

단원 종합 평가

1. 다음 중 옳은 것은?

[배점 3, 하상]

- ① $A = \{5\}$ 일 때, $n(A) = 5$
- ② $n(\{\emptyset\}) = 0$
- ③ $n(\{1, 2, 4\}) = 4$
- ④ $A = \{x \mid x \text{는 } 4 \text{ 배수}\}$ 이면 $n(A) = 4$
- ⑤ $n(\{1, 2, 3\}) - n(\{1, 3\}) = 1$

해설

- ① $n(A) = 1$
- ② $n(\{\emptyset\}) = 1$
- ③ $n(\{1, 2, 4\}) = 3$
- ④ $A = \{4, 8, 12, 16, \dots\}$: 무한집합
- ⑤ $n(\{1, 2, 3\}) - n(\{1, 3\}) = 3 - 2 = 1$

2. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?(답 2 개)

[배점 3, 하상]

- ① $A \cap A = \emptyset$
- ② $A \cap \emptyset = A$
- ③ $(A \cap B) \subset A$
- ④ $A \subset B$ 이면 $A \cap B = A$
- ⑤ $B \subset (A \cap B)$

해설

- ① $A \cap A = A$
- ② $A \cap \emptyset = \emptyset$
- ⑤ $(A \cap B) \subset B$

3. 두 집합 $A = \{2, a+3, 8\}$, $B = \{6, b, 7\}$ 에 대하여 $A \cap B = \{7, 8\}$ 일 때, $a+b$ 의 값을 구하여라.

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

$A \cap B = \{7, 8\}$ 이므로 $7 \in A$ 이다.

$\therefore a+3 = 7, a = 4$

$8 \in B \therefore b = 8$

$\therefore a+b = 4+8 = 12$

4. 전체집합 $U = \{a, e, i, o, u\}$ 의 두 부분집합 $A = \{a, e, u\}$, $B = \{e, i\}$ 에 대하여 다음 중 옳은 것을 모두 골라라.

- ㉠ $A^c = \{i, o, u\}$
 ㉡ $A - B = \{a, u\}$
 ㉢ $A - B^c = \{a, i, u\}$
 ㉣ $B^c - A = \{a, i, u\}$
 ㉤ $B - A = \{i\}$
 ㉥ $B^c = \{a, i, o, u\}$

[배점 3, 중하]

▶ 답:

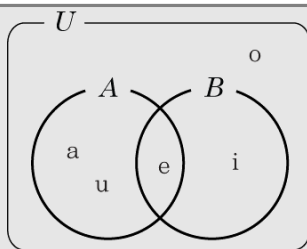
▶ 답:

▶ 정답: ㉡

▶ 정답: ㉥

해설

집합을 벤 다이어그램으로 나타내면 다음과 같다.



- ㉠ $A^c = \{i, o\}$
 ㉡ $A - B = \{a, u\}$
 ㉢ $A - B^c = \{e\}$
 ㉣ $B^c - A = \{o\}$
 ㉤ $B - A = \{i\}$
 ㉥ $B^c = \{a, o, u\}$

5. 두 집합 A, B 에 대하여 $n(A - B) = 3$, $n(B - A) = 5$, $n(A \cup B) = 12$ 일 때, $n(A \cap B)$ 를 구하여라.

[배점 3, 중하]

▶ 답:

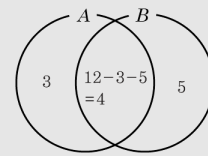
▶ 정답: 4

해설

$$n(A \cup B) = n(A - B) + n(A \cap B) + n(B - A)$$

$$12 = 3 + n(A \cap B) + 5 \quad \therefore n(A \cap B) = 4$$

[별해] 벤 다이어그램의 각 부분에 속하는 원소의 개수를 적어 보면



따라서 $n(A \cap B) = 4$ 이다.

6. 세 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 12 \text{의 약수}\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 12 \text{보다 작은 홀수}\}$, $C = \{x \mid x \text{는 } 12 \times x = 1 \text{을 만족하는 자연수}\}$ 에 대하여 $n(A) + n(B) + n(C)$ 를 구하여라.

[배점 4, 중중]

▶ 답:

▶ 정답: 12

해설

$$A = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\} \text{ 이므로 } n(A) = 6$$

$$B = \{1, 3, 5, 7, 9, 11\} \text{ 이므로 } n(B) = 6$$

$$C = \{x \mid x \text{는 } 12 \times x = 1 \text{을 만족하는 자연수}\} = \emptyset \text{ 이므로 } n(C) = 0$$

$$\therefore n(A) + n(B) + n(C) = 6 + 6 + 0 = 12$$

7. $A = \{x \mid x \text{는 홀수}\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 5 \text{의 약수}\}$,
 $C = \{x \mid x \text{는 자연수}\}$ 일 때, 다음 중 옳은 것은?

[배점 4, 중중]

- ① $C \subset A \subset B$ ② $A \subset B \subset C$
 ③ $B \subset A \subset C$ ④ $C \subset B \subset A$
 ⑤ $A \subset C \subset B$

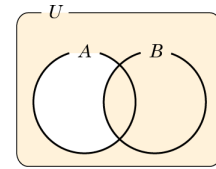
해설

$A = \{1, 3, 5, \dots\}$, $B = \{1, 5\}$, $C = \{1, 2, 3, \dots\}$

따라서 ③ $B \subset A \subset C$

8. 전체집합 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여

$A = \{x \mid x \text{는 } 5 \text{ 이하의 홀수}\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 4 \text{의 약수}\}$
 일 때, 다음 벤 다이어그램에서 색칠된 부분을 나타내는 집합은?

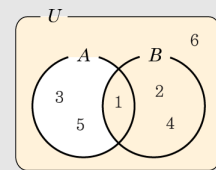


[배점 4, 중중]

- ① $\{1, 2, 4\}$ ② $\{1, 2, 6\}$
 ③ $\{1, 3, 6\}$ ④ $\{1, 2, 4, 6\}$
 ⑤ $\{1, 2, 5, 6\}$

해설

$A = \{1, 3, 5\}$, $B = \{1, 2, 4\}$ 이므로



색칠한 부분은 $\{1, 2, 4, 6\}$ 이다.

9. 200 이하의 자연수 중에서 2의 배수 또는 3의 배수인 수의 개수를 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 133 개

해설

2의 배수인 집합을 A 라 하고, 3의 배수인 집합을 B 라 하자.

2의 배수이면서 3의 배수인 집합은 $A \cap B$ 이다.
2의 배수이거나 3의 배수인 수, 즉 $A \cup B$ 를 구하는 것이다.

$$n(A) = 100, n(B) = 66, n(A \cap B) = 33 \text{ 이므로}$$

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$x = 100 + 66 - 33$$

$$x = 133$$

10. 3학년 3반 33명의 학생 중에서 컴퓨터를 가지고 있는 학생이 25명, 자신의 홈페이지를 가지고 있는 학생이 10명, 컴퓨터와 홈페이지의 어느 것도 가지고 있지 않은 학생이 3명이다. 컴퓨터와 홈페이지를 모두 가지고 있는 학생 수는? [배점 4, 중중]

- ① 3명 ② 5명 ③ 7명
④ 9명 ⑤ 11명

해설

컴퓨터를 가지고 있는 학생을 집합 A 라 하고, 자신의 홈페이지를 가지고 있는 학생을 집합 B 라 하자.

컴퓨터와 홈페이지의 어느 것도 가지고 있지 않은 학생이 3명이므로 합집합의 원소의 개수는 $33 - 3 = 30$ 이다.

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$30 = 25 + 10 - x$$

$$x = 5$$

11. 집합 $A = \{0, 1, 2, 3\}$ 를 조건제시법으로 나타낸 것 중 옳지 않은 것은? [배점 5, 중상]

- ① $A = \{x \mid 0 \leq x \leq 3 \text{인 정수}\}$
② $A = \{x \mid -1 < x \leq 3 \text{인 정수}\}$
③ $A = \{x \mid x \text{는 자연수를 4로 나눈 나머지}\}$
④ $A = \{x \mid 0 \leq x < 4 \text{인 수}\}$
⑤ $A = \{x \mid 0 < x \leq 3 \text{인 자연수}\}$

해설

- ④ $\{x \mid 0 \leq x < 4 \text{인 수}\}$ 에는 0, 1, 2, 3 이외에도 $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, 2, 5, \dots$ 등 무수히 많은 원소가 있다.

12. 세 집합 A, B, C 에 대하여 $n(A) = 15, n(B) = 8, n(C) = 7, n(A \cap B) = 3, A \cap C = \emptyset, n(B \cap C) = 3$ 일 때, $n(A \cup B \cup C)$ 의 값을 구하여라.

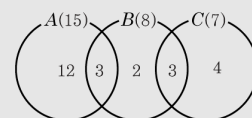
[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 24

해설

주어진 조건을 벤 다이어그램으로 나타내면 다음과 같다.



$$\therefore n(A \cup B \cup C) = 24$$

13. 전체집합 U 의 공집합이 아닌 두 부분집합 A, B 에 대하여 $(A \cap B^C) \cup (B \cap A^C) = \emptyset$ 일 때, $n(A) - n(B)$ 와 같은 값을 모두 고르면? (정답 3 개)
[배점 5, 중상]

- ① $n((A \cup B) - n(A \cap B))$
 ② $n(\emptyset)$
 ③ $n(B) - n(A)$
 ④ $n(A)$
 ⑤ $n(B)$

해설

$(A \cap B^C) \cup (B \cap A^C) = (A - B) \cup (B - A) = \emptyset$
 이므로 $A - B = \emptyset, B - A = \emptyset$ 이다.
 따라서 $A \subset B, B \subset A$ 이므로 $A = B$ 이다.
 따라서 $n(A) - n(B) = 0$ 이고,
 ① $n((A \cup B) - n(A \cap B)) = 0$
 ② $n(\emptyset) = 0$
 ③ $n(B) - n(A) = 0$ 이다.

14. 전체집합 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 의 두 부분집합 $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{4, 5, 6\}$ 에 대하여 $B \cap X = B$, $(A - B) \cap X = \{1, 3\}$ 을 만족하는 U 의 부분집합 X 의 개수를 구하여라.
[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 2 개

해설

$U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$,
 $A = \{1, 2, 3, 4\}$,
 $B = \{4, 5, 6\}$ 이고,
 $B \cap X = B \Rightarrow B \subset X$,
 $(A - B) \cap X = \{1, 3\} \rightarrow \{1, 2, 3\} \cap X = \{1, 3\}$
 이므로
 X 는 원소 1, 3, 4, 5, 6 을 반드시 포함하는 집합 U 의 부분집합이다.
 따라서 집합 X 의 개수는 $2^{6-5} = 2$ (개)

15. 집합 $A = \{2, 4, 5, 8\}$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?
[배점 5, 상하]

- ① $2 \in A$ ② $\{5\} \subset A$
 ③ $0 \in A$ ④ $\{5, 8\} \subset A$
 ⑤ $\{1, 2, 4\} \not\subset A$

해설

집합 A 의 원소 중에 0은 없으므로 $0 \notin A$ 이여야 한다.