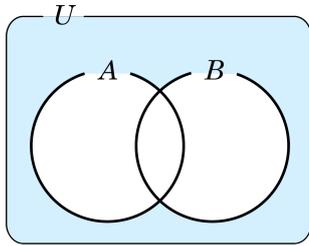


3. 다음 벤 다이어그램에서 $n(U) = 31$, $n(A) = 23$, $n(B) = 12$, $n(A \cap B) = 6$ 일 때, 색칠한 부분이 나타내는 집합의 원소의 개수를 구하여라.



[배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 2개

해설

주어진 벤 다이어그램의 색칠한 부분이 나타내는 집합은 $(A \cup B)^c$ 이다.

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) = 23 + 12 - 6 = 29$$

$$\therefore n((A \cup B)^c) = n(U) - n(A \cup B) = 31 - 29 = 2 \text{ (개)}$$

4. 세 집합 A, B, C 에 대하여 $A \subset B$ 이다. 다음 중 $A \subset C$ 가 되는 경우는? [배점 4, 중중]

- ① $B = \{x \mid x \text{는 } 8 \text{의 약수}\}$,
 $C = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{보다 작은 짝수}\}$
- ② $A = \{x \mid x \text{는 } 6 \text{의 배수}\}$,
 $C = \{x \mid x \text{는 } 12 \text{의 배수}\}$
- ③ $B = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{보다 작은 홀수}\}$,
 $C = \{x \mid x \text{는 홀수}\}$
- ④ $A = \{\emptyset\}$, $C = \emptyset$
- ⑤ $A = \{1, 3, 5, 7\}$, $C = \{1, 5, 9, 11\}$

해설

$A \subset B$ 이므로, $B \subset C$ 일 때, $A \subset C$ 의 포함 관계가 성립한다.

- ① $B = \{1, 2, 4, 8\}$, $C = \{2, 4, 6, 8\}$ 이므로 포함 관계 없음.
- ② $A = \{6, 12, 18, \dots\}$, $C = \{12, 24, \dots\}$ 이므로 $C \subset A$
- ③ $B = \{1, 3, 5, 7, 9\}$, $C = \{1, 3, 5, \dots\}$ 이므로 $B \subset C$
- ④ $A = \{\emptyset\}$, $C = \emptyset$ 이므로 $C \subset A$
- ⑤ $A = \{1, 3, 5, 7\}$, $C = \{1, 5, 9, 11\}$ 이므로 포함 관계 없음.

5. 다음 중 옳은 것은?

[배점 4, 중중]

- ① $A \cup \emptyset = \emptyset$
- ② $A \cap B = B \cup A$
- ③ $A \subset (A \cap B)$
- ④ $(A \cup B) \subset A$
- ⑤ $A \subset B$ 이면 $A \cup B = B$

해설

- ① $A \cup \emptyset = A$
- ② $A \cap B = B \cap A, A \cup B = B \cup A$
- ③ $(A \cap B) \subset A$
- ④ $A \subset (A \cup B)$

6. 우리 반 학생 47 명 중에서 경주에 가 본 학생이 17 명, 부산에 가 본 학생이 23 명, 경주에도 부산에도 가보지 못한 학생이 10 명일 때, 경주와 부산에 모두 가 본 학생을 몇 명인가?

[배점 4, 중중]

- ① 1명 ② 3명 ③ 5명
- ④ 7명 ⑤ 9명

해설

경주에 가 본 학생을 집합 A 라 하고, 부산에 가 본 학생을 집합 B 라 하자.
 경주에도 부산에도 가보지 못한 학생이 10 명이므로 $n(A \cup B) = 47 - 10 = 37$ 이다.
 $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$
 $37 = 17 + 23 - x$
 $x = 3$ 이다.
 그러므로 경주와 부산에 모두 가 본 학생, 즉 $n(A \cap B) = 3$

7. $U = \{x \mid x \text{는 } 20 \text{ 이하의 자연수}\}, A = \{x \mid x \text{는 } 8 \text{의 약수}\}, B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 일 때, 옳은 것은? [배점 5, 중상]

- ① $n(A \cup B) = 5$
- ② $n(A \cap B) = 4$
- ③ $n(A \cap B^c) = 1$
- ④ $n(B^c - A) = 13$
- ⑤ $n(A - B) + n(B - A) = 3$

해설

$U = \{1, 2, 3, \dots, 20\}, A = \{1, 2, 4, 8\}, B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$

- ① $n(A \cup B) = n(\{1, 2, 3, 4, 5, 8\}) = 6$
- ② $n(A \cap B) = n(\{1, 2, 4\}) = 3$
- ③ $n(A \cap B^c) = n(\{8\}) = 1$
- ④ $n(B^c - A) = n(\{6, 7, 9, 10, 11, \dots, 20\}) = 14$
- ⑤ $n(A - B) + n(B - A) = n(\{8\}) - n(\{3, 5\}) = 1 - 2 = -1$

8. 집합 $A = \{0, 1, 2, 3\}$ 를 조건제시법으로 나타낸 것 중 옳지 않은 것은? [배점 5, 중상]

- ① $A = \{x \mid 0 \leq x \leq 3 \text{인 정수}\}$
- ② $A = \{x \mid -1 < x \leq 3 \text{인 정수}\}$
- ③ $A = \{x \mid x \text{는 자연수를 4로 나눈 나머지}\}$
- ④ $A = \{x \mid 0 \leq x < 4 \text{인 수}\}$
- ⑤ $A = \{x \mid 0 < x \leq 3 \text{인 자연수}\}$

해설

④ $\{x \mid 0 \leq x < 4 \text{인 수}\}$ 에는 0, 1, 2, 3 이외에도 $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, 2, 5, \dots$ 등 무수히 많은 원소가 있다.

9. 전체집합 $U = \{x \mid x \text{는 40 보다 작은 5의 배수}\}$ 에 대하여 부분집합 A, B 가 다음 조건을 만족할 때, 집합 A 를 구하여라.

$$\begin{aligned} A \cap B &= \{15, 25, 35\} \\ A^C \cap B &= \{10, 20, 30\} \\ (A \cup B)^C &= \emptyset \end{aligned}$$

[배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: $A = \{5, 15, 25, 35\}$

해설

$$\begin{aligned} U &= \{x \mid x \text{는 40 보다 작은 5의 배수}\} = \{5, 10, 15, 20, 25, 30, 35\} \\ A^C \cap B &= B - A = \{10, 20, 30\} \\ A \cap B &= \{15, 25, 35\} \text{ 이고, } (A \cup B)^C = \emptyset \text{ 이므로} \\ A &= \{5, 15, 25, 35\} \end{aligned}$$

10. 두 집합 A, B 에 대하여 $n(A) = 23, n(B) = 39, n(A \cup B) = 62$ 일 때, 다음 안에 들어갈 수 있는 기호가 아닌 것을 모두 고르면?

보기

$$A - B \quad \square \quad A$$

[배점 5, 중상]

- ① \in ② \subset ③ \supset ④ $\not\subset$ ⑤ $=$

해설

$$\begin{aligned} n(A \cup B) &= n(A) + n(B) - n(A \cap B) \\ 62 &= 23 + 39 - n(A \cap B) \text{에서 } n(A \cap B) = 0 \text{이므로} \\ A \cap B &= \emptyset \text{이다.} \\ A - B \quad \square \quad A \text{에서 } \square \text{안에 들어갈 수 있는 기호는} \\ &\subset, \supset, = \text{이다.} \end{aligned}$$

11. 진수네 반에서 동생이 있는 학생은 모두 25 명이다. 이 중에서 남동생이 있는 학생이 18 명, 여동생이 있는 학생이 15 명이었다. 남동생과 여동생이 모두 있는 학생은 몇 명인지 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 8 명

해설

남동생과 여동생이 있는 집합을 각각 A, B 라 하면

$$\begin{aligned} n(A) &= 18, \quad n(B) = 15, \quad n(A \cup B) = 25 \\ n(A \cap B) &= 18 + 15 - 25 = 8 \end{aligned}$$

12. 집합 $P = \{p_1, p_2, p_3, \dots, p_N\}$ 에 대하여 $f(P) = p_1 + p_2 + p_3 + \dots + p_N$ 이라 정의한다.

집합 $A = \{3, 6, 9, 12\}$ 의 부분집합을 $A_1, A_2, A_3, \dots, A_{16}$ 이라 할 때, $f(A_1) + f(A_2) + f(A_3) + \dots + f(A_{16})$ 의 값을 구하여라.

[배점 5, 상하]

▶ 답:

▶ 정답: 240

해설

$A = \{3, 6, 9, 12\}$ 의 부분집합을 $A_1, A_2, A_3, \dots, A_{16}$ 이라 두면,

집합 A 의 모든 부분집합에서 하나의 원소는 모두 $2^{4-1} = 8$ (번) 씩 나온다.

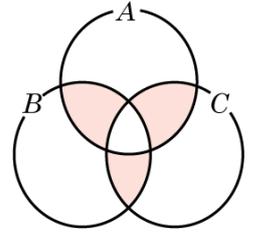
따라서 $f(A_1) + f(A_2) + f(A_3) + \dots + f(A_{16}) = 8 \times (3 + 6 + 9 + 12) = 240$

13. 1 에서 100 까지의

자연수 중에서 $A = \{x \mid x \text{는 } 2 \text{의 배수}\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 3 \text{의 배수}\}$, $C = \{x \mid x \text{는 } 5 \text{의 배수}\}$ 일 때,

다음 벤 다이어그램에 색칠된

부분에 속하는 원소의 개수를 구하여라.



[배점 5, 상하]

▶ 답:

▶ 정답: 23 개

해설

부분 ①, ②, ③ 의

원소의 개수를 a, b, c 라

하면 $a = n(A \cap B) - n(A \cap B \cap C) \dots \textcircled{1}$, $b = n(B \cap C) - n(A \cap B \cap C) \dots \textcircled{2}$, $c = n(C \cap A) - n(A \cap B \cap C) \dots \textcircled{3}$

$a \cap b = \{x \mid x \text{는 } 6 \text{의 배수}\} \therefore n(A \cap B) = 16$,

$B \cap C = \{x \mid x \text{는 } 15 \text{의 배수}\} \therefore n(B \cap C) = 6$

$C \cap A = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{의 배수}\} \therefore n(C \cap A) = 10$

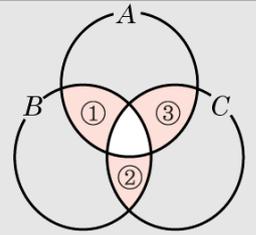
$A \cap B \cap C = \{x \mid x \text{는 } 30 \text{의 배수}\} \therefore n(A \cap B \cap C) = 3$

$\textcircled{1}, \textcircled{2}, \textcircled{3}$ 에 의해

$a + b + c$

$= n(A \cap B) + n(B \cap C) + n(C \cap A) - 3 \times n(A \cap B \cap C)$

$= 16 + 6 + 10 - 9 = 23$



14. 집합 $A_n = \{x | 2n - 1 \leq x \leq 2n + 1, n \text{은 자연수}\}$ 에 대하여 $n(A_3 \cup A_4 \cup A_5 \cup \dots \cup A_{10})$ 의 값을 구하여라.
[배점 5, 상하]

▶ 답:

▷ 정답: 17

해설

$$\begin{aligned} A_3 &= \{x | 5 \leq x \leq 7\}, \\ A_4 &= \{x | 7 \leq x \leq 9\}, \\ A_5 &= \{x | 9 \leq x \leq 11\}, \\ &\vdots \\ A_{10} &= \{x | 19 \leq x \leq 21\}, \\ A_3 \cup A_4 \cup A_5 \cup \dots \cup A_{10} &= \{x | 5 \leq x \leq 21\}, \\ \therefore n(A_3 \cup A_4 \cup A_5 \cup \dots \cup A_{10}) &= 17 \end{aligned}$$

15. 집합 P 에 대하여 $P[x]$ 를

(1) $x \in P$ 이면 $P[x] = \{-x + 1, 0, x - 1\}$

(2) $x \notin P$ 이면 $P[x] = \{1, x, x^2\}$ 이라고 정의한다.

두 집합 $A = \{x | x \text{는 소수인 자연수}\}$, $B = \{3x - 1 | x \text{는 자연수}\}$ 일 때, 집합 $(A - B)[2] \cup (B - A)[8]$ 의 원소의 총합을 구하여라. [배점 6, 상중]

▶ 답:

▷ 정답: 7

해설

$$\begin{aligned} A &= \{x | x \text{는 소수인 자연수}\} = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, \dots\} \\ B &= \{3x - 1 | x \text{는 자연수}\} = \{2, 5, 8, 11, 14, 17, 20, 23, \dots\} \\ 2 \notin A - B &\text{이므로 } (A - B)[2] = \{1, 2, 4\} \text{ 이고,} \\ 8 \in B - A &\text{이므로 } (B - A)[8] = \{-7, 0, 7\} \text{ 이다.} \\ \text{따라서} \\ (A - B)[2] \cup (B - A)[8] &= \{-7, 0, 1, 2, 4, 7\} \\ \text{이고,} \\ \text{원소의 총합은 } 7 &\text{ 이다.} \end{aligned}$$