

단원 종합 평가

1. 다음에서 서로 같은 집합이 몇 쌍인지 구하여라.

보기

- | | |
|-------------------|---------------------------|
| ㉠ $\{5, 10, 15\}$ | ㉡ $\{5, 15\}$ |
| ㉢ $\{10, 15, 5\}$ | ㉣ $\{5, 15, 25\}$ |
| ㉤ $\{10, 15\}$ | ㉥ $\{25, 5, 3 \times 5\}$ |

[배점 3, 하상]

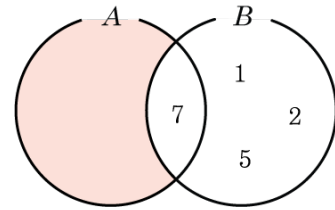
▶ 답:

▶ 정답: 2 쌍

해설

㉠ = ㉤
 ㉢ = $\{25, 5, 3 \times 5\} = \{25, 5, 15\}$ 이므로
 ㉢ = ㉥
 따라서 ㉠과 ㉤, ㉢과 ㉥ 두 쌍이다.

2. 다음 벤 다이어그램에서 $B = \{1, 2, 5, 7\}$, $A \cup B = \{1, 2, 3, 5, 7, 8, 9\}$ 일 때
 색칠된 부분의 원소의 합을 구하여라.



[배점 3, 하상]

▶ 답:

▶ 정답: 20

해설

색칠한 부분의 원소는 집합 $A \cup B$ 에서 $A \cap B$ 의 원소를 뺀 것이다.

$A \cup B = \{1, 2, 3, 5, 7, 8, 9\}$ 이므로 벤 다이어그램에 표시되어 있지 않은 원소를 말한다.

그러므로 색칠한 부분의 원소는 3, 8, 9 이다.

원소의 합은 $3 + 8 + 9 = 20$ 이다.

3. 다음 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

- ㉠ {전자레인지, 전화기, 화분, 침대, 이불} = $\{x \mid x \text{는 전자제품}\}$
- ㉡ $\{1, 2, 3, 4\} = \{x \mid x \text{는 자연수를 4로 나누었을 때, 나머지}\}$
- ㉢ {매화, 난초, 국화, 대나무} = $\{x \mid x \text{는 사군자의 이름}\}$
- ㉣ $\{0 \text{과 } 1 \text{ 사이의 분수}\} = \left\{\frac{1}{2}, \frac{1}{3}\right\}$
- ㉤ $\{1, 3, 17, 51\} = \{x \mid x \text{는 } 51 \text{의 약수}\}$
- ㉥ {징, 장구, 북, 팽과리} = $\{x \mid x \text{는 사물놀이}\}$

[배점 3, 중하]

- ① ㉠, ㉢ ② ㉢, ㉣, ㉤ ③ ㉠, ㉡, ㉤
- ④ ㉠, ㉢, ㉤ ⑤ ㉢, ㉤

해설

- ㉠ $\{x \mid x \text{는 자연수를 4로 나누었을 때, 나머지}\}$ 는 $\{0, 1, 2, 3\}$ 이다.
- ㉢ $\{0 \text{과 } 1 \text{ 사이의 분수}\}$ 는 $\left\{\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \dots\right\}$ 이다.

4. 38 명의 학생 중에서 축구를 좋아하는 학생이 27 명, 농구를 좋아하는 학생이 19 명이다. 두 가지 운동을 모두 좋아하는 학생이 16명 일 때, 축구만 좋아하는 학생 수를 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▶ 정답: 11

해설

학생 전체를 전체집합 U , 축구를 좋아하는 학생들의 집합을 집합 A , 농구를 좋아하는 학생들의 집합을 집합 B 라 하면, 두 가지 운동을 모두 좋아하는 학생들의 모임은 $A \cap B$ 이고, 축구만 좋아하는 학생들의 모임은 $A - B$ 이다. $n(A - B) = n(A) - n(A \cap B) = 27 - 16 = 11$

5. 전체집합 U 와 두 부분집합 A, B 에 대하여

$U = A \cup B$, $A = \{x \mid x \text{는 } 40 \text{의 약수}\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 25 \text{의 약수}\}$ 일 때, $(A \cup B^c) \cap (A^c \cup B)$ 의 원소의 개수를 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▶ 정답: 2개

해설

$A = \{1, 2, 4, 5, 8, 10, 20, 40\}$
 $B = \{1, 5, 25\}$
 $A \cap B = \{1, 5\}$

6. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 20 \text{ 미만의 } 3 \text{의 배수}\}$ 의 부분집합 중에서 적어도 한 개의 홀수를 원소로 갖는 부분집합의 개수는? [배점 4, 중중]

- ① 16 ② 32 ③ 56
④ 64 ⑤ 128

해설

$$A = \{3, 6, 9, 12, 15, 18\}$$

전체 부분집합의 개수: $2^6 = 64$ (개)

홀수를 적어도 1 개 포함하는 집합의 개수는 전체 부분집합의 개수에서 홀수가 하나도 포함되지 않은 부분집합의 개수를 빼면 된다.

$$2^6 - 2^3 = 64 - 8 = 56 \text{ (개)}$$

7. $A = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 자연수}\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 짝수}\}$ 일 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2 개) [배점 4, 중중]

- ① $A \subset B$ ② $10 \in B$ ③ $\emptyset \subset A$
④ $2 \subset B$ ⑤ $7 \in B$

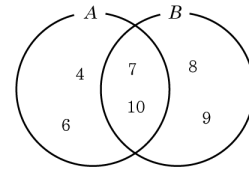
해설

$$A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\},$$

$$B = \{2, 4, 6, 8, 10\}$$

- ① $B \subset A$
④ $2 \in B$
⑤ $7 \notin B$

8. 다음 벤 다이어그램에서 $A \cup B$ 의 원소의 합을 구하여라.



[배점 4, 중중]

▶ 답:

▷ 정답: 44

해설

$A \cup B$ 은 A 에 속하거나 B 에 속하는 원소를 합한 집합이다.

그러므로 벤 다이어그램에서 보는 것과 같이 $A \cup B = \{4, 6, 7, 8, 9, 10\}$ 이다.

$$A \cup B \text{의 원소의 합은 } 4 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 = 44$$

9. 전체집합 $U = \{x \mid x \text{는 } 20 \text{ 이하의 } 3 \text{의 배수}\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $B - A = \{9, 12\}$ 이고 $(A \cup B)^c = \{18\}$ 일 때, 집합 A 는?

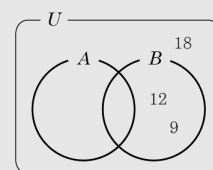
[배점 4, 중중]

- ① $\{3, 6, 9\}$ ② $\{3, 6, 12\}$
③ $\{3, 6, 15\}$ ④ $\{6, 12, 15\}$
⑤ $\{12, 15, 18\}$

해설

$$U = \{3, 6, 9, 12, 15, 18\} \text{ 이므로}$$

주어진 조건을 벤 다이어그램으로 나타내면 다음 그림과 같으므로 $A = \{3, 6, 15\}$ 이다.



10. 미영이네 반 학생 38 명은 국어, 수학 문제를 푸는데 국어 문제를 푼 학생이 20 명, 수학 문제를 푼 학생이 25 명, 두 문제를 모두 풀지 못한 학생이 5 명이 있다. 국어 문제만 푼 학생을 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 8명

해설

$$n(U) = 38, n(A) = 20, n(B) = 25$$

$$n(A \cup B) = 38 - 5 = 33 \text{ 이다.}$$

$$n(A - B) = n(A \cup B) - n(B) = 33 - 25 = 8 \text{ 이다.}$$

11. 다음 중에서 옳은 것을 모두 고르면?

[배점 5, 중상]

① $A = B$ 이면 $A \subset B, B \subset A$

② $n(A) = n(B)$ 이면 $A = B$

③ $A \subset B$ 이면 $n(A) < n(B)$

④ $A = B$ 이면 $n(A) = n(B)$

⑤ $n(\{1, 2, 3, 4\}) - n(\{1, 2, 3\}) = 4$

해설

② $A = \{1, 2\}, B = \{3, 4\}$ 이면

$$n(A) = n(B) \text{ 이지만 } A \neq B$$

③ $A = B$ 이면 $A \subset B$ 이지만

$$n(A) < n(B) \text{ 가 아닌 } n(A) = n(B)$$

⑤ $n(\{1, 2, 3, 4\}) = 4$

$$n(\{1, 2, 3\}) = 3$$

$$4 - 3 = 1$$

12. $\{2, 3\} \subset X \subset \{0, 1, 2, 3\}$ 을 만족하는 집합 X 의 갯수를 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 4개

해설

집합 X 는 $\{0, 1, 2, 3\}$ 의 부분집합 중 원소 2, 3 을 반드시 포함하는 집합이다. 따라서 집합 X 의 갯수는 $2^{4-2} = 2^2 = 4$ (개) 이다.

13. 두 집합 A, B 에 대하여 $A = \{x \mid x \text{는 } 5 \text{ 이하의 홀수}\}, A \cap B = \{3\}, A \cup B = \{1, 3, 5, 6, 9\}$ 일 때, 집합 B 를 구하여라.

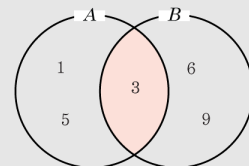
[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : $\{3, 6, 9\}$

해설

$A = \{1, 3, 5\}$ 이고, 주어진 조건을 벤 다이어그램으로 나타내면 다음과 같다.



따라서 $B = \{3, 6, 9\}$ 이다.

14. 세 집합 $A = \{x|x \text{는 한국인}\}$, $B = \{x|x \text{는 학생}\}$, $C = \{x|x \text{는 여자}\}$ 에 대하여 한국의 남학생을 나타내는 집합을 모두 고르면?
[배점 5, 상하]

- ① $(A \cup B) - C$ ② $A \cup B \cup C$
 ③ $(A \cap B) - C$ ④ $A \cap B \cap C^c$
 ⑤ $(A - B)^c \cap C^c$

해설

한국 학생 중 여학생을 뺀 것 또는 한국 학생 중 여자가 아닌 사람이므로
 $(A \cap B) - C$ 또는 $A \cap B \cap C^c$ 이다.

15. 세 집합 A, B, C 가 $n(A) = 7, n(B) = 5, n(C) = 4, n(A - B) = 5, n(B - C) = 4, n(C - A) = 4$ 일 때, $n(A \cup B \cup C)$ 를 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 13

해설

$$\begin{aligned}
 n(A - B) &= n(A) - n(A \cap B) = 5 \rightarrow n(A \cap B) = 2 \\
 , \\
 n(B - C) &= n(B) - n(B \cap C) = 4 \rightarrow n(B \cap C) = 1 \\
 , \\
 n(C - A) &= n(C) - n(C \cap A) = 4 \rightarrow n(C \cap A) = 0 \\
 , \\
 n(C \cap A) &= 0 \rightarrow n(A \cap B \cap C) = 0 , \\
 \therefore n(A \cup B \cup C) \\
 &= n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(B \cap C) \\
 &\quad - n(C \cap A) + n(A \cap B \cap C) \\
 &= 7 + 5 + 4 - 2 - 1 - 0 + 0 = 13
 \end{aligned}$$