

단원 종합 평가

1. 다음 설명 중 옳은 것은?

[배점 3, 중하]

① $n(\emptyset) = 1$

② $n(\{a, b, c, d\}) = \{4\}$

③ $A = \{1, 2, 3\}$ 이면 $n(A) = 5$

④ $A = \{x \mid x \text{는 } 6 \text{의 약수}\}$ 이면 $n(A) = 4$

⑤ $A = \{x \mid x \text{는 } 1 \text{보다 작은 자연수}\}$ 이면 $n(A) = \emptyset$

해설

① 공집합은 원소의 개수가 0개이므로 $n(\emptyset) = 0$ 이다.

② $n(\{a, b, c, d\}) = 4$

③ $A = \{1, 2, 3\}$ 이면 $n(A) = 3$ 이다.

⑤ 집합 A 는 공집합이므로 $n(A) = 0$ 이다.

2. 두 집합 $A = \{12, a, b\}$, $B = \{7, 15, b+5\}$ 에 대하여 $A \subset B$, $B \subset A$ 일 때, $a - b$ 의 값을 구하여라.

[배점 3, 중하]

▶ 답:

▶ 정답: 8

해설

$b + 5 = 12$ 이므로 $b = 7, a = 15$

$\therefore a - b = 15 - 7 = 8$

3. 두 집합 A, B 에 대하여 $n(A) = 30$, $n(A \cup B) = 56$, $n(A \cap B) = 12$ 일 때, $n(B)$ 의 값을 구하여라.

[배점 3, 중하]

▶ 답:

▶ 정답: 38

해설

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$56 = 30 + n(B) - 12$$

$$n(B) = 38$$

4. 집합 $A = \{0, 2, \{4\}, \{6, 8\}, \emptyset\}$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?.

[배점 4, 중중]

① $\emptyset \in A$

② $\{0, 2, \{4\}\} \subset A$

③ $n(A) = 5$

④ $\{4\} \subset A$

⑤ $\{6, 8\} \in A$

해설

④ $\{4\} \in A$

5. 어느 마을에서 개나리신문을 보는 가구는 25 가구, 진달래신문을 보는 가구는 16 가구, 개나리와 진달래 신문 모두를 보는 가구는 5 가구이다. 개나리와 진달래 신문 중 하나의 신문만 보는 가구의 수는?

[배점 4, 중중]

- ① 31 가구 ② 32 가구 ③ 33 가구
④ 34 가구 ⑤ 35 가구

해설

$$\begin{aligned} n(A) &= 25, n(B) = 16, n(A \cap B) = 5 \\ n(A \cup B) &= n(A) + n(B) - n(A \cap B) = 25 + 16 - 5 = 36 \text{ 이다.} \\ n((A - B) \cup (B - A)) &= n(A \cup B) - n(A \cap B) = 36 - 5 = 31 \text{ 이다.} \end{aligned}$$

6. 두 집합 $A = \{x | x \text{는 } 120 \text{ 이하의 } 5 \text{의 배수}\}$, $B = \{x | x \text{는 } 120 \text{ 이하의 } 8 \text{의 배수}\}$ 에 대하여 $n(A \cup B)$ 의 값을 구하여라.

[배점 4, 중중]

▶ 답 :

▶ 정답 : 36

해설

$$\begin{aligned} n(A) &= 24, n(B) = 15, n(A \cap B) = 3 \text{ 이므로} \\ n(A \cup B) &= 24 + 15 - 3 = 36 \end{aligned}$$

7. 다음 중 집합인 것을 모두 고르면? [배점 5, 중상]

- ① 우리 반에서 똑똑한 학생의 모임
② 10 이하의 자연수 중에서 1 보다 작은 수의 모임
③ 대한민국에서 가장 큰 사람의 모임
④ 100 이하의 수 중에서 50 에 가까운 수의 모임
⑤ 세계에서 성공한 사람들의 모임

해설

주어진 조건에 알맞은 대상을 분명하게 구별할 수 있어야 하므로 ②, ③번만 집합이다.

8. $U = \{x \mid x \text{는 } 20 \text{ 이하의 자연수}\}$, $A = \{x \mid x \text{는 } 8 \text{의 약수}\}$, $B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 일 때, 옳은 것은? [배점 5, 중상]

- ① $n(A \cup B) = 5$
 ② $n(A \cap B) = 4$
 ③ $n(A \cap B^c) = 1$
 ④ $n(B^c - A) = 13$
 ⑤ $n(A - B) + n(B - A) = 3$

해설

$U = \{1, 2, 3, \dots, 20\}$, $A = \{1, 2, 4, 8\}$,
 $B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$

- ① $n(A \cup B) = n(\{1, 2, 3, 4, 5, 8\}) = 6$
 ② $n(A \cap B) = n(\{1, 2, 4\}) = 3$
 ③ $n(A \cap B^c) = n(\{8\}) = 1$
 ④ $n(B^c - A) = n(\{6, 7, 9, 10, 11, \dots, 20\})$
 $= 14$
 ⑤ $n(A - B) + n(B - A)$
 $= n(\{8\}) - n(\{3, 5\})$
 $= 1 - 2 = -1$

9. 집합 $A = \{1, 3, 5, \dots, n\}$ 의 부분집합 중에서 원소 1, n 을 모두 포함하는 부분집합의 개수가 32개일 때, n 의 값을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 13

해설

집합 A 의 원소의 개수를 a 개라 하면 원소 1, n 을 모두 포함하는 부분집합의 개수는 2^{a-2} 개이다.

$$2^{a-2} = 32 = 2^5$$

$$a - 2 = 5 \text{ 이므로 } a = 7$$

따라서 집합 A 의 원소의 개수가 7개이므로 n 의 값은 13이다.

10. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? [배점 5, 중상]

- ① $n(\{0\}) = 1$
 ② $\{a, b\} \in \{a, b, c\}$
 ③ $\emptyset \in \{1, 2, 3\}$
 ④ $n(\{0\}) < n(\{1\})$
 ⑤ $n(\{1, \{2, 3\}, 4, 5\}) = 4$

해설

- ② $\{a, b\} \subset \{a, b, c\}$
 ③ $\emptyset \subset \{1, 2, 3\}$
 ④ $n(\{0\}) = n(\{1\}) = 1$

11. 다음 안에 알맞은 세 자연수의 합을 구하여라.

보기

- ㉠ $n(\{x|x \text{는 } \square \text{미만의 자연수}\}) = 4$
- ㉡ $n(\{a, b, c, d\}) - n(\{b, c, d\}) = \square$
- ㉢ $A \subset \{1, 2, 3\}$ 이고 $n(A) = 2$ 를 만족하는 집합은 $\square$ 개이다.

[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 8

해설

- ㉠ $n(\{x|x \text{는 } 5 \text{ 미만의 자연수}\}) = 4$
- ㉡ $n(\{a, b, c, d\}) - n(\{b, c, d\}) = 1$
- ㉢ $A \subset \{1, 2, 3\}$ 이고 $n(A) = 2$ 를 만족하는 집합 A 는 $\{1, 2\}$, $\{1, 3\}$, $\{2, 3\}$ 의 3개 따라서, $4 + 1 + 3 = 8$

12. 다음 중 집합이 될 수 없는 것은? [배점 5, 상하]

- ① $\{3, 6, 9, 12, \dots\}$
- ② 한글 자음의 모임
- ③ $\{x | x \text{는 } x \times 0 = 0 \text{을 만족하는 자연수}\}$
- ④ 키가 나보다 큰 사람들의 모임
- ⑤ 나보다 착한 학생의 모임

해설

- ⑤, '나보다 착한 학생' 은 그 대상을 분명히 알 수 없으므로 집합이라고 할 수 없다.

13. 전체집합 $U = \{x|x \text{는 } 25 \text{ 이하의 자연수}\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $n(A^c \cap B) = 10$, $n(B^c) = 10$, $n(A^c \cap B^c) = 3$ 일 때, $n(A - B)$ 의 값을 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 7

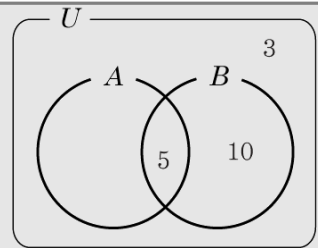
해설 $n(U) = 25$ 이므로

$$\begin{aligned} n(B) &= n(U) - n(B^c) = 25 - 10 = 15 \\ A^c \cap B &= B - A \text{ 이므로} \end{aligned}$$

$$n(B - A) = n(A^c \cap B) = 10$$

$$n((A \cup B)^c) = n(A^c \cap B^c) = 3$$

벤 다이어그램에 각 부분의 원소의 개수를 적어보면 따라서 $n(A - B) = 25 - (5 + 10 + 3) = 7$ 이다.



14. 두 집합 $A = \{2, 4, 6, 8, 10\}$, $B = \{2, 4, 8\}$ 에 대하여 $X - A = \emptyset$, $n(X \cap B) = 1$ 을 만족하는 집합 X 의 개수를 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 12 개

해설

$$X - A = \emptyset \text{ 이면 } X \subset A$$

$n(X \cap B) = 1$ 이므로 X 는 B 의 원소 하나를 포함하고 나머지 두 원소는 포함하지 않는 A 의 부분집합이다.

X 가 2 를 포함하고 4, 8 을 포함하지 않은 경우 (집합 X 의 갯수) $= 2^{5-3} = 4(\text{개})$, X 가 4 를 포함한 경우와 8 을 포함한 경우도 마찬가지이므로 (집합 X 의 갯수) $= 4 \times 3 = 12(\text{개})$ 이다.

15. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? [배점 6, 상중]

① $n(\emptyset) = 1$

② $n(\{2, 4, 6\} - \{4, 6, 8\}) = 2$

③ $n(\{1234\} - \{1, 2, 3, 4\}) = 1$

④ $n(A) < n(B)$ 이면 $A \subset B$

⑤ $\emptyset \subset \{\emptyset\}$

해설

①, 0

②, 1