 부근에 있는 학생은 A 반 학생이 더 많다.

해설

④ 고득점자는 A 반에 더 많다. ⇒ 고득점자는 B 반에 더 많다.

5. 다음 히스토그램은 어느 학급 학생 20 명의 던지기 기록을 조사하여 만든 것인데 일부가 찢어졌다. 던지기 기록이 13m 이상 15m 미만인 학생이 전체의 25% 일 때, 전체 학생의 평균을 구하여라.



[배점 4, 중중]

▶ 답:

▶ 정답: 14.7 m

해설

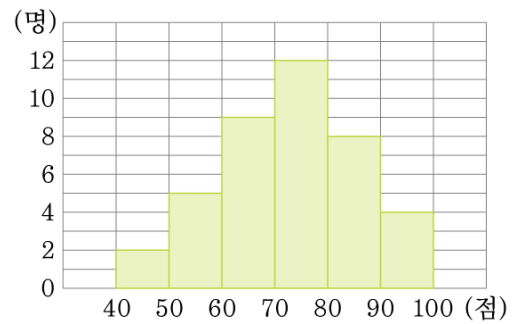
13 이상 15 미만: $20 \times \frac{25}{100} = 5$ (명)

15 이상 17 미만의 도수: 7 (명)

$$\frac{10 \times 2 + 12 \times 3 + 14 \times 5 + 16 \times 7 + 18 \times 2 + 20 \times 1}{20} =$$

14.7 (m)

6. 다음은 한결이네 반의 수학 성적을 나타낸 히스토그램이다. 한결이네 반 수학 성적의 평균을 구하여라.



[배점 4, 중중]

▶ 답:

▶ 정답: 72.75 점

해설

한결이네 반 학생수는 $2 + 5 + 9 + 12 + 8 + 4 = 40$

(명) 이므로

$$\text{평균} = \frac{45 \times 2 + 55 \times 5 + 65 \times 9 + 75 \times 12 + 85 \times 8 + 95 \times 4}{40}$$

72.75 (점)

7. 네 수 a, b, c, d 의 평균이 1 이고, 표준편차가 3 일 때, $2a+1, 2b+1, 2c+1, 2d+1$ 의 평균과 분산의 합을 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답 :

▶ 정답 : 39

해설

네 수 a, b, c, d 의 평균이 1 이므로

$$\frac{a+b+c+d}{4} = 1$$

$$\therefore a+b+c+d = 4 \quad \cdots \cdots \textcircled{1}$$

또한, a, b, c, d 의 표준편차가 3 이므로 분산은

$3^2 = 9$ 이다. 즉,

$$\frac{(a-1)^2 + (b-1)^2 + (c-1)^2 + (d-1)^2}{4} = 9$$

$$(a-1)^2 + (b-1)^2 + (c-1)^2 + (d-1)^2 = 36$$

$$a^2 - 2a + 1 + b^2 - 2b + 1 + c^2 - 2c + 1 + d^2 - 2d + 1 = 36$$

$$a^2 + b^2 + c^2 + d^2 - 2(a+b+c+d) + 4 = 36$$

위의 식에 $\textcircled{1}$ 을 대입하면

$$a^2 + b^2 + c^2 + d^2 - 2 \times 4 + 4 = 36$$

$$\therefore a^2 + b^2 + c^2 + d^2 = 40$$

한편, $2a+1, 2b+1, 2c+1, 2d+1$ 의 평균은

$$\frac{(2a+1) + (2b+1) + (2c+1) + (2d+1)}{4}$$

$$= \frac{2(a+b+c+d) + 4}{4} = \frac{2 \times 4 + 4}{4} = 3$$

이고, 분산은

$$\frac{(2a+1-3)^2 + (2b+1-3)^2 + (2c+1-3)^2 + (2d+1-3)^2}{4}$$

$$= \frac{(2a-2)^2 + (2b-2)^2 + (2c-2)^2 + (2d-2)^2}{4}$$

$$= \frac{4(a^2 + b^2 + c^2 + d^2) - 8(a+b+c+d) + 16}{4}$$

$$= \frac{4 \times 40 - 8 \times 4 + 16}{4} = 36$$

따라서 평균과 분산의 합은 $3 + 36 = 39$ 이다.

8. 세 수 x, y, z 의 평균과 분산이 각각 5, 4 일 때, $\frac{1}{5}x, \frac{1}{5}y, \frac{1}{5}z$ 의 평균과 분산을 차례대로 나열한 것은? [배점 4, 중중]

① $1, \frac{4}{5}$

② $1, \frac{4}{25}$

③ $2, \frac{1}{5}$

④ $3, 4$

⑤ $4, \frac{1}{5}$

해설

세 수 x, y, z 의 평균이 5 이므로

$$\frac{x+y+z}{3} = 5$$

$$\therefore x+y+z = 15 \quad \cdots \cdots \textcircled{1}$$

또한, x, y, z 의 분산이 4 이므로

$$\frac{(x-5)^2 + (y-5)^2 + (z-5)^2}{3} = 4$$

$$(x-5)^2 + (y-5)^2 + (z-5)^2 = 12$$

$$x^2 - 10x + 25 + y^2 - 10y + 25 + z^2 - 10z + 25 = 12$$

$$x^2 + y^2 + z^2 - 10(x+y+z) + 75 = 12$$

위의 식에 $\textcircled{1}$ 을 대입하면

$$x^2 + y^2 + z^2 - 10 \times 15 + 75 = 12$$

$$\therefore x^2 + y^2 + z^2 = 87$$

따라서 $\frac{1}{5}x, \frac{1}{5}y, \frac{1}{5}z$ 의 평균은 $\frac{1}{3} \left(\frac{x}{5} + \frac{y}{5} + \frac{z}{5} \right) =$

$$\frac{1}{3} \times \frac{1}{5} (x+y+z) = 1 \text{ 이고, 분산은}$$

$$\frac{1}{3} \left\{ \left(\frac{1}{5}x - 1 \right)^2 + \left(\frac{1}{5}y - 1 \right)^2 + \left(\frac{1}{5}z - 1 \right)^2 \right\}$$

$$= \frac{1}{3} \left(\frac{1}{25}x^2 - \frac{2}{5}x + 1 + \frac{1}{25}y^2 - \frac{2}{5}y + 1 + \frac{1}{25}z^2 - \frac{2}{5}z + 1 \right)$$

$$= \frac{1}{3} \left\{ \frac{1}{25}(x^2 + y^2 + z^2) - \frac{2}{5}(x+y+z) + 3 \right\}$$

$$= \frac{1}{3} \left(\frac{1}{25} \times 87 - \frac{2}{5} \times 15 + 3 \right)$$

$$= \frac{4}{25}$$

이다.

9. 다음은 다섯 명의 학생이 5 일 동안 받은 e-mail 의 개수를 나타낸 표이다. 이때, 표준편차가 가장 작은 사람은 누구인가?

	월요일	화요일	수요일	목요일	금요일
성재	5	2	5	5	2
선영	6	4	6	6	4
민지	10	10	10	11	10
성수	5	8	5	8	9
경희	7	1	7	1	9

[배점 4, 중중]

- ① 성재 ② 선영 ③ 민지
④ 성수 ⑤ 경희

해설

표준편차는 자료가 흩어진 정도를 나타내고, 표준편차가 작을수록 변량이 평균에서 더 가까워지므로 표준편차가 가장 작은 학생은 민지이다.

10. 다음 자료들 중에서 표준편차가 가장 작은 자료와 가장 큰 자료를 차례대로 나열하여라.

- ㉠ 3, 3, 3, 7, 7, 7, 7, 7
㉡ 10, 10, 10, 10, 10, 10, 10, 10
㉢ 1, 4, 1, 4, 1, 4, 1, 4
㉣ 1, 1, 1, 1, 2, 2, 2, 2
㉤ 1, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3
㉥ 7, 7, 7, 7, 7, 7, 7, 6

[배점 4, 중중]

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉠

해설

표준편차는 자료가 흩어진 정도를 나타내므로 주어진 자료들 중에서 표준편차가 가장 작은 것은 ㉡, 가장 큰 것은 ㉠이다.

11. 다섯 개의 변량 1, 2, a , b , 3 의 평균이 2 이고, 분산이 4 일 때, 7, 8, $\frac{1}{3}a^2$, $\frac{1}{3}b^2$ 의 평균을 구하여라.

[배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

다섯 개의 변량 1, 2, a , b , 3 의 평균이 2 이므로

$$\frac{1+2+a+b+3}{5} = 2, \quad a+b+6 = 10$$

$$\therefore a+b = 4 \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

또, 분산이 4 이므로

$$\frac{(1-2)^2 + (2-2)^2 + (a-2)^2 + (b-2)^2 + (3-2)^2}{5} = 4$$

$$\frac{1+0+a^2-4a+4+b^2-4b+4}{5} = 4$$

$$\frac{a^2+b^2-4(a+b)+9}{5} = 4$$

$$a^2+b^2-4(a+b)+9 = 20$$

$$\therefore a^2+b^2-4(a+b) = 11 \quad \dots\dots \textcircled{2}$$

②의 식에 ①을 대입하면

$$\therefore a^2+b^2 = 4(a+b) + 11 = 4 \times 4 + 11 = 27$$

따라서 6, 8, $\frac{1}{3}a^2$, $\frac{1}{3}b^2$ 의 평균은

$$\frac{1}{4} \left(7+8+\frac{a^2}{3}+\frac{b^2}{3} \right) = \frac{1}{4} \left\{ 15+\frac{1}{3}(a^2+b^2) \right\} = 6 \text{ 이다.}$$

12. 세 개의 변량 a , b , c 의 평균이 3 과 분산이 2 일 때, 변량 a^2 , b^2 , c^2 , 5, 7 의 평균을 구하여라.

[배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

세 수 a , b , c 의 평균이 3 이므로

$$\frac{a+b+c}{3} = 3$$

$$\therefore a+b+c = 9 \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

또한, a , b , c 의 분산이 2 이므로

$$\frac{(a-3)^2 + (b-3)^2 + (c-3)^2}{3} = 2$$

$$(a-3)^2 + (b-3)^2 + (c-3)^2 = 6$$

$$a^2 - 6a + 9 + b^2 - 6b + 9 + c^2 - 6c + 9 = 6$$

$$a^2 + b^2 + c^2 - 6(a+b+c) + 27 = 6$$

위의 식에 ①을 대입하면

$$a^2 + b^2 + c^2 - 6 \times 9 + 27 = 6$$

$$\therefore a^2 + b^2 + c^2 = 33$$

따라서 a^2 , b^2 , c^2 , 5, 7 의 평균은

$$\frac{a^2+b^2+c^2+5+7}{5} = \frac{33+12}{5} = 9 \text{ 이다.}$$

13. 다음은 A, B, C, D, E 다섯 사람의 몸무게에 대한 편차를 나타낸 표이다. 이 다섯 사람의 몸무게의 평균이 65kg 일 때, B 의 몸무게와 다섯 사람의 전체의 표준편차를 차례대로 나열한 것은?

학생	A	B	C	D	E
편차(kg)	-2	3	1	x	0

[배점 4, 중중]

- ① 60kg, $\sqrt{2}$ kg ② 64kg, $\sqrt{3}$ kg
 ③ 64kg, 2kg ④ 68kg, $\sqrt{6}$ kg
 ⑤ 68kg, $\sqrt{7}$ kg

해설

B 의 몸무게는 $65 + 3 = 68(\text{kg})$

또한, 편차의 합은 0 이므로

$$-2 + 3 + 1 + x + 0 = 0, \quad x + 4 = 0 \quad \therefore x = -4$$

따라서 분산이

$$\frac{(-2)^2 + 3^2 + 1^2 + (-4)^2 + 0^2}{5} = \frac{30}{5} = 6$$

이므로 표준편차는 $\sqrt{6}\text{kg}$ 이다.

14. 다음 표는 A, B, C, D, E 인 5 명의 학생의 음악 실기 점수를 나타낸 것이다. 이 자료의 분산은?

학생	A	B	C	D	E
변량(점)	72	75	77	76	80

[배점 4, 중중]

- ① 5 ② 5.4 ③ 6.2 ④ 6.6 ⑤ 6.8

해설

주어진 자료의 평균은

$$\frac{72 + 75 + 77 + 76 + 80}{5} = \frac{380}{5} = 76(\text{점})$$

이므로 각 자료의 편차는 -4, -1, 1, 0, 4 이다.

따라서 분산은

$$\frac{(-4)^2 + (-1)^2 + 1^2 + 0^2 + 4^2}{5} = \frac{34}{5} = 6.8$$

15. 영웅이의 4 회에 걸친 수학 쪽지 시험의 성적이 평균이 45 점이었다. 5 회에 걸친 시험 성적이 떨어져 5 회까지의 평균이 4 회까지의 평균보다 5 점 내렸다면 5 회에 걸친 성적은 몇 점인가? [배점 4, 중중]

- ① 14 점 ② 16 점 ③ 18 점
 ④ 20 점 ⑤ 22 점

해설

4 회까지의 평균이 45 이므로 4 회 시험까지의 총 점은

$$45 \times 4 = 180(\text{점})$$

5 회까지의 평균은 45 점에서 5 점이 내린 40 점

이므로 5 회째의 성적을 x 점이라고 하면

$$\frac{180 + x}{5} = 40, \quad 180 + x = 200 \quad \therefore x = 20(\text{점})$$

16. 성진이의 4 회에 걸친 음악 실기 성적이 87, 92, 86, 88 이다. 다음 시험에서 몇 점 이상을 받아야 평균이 90 점 이상이 되는지 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답 :

▶ 정답 : 97 점

해설

다음에 받아야 할 점수를 x 점이라고 하면
(평균) $= \frac{87+92+86+88+x}{5} =$
 $90, \frac{353+x}{5} = 90, 353+x = 450 \therefore x = 97$
따라서 97 점 이상을 받으면 평균 90 점 이상이 될 수 있다.

17. 다섯 개의 변량 5, 7, x , y , 8 의 평균이 6 이고, 분산이 5 일 때, $2xy$ 의 값을 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답 :

▶ 정답 : 33

해설

다섯 개의 변량 5, 7, x , y , 8 의 평균이 6 이므로
 $\frac{5+7+x+y+8}{5} = 6, x+y+20 = 30$
 $\therefore x+y = 10 \dots\dots\dots \textcircled{1}$
또, 분산이 5 이므로
 $\frac{(5-6)^2 + (7-6)^2 + (x-6)^2 + (y-6)^2 + (8-6)^2}{5} =$
 $\frac{1+1+x^2-12x+36+y^2-12y+36+4}{5} = 5$
 $\frac{x^2+y^2-12(x+y)+78}{5} = 5$
 $x^2+y^2-12(x+y)+78 = 25$
 $\therefore x^2+y^2-12(x+y) = -53 \dots\dots\dots \textcircled{2}$
 $\textcircled{2}$ 의 식에 $\textcircled{1}$ 을 대입하면
 $x^2+y^2 = 12(x+y) - 53 = 12 \times 10 - 53 = 67$
 $\therefore x^2+y^2 = 67 \dots\dots\dots \textcircled{3}$
 $(x+y)^2 = x^2+y^2+2xy, 10^2 = 67+2xy, 2xy =$
33
 $\therefore 2xy = 33$

18. 다섯 개의 수 5, 3, a , b , 10 의 평균이 4 이고, 분산이 4 일 때, a^2+b^2 의 값을 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답 :

▶ 정답 : 2

해설

다섯 개의 수 5, 3, a , b , 10 의 평균이 4 이므로
 $\frac{5+3+a+b+10}{5} = 4, a+b+18 = 20$
 $\therefore a+b = 2 \dots\dots \textcircled{1}$
또, 분산이 4 이므로
 $\frac{(5-4)^2 + (3-4)^2 + (a-4)^2 + (b-4)^2}{5} = 4$
 $\frac{1+1+a^2-8a+16+b^2-8b+16}{5} = 4$
 $\frac{a^2+b^2-8(a+b)+34}{5} = 4$
 $a^2+b^2-8(a+b)+34 = 20$
 $\therefore a^2+b^2-8(a+b) = -14 \dots\dots \textcircled{2}$
 $\textcircled{2}$ 의 식에 $\textcircled{1}$ 을 대입하면
 $\therefore a^2+b^2 = 8(a+b) - 14 = 8 \times 2 - 14 = 2$

19. 다음은 중학교 3학년 학생 20 명의 100m 달리기 기록에 대한 도수분포표이다. 학생 20 명의 100m 달리기 기록의 평균이 17.7 초일 때, $3x - y$ 의 값은?

계급(점)	도수(명)
$13^{\text{이상}} \sim 15^{\text{미만}}$	x
15 ~ 17	6
17 ~ 19	7
19 ~ 21	y
21 ~ 23	2
합계	20

[배점 4, 중중]

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

13 초 이상 15 초 미만의 도수를 x 명, 19 초 이상 21 초 미만의 도수를 y 명이라고 하면 전체 학생 수가 20 명이므로 $x + 6 + 7 + y + 2 = 20$

$$\therefore x + y = 5 \cdots \text{㉠}$$

또한, 평균이 17.7 초이므로

$$\frac{14 \times x + 16 \times 6 + 18 \times 7 + 20 \times y + 22 \times 2}{20} = 17.7,$$

$$14x + 96 + 126 + 20y + 44 = 354$$

$$\therefore 7x + 10y = 44 \cdots \text{㉡}$$

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $x = 2, y = 3$

$$\therefore 3x - y = 3 \times 2 - 3 = 3$$

20. 다음 도수분포표는 A 중학교 3학년 1반 학생 25 명의 중간고사 수학 성적으로 일부가 찢어져 버렸다. 60 점 이상 70 점 미만인 학생 수는?

[배점 4, 중중]

계급(점)	도수(명)
$90^{\text{이상}} \sim 100^{\text{미만}}$	1
80 ~ 90	3
70 ~ 80	4
60 ~ 70	
50 ~ 60	6
40 ~ 50	6
합계	25

- ① 1 명 ② 2 명

- ③ 3 명 ④ 4 명

- ⑤ 5 명

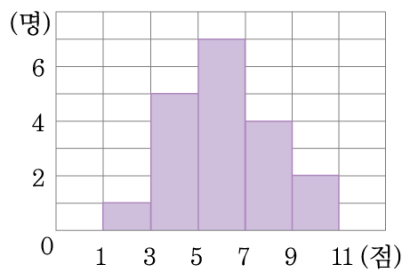
해설

전체 도수가 25 명,

60 점 이상 70 점 미만인 학생 수를 a 명이라고 하면

$$a = 25 - 1 - 3 - 4 - 6 - 6 = 5$$

21. 다음은 희정이네 학급 19 명의 영어 단어 시험 점수를 조사하여 나타낸 그래프이다. 학생들의 점수의 중앙값과 최빈값을 차례대로 구하여라.



[배점 4, 중중]

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : 중앙값 : 6

▶ 정답 : 최빈값 : 6

해설

최빈값은 학생 수가 7 명으로 가장 많을 때인 6 이고, 점수를 순서대로 나열하면 2, 4, 4, 4, 4, 4, 6, 6, 6, 6, 6, 6, 8, 8, 8, 8, 10, 10 이므로 중앙값은 6 이다.

별해)

학생 수에 대한 누적도수를 이용하여 중앙값은 학생 수가 10 번째에 속하는 변량을 구한다.

22. 다음 표는 수정이네 중학교 5 개의 학급에 대한 학생들의 영어 성적의 평균과 표준편차를 나타낸 것이다. 다섯 학급 중 성적이 가장 고른 학급은? (단, 각 학급의 학생 수는 모두 같다.)

학급	A	B	C	D	E
평균(점)	82	73	66	69	80
표준편차(점)	1.2	$2\sqrt{2}$	1.5	$\sqrt{3.6}$	$\sqrt{2.8}$

[배점 4, 중중]

① A ② B ③ C ④ D ⑤ E

해설

표준편차가 작을수록 변량이 평균 주위에 더 집중된다. 따라서 성적이 가장 고른 학급은 표준편차가 가장 작은 학급이다.

한편, 표준편차를 근호를 이용하여 나타내면 다음과 같다.

학급	A	B	C	D	E
표준편차(점)	$1.2 = \sqrt{1.44}$	$2\sqrt{2} = \sqrt{8}$	$1.5 = \sqrt{2.25}$	$\sqrt{3.6}$	$\sqrt{2.8}$

따라서 표준편차가 가장 작은 학급은 A 이다.