확인중 (제곱근과실수)

1. 다음 중 부등식 $4 < \sqrt{x} \leq 5$ 를 만족하는 자연수 x 가 아닌 것은? [배점 2, 하중]

① 18 ② 20 ③ 22 ④ 24 ⑤ 26

해설

$4 = \sqrt{16} < \sqrt{x} \leq 5 = \sqrt{25}$

$\therefore x = 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25$

2. 다음 중 $\sqrt{3}$ 와 $\sqrt{11}$ 사이에 있는 무리수는? [배점 2, 하중]

① $\sqrt{3} - 1$ ② $2\sqrt{3}$

③ $\sqrt{11} - 3$ ④ $\sqrt{3} + 3$

⑤ $\dfrac{\sqrt{3} + \sqrt{11}}{2}$

해설

$2\sqrt{3} = \sqrt{12}$, $\sqrt{3} < \dfrac{\sqrt{3} + \sqrt{11}}{2} < \sqrt{11}$

3. $6 < \sqrt{8x^2} < 10$ 이 성립할 때, 정수 x 의 값을 모두 구하여라. [배점 2, 하중]

▶ 답:

▷ 정답: ± 3

해설

$6 < \sqrt{8x^2} < 10$

$36 < 8x^2 < 100$

$4.5 < x^2 < 12.5$

$\therefore x = \pm 3$

4. 다음 중 대소비교가 옳은 것을 모두 고르면?

㉠ $\sqrt{5} - \sqrt{2} < \sqrt{5}$

㉡ $4 - \sqrt{5} > 3 - \sqrt{6}$

㉢ $\sqrt{5} - \sqrt{2} < \sqrt{5} - 1$

[배점 2, 하중]

① ㉠ ② ㉠,㉡ ③ ㉡,㉢

④ ㉠,㉢ ⑤ ㉠,㉡,㉢

해설

㉠ $\sqrt{5} - \sqrt{2} - \sqrt{5} = -\sqrt{2} < 0$

$\therefore \sqrt{5} - \sqrt{2} < \sqrt{5})$

㉡ $4 - \sqrt{5} - (3 - \sqrt{6}) = 1 - \sqrt{5} + \sqrt{6} = \sqrt{6} - \sqrt{5} + 1 > 0$

$\therefore 4 - \sqrt{5} > 3 - \sqrt{6})$

㉢ $\sqrt{5} - \sqrt{2} - (\sqrt{5} - 1) = -\sqrt{2} + 1 < 0$

$\therefore \sqrt{5} - \sqrt{2} < \sqrt{5} - 1)$

5. $\sqrt{x}$ 이하의 자연수의 개수를 $N(x)$ 라고 하면, $2 < \sqrt{5} < 3$ 이므로 $N(5) = 2$ 이다.

이 때, $N(1) + N(2) + N(3) + \cdots + N(10)$ 의 값은? [배점 3, 하상]

① -10 ② 14 ③ 16

④ 19 ⑤ 25

해설

$\sqrt{1} = 1$, $\sqrt{4} = 2$, $\sqrt{9} = 3$ 이므로

$N(1) = N(2) = N(3) = 1$

$N(4) = N(5) = \cdots = N(8) = 2$

$N(9) = N(10) = 3$

$\therefore 1 \times 3 + 2 \times 5 + 3 \times 2 = 19$

6. 다음 중 제곱근을 구할 수 있는 수를 모두 고르면?

[배점 3, 하상]

① 7 ② 3 ③ -25

④ -9 ⑤ -4

해설

(7의 제곱근) $= \pm\sqrt{7}$, (3의 제곱근) $= \pm\sqrt{3}$

제곱해서 음수가 되는 수는 없으므로 음수의 제곱근은 없다.

7. 다음 중 x 가 2 의 제곱근임을 나타내는 식은?

[배점 3, 하상]

① $x = \sqrt{2}$ ② $x = 2^2$ ③ $x^2 = 2$

④ $2 = \sqrt{x}$ ⑤ $x = \sqrt{2^2}$

해설

x 가 a 의 제곱근일 때 (단, $a \geq 0$)

$x^2 = a$

8. 다음 보기 중 제곱근을 바르게 구한 것을 모두 고르면?

보기

㉠ 36 의 음의 제곱근 $\rightarrow -6$

㉡ 5 의 제곱근 $\rightarrow \pm\sqrt{5}$

㉢ $(-3)^2$ 의 제곱근 $\rightarrow 3$

㉣ $\sqrt{16}$ 의 제곱근 $\rightarrow \pm 4$

[배점 3, 하상]

① ㉠, ㉡ ② ㉠, ㉢ ③ ㉡, ㉢

④ ㉡, ㉣ ⑤ ㉢, ㉣

해설

㉢ $(-3)^2$ 의 제곱근 $\rightarrow 9$ 의 제곱근 $\rightarrow \pm 3$

㉣ $\sqrt{16}$ 의 제곱근 $\rightarrow 4$ 의 제곱근 $\rightarrow \pm 2$

9. 다음 중 두 수의 대소 관계가 옳은 것의 개수는?

보기

㉠ $\sqrt{37}-1<6$

㉡ $\sqrt{2}+4<\sqrt{3}+4$

㉢ $-\sqrt{(-3)^2}+2>-\sqrt{10}-1$

㉣ $\frac{1}{2}<\frac{1}{\sqrt{2}}$

㉤ $4-\sqrt{2}>2+\sqrt{2}$

[배점 3, 하상]

① 1개 ② 2개 ③ 3개

④ 4개 ⑤ 5개

해설

㉤ $4-\sqrt{2}-2-\sqrt{2}=2-2\sqrt{2}=\sqrt{4}-\sqrt{8}<0$

$\therefore 4-\sqrt{2}<2+\sqrt{2}$

10. 다음 중 대소 관계가 옳은 것은? [배점 3, 하상]

① $4-\sqrt{2}<2$

② $2-\sqrt{7}<\sqrt{3}-\sqrt{7}$

③ $-\sqrt{15}>-4$

④ $-\sqrt{3}-\sqrt{10}<-\sqrt{10}-3$

⑤ $\sqrt{2}+1>\sqrt{3}+1$

해설

① $4-\sqrt{2}-2=2-\sqrt{2}=\sqrt{4}-\sqrt{2}>0$

$\therefore\ 4-\sqrt{2}>2$

② $2-\sqrt{7}-\left(\sqrt{3}-\sqrt{7}\right)=2-\sqrt{3}=\sqrt{4}-\sqrt{3}>0$

$\therefore\ 2-\sqrt{7}>\sqrt{3}-\sqrt{7}$

③ $-\sqrt{15}-(-4)>0$

④ $-\sqrt{3}-\sqrt{10}-\left(-\sqrt{10}-3\right)=-\sqrt{3}+3$

$=-\sqrt{3}+\sqrt{9}>0$

$\therefore\ -\sqrt{3}-\sqrt{10}>-\sqrt{10}-3$

⑤ $\sqrt{2}+1-\left(\sqrt{3}+1\right)=\sqrt{2}-\sqrt{3}<0$

$\therefore\ \sqrt{2}+1<\sqrt{3}+1$

11. $\sqrt{x}$ 이하의 자연수의 개수를 $N(x)$ 라고 하면 $2<\sqrt{5}<3$ 이므로 $N(5)=2$ 이다.

이 때, $N(1)+N(2)+\cdots+N(9)+N(10)$ 의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 19

해설

$\sqrt{4}=2,\ \sqrt{9}=3$ 이므로

$N(1), N(2), N(3)=1$

$N(4), N(5), \cdots, N(8)=2$

$N(9),\ N(10)=3$

$\therefore\ N(1)+N(2)+\cdots+N(9)+N(10)=1\times 3+2\times 5+3\times 2=19$

12. $\sqrt{x}$ 이하의 자연수의 개수를 $N(x)$ 라고 하면 $2 < \sqrt{5} < 3$ 이므로 $N(5) = 2$ 이다.
이 때, $N(8) + N(9) + \cdots + N(19) + N(20)$ 의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 43

해설

$\sqrt{9} = 3$, $\sqrt{16} = 4$ 이므로
$N(8) = 2$
$N(9)$, $N(10)$, $\cdots$, $N(15) = 3$
$N(16)$, $N(17)$, $\cdots$, $N(20) = 4$
$\therefore N(8) + N(9) + \cdots + N(19) + N(20) = 2 + 3 \times 7 + 4 \times 5 = 43$

13. $\sqrt{42} < \sqrt{3x} < \sqrt{360}$ 을 만족하는 x 중에서 $\sqrt{3x}$ 가 자연수가 되도록 하는 x 는 몇 개인가? [배점 3, 중하]

① 4 개 ② 5 개 ③ 6 개
④ 7 개 ⑤ 8 개

해설

$\sqrt{42} < \sqrt{3x} < \sqrt{360} \rightarrow 14 < x < 120$
$\sqrt{3x}$ 가 자연수가 되려면
$x = 3 \times$ (제곱수) 이어야 한다.
조건에 맞는 x 의 값을 구하면
$27, 48, 75, 108$ 이다.

14. $\sqrt{15} < \sqrt{2x} < \sqrt{250}$ 을 만족하는 x 중에서 $\sqrt{2x}$ 가 자연수가 되도록 하는 x 는 몇 개인지 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 6 개

해설

$\sqrt{15} < \sqrt{2x} < \sqrt{250} \rightarrow 7.5 < x < 125$
$\sqrt{2x}$ 가 자연수가 되려면
$x = 2 \times$ (제곱수) 이어야 한다.
조건에 맞는 x 의 값을 구하면
$8, 18, 32, 50, 72, 98$ 이다.

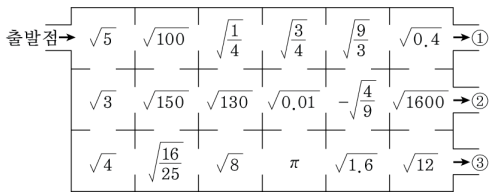
15. 다음 식을 만족하는 x의 값 중에서 유리수가 아닌 것을 고르면? [배점 3, 중하]

① $\frac{\sqrt{x}}{3} = \frac{1}{6}$ ② $\sqrt{2x} = 4$
③ $\frac{x^2}{6} = \frac{1}{3}$ ④ $2x + 1 = 1$
⑤ $2x - 1 = 0.\dot{7}$

해설

③ $\frac{x^2}{6} = \frac{1}{3}$ 이면 $x^2 = 2$
$\therefore x = \pm\sqrt{2}$ 이다.

16. 다음 그림에서 출발점부터 시작하여 무리수를 찾아 나가면 몇 번 문으로 나오게 되는지 말하여라.



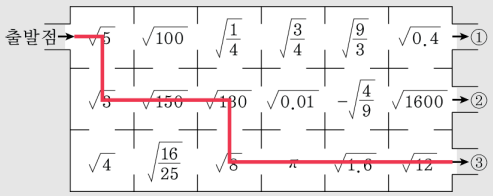
[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$\sqrt{5}$, $\sqrt{3}$, $\sqrt{150}$, $\sqrt{8}$, $\sqrt{130}$, $\sqrt{\frac{3}{4}}$, π, $\sqrt{\frac{9}{3}}$, $\sqrt{1.6}$, $\sqrt{0.4}$, $\sqrt{12}$는 무리수이다.
출발점에서 연결하게 되면 다음 그림과 같다.



17. 다음 수를 큰 수부터 순서대로 나열할 때, 세 번째에 오는 수를 구하여라.

$\sqrt{5}$, $-\sqrt{3}$, 3, 1, $-\sqrt{5}$

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

3, $\sqrt{5}$, 1, $-\sqrt{3}$, $-\sqrt{5}$ 의 순서이므로 세 번째에 오는 수는 1 이다.

18. 자연수 x 에 대하여 집합 $A = \{x|6 < x \leq 10\}$, $B = \{x|2 \leq \sqrt{x} < 3\}$ 의 교집합 $A \cap B$ 의 모든 원소를 구하여라 [배점 4, 중중]

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

▷ 정답 : 8

해설

$A = \{7, 8, 9, 10\}$, $B = \{4, 5, 6, 7, 8\}$
$A \cap B = \{7, 8\}$

19. 실수 a, b 에 대하여 $a < 0$, $ab < 0$ 일 때, $\sqrt{(2a-b)^2} + \sqrt{a^2} - \sqrt{(b-a)^2}$ 을 간단히 하면? [배점 4, 중중]

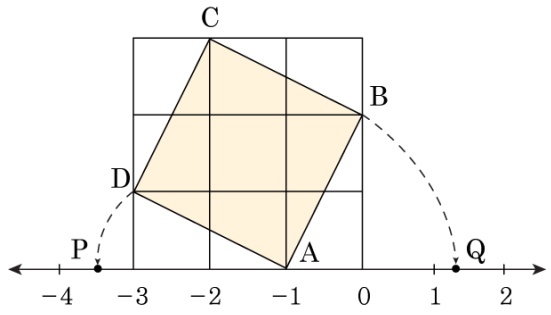
① $-4a + 2b$ ② $-2a - 2b$ ③ $-2a + 2b$

④ $-2a$ ⑤ $4a - 2b$

해설

$a < 0$, $b > 0$ 이므로 $2a - b < 0$, $b - a > 0$
$\sqrt{(2a-b)^2} + \sqrt{a^2} - \sqrt{(b-a)^2} = -2a + b - a - b + a = -2a$

20. 정사각형 ABCD 가 다음 그림과 같을 때, 수직선 위의 점 P, Q 에 대응하는 좌표를 각각 p, q 라 할 때, $p-q$ 의 값이 $a\sqrt{b}$ 이다. $a+b$ 의 값을 구하시오. (단, 모눈 한 칸은 한 변의 길이가 1인 정사각형이다.)



[배점 4, 중중]

▶ 답:

▷ 정답: 3

해설

□ABCD 의 면적이 5 이므로 □ABCD 한 변의 길이가 $\sqrt{5}$ 이다.

$p=-1-\sqrt{5}$, $q=-1+\sqrt{5}$

$\therefore\ p-q=-1-\sqrt{5}+1-\sqrt{5}=-2\sqrt{5}$ 이므로

$a+b=3$ 이다.

21. 다음 보기에서 제곱근을 구한 것 중 바르지 <u>않은</u> 것을 모두 고르면?

보기

㉠ 49 의 음의 제곱근 → −7

㉡ 1 의 제곱근 → 1

㉢ $\sqrt{4}$ 의 제곱근 → ±2

㉣ $(-5)^2$ 의 제곱근 → ±5

[배점 4, 중중]

① ㉠, ㉡ ② ㉠, ㉢ ③ ㉡, ㉢

④ ㉡, ㉣ ⑤ ㉢, ㉣

해설

㉡ 1 의 제곱근 → ±1

㉢ $\sqrt{4}$ 의 제곱근 → 2 의 제곱근 → $\pm\sqrt{2}$

22. $\sqrt{a^2}=4$ 일 때, a 의 값을 구하여라.

[배점 4, 중중]

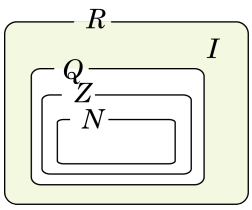
① 2 ② −2 ③ ±2 ④ 4 ⑤ ±4

해설

양변을 제곱하면, $a^2=16$

$\therefore\ a=\pm4$

23. 자연수, 정수, 유리수, 실수 전체의 집합을 각각 N, Z, Q, R 이라고 할 때, 다음 벤다이어그램에서 어두운 부분을 포함하는 집합을 나타낸 것은?



[배점 4, 중중]

① $Q \cap N$ ② $R - Q$ ③ $Q \cap Z$

④ $N \cup Z$ ⑤ $Q \cup Z$

해설

① $Q \cap N = N$

② $R - Q$

③ $Z \subset Q$ 이므로 $Q \cap Z = Z$

④ $N \subset Z$ 이므로 $N \cup Z = Z$

⑤ $Z \subset Q$ 이므로 $Q \cup Z = Q$

위의 어두운 부분은 무리수 집합이므로

답은 ②이다.

24. 자연수, 정수, 유리수, 무리수, 실수 전체의 집합을 차례로 N, Z, Q, I, R 라고 하자. 전체집합이 실수 전체의 집합일 때, 다음 보기 중 옳은 것을 모두 골라라.

보기

㉠ $Q \cup I = R$ ㉡ $Q^c = \varnothing$

㉢ $Q - I = \varnothing$ ㉣ $Z \cap N = N$

[배점 5, 중상]

▶ 답:

▶ 답:

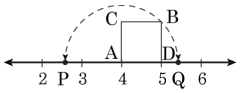
▷ 정답: ㉠

▷ 정답: ㉣

해설

㉠ $Q \cup I = R$ ㉡ $Q^c = I$ ㉢ $Q - I = Q$ ㉣ $Z \cap N = N$

25. 다음 그림과 같이 수직선 위의 점 A(4) 에서 점 B(5) 까지의 거리를 한 변으로 하는 정사각형 CADB 가 있다. 점 A 를 중심으로 하고 대각선 AB 를 반지름으로 하는 반원을 그려 수직선과 만나는 점을 각각 P(a) , Q(b) 라 할 때, $b - a$ 의 값을 구하면?



[배점 5, 중상]

① 0 ② $\sqrt{2}$ ③ $\sqrt{2}+2$

④ $2\sqrt{2}$ ⑤ $2\sqrt{2}-2$

해설

□CADB 넓이는 1 이므로 대각선의 길이는$\sqrt{2}$

$\therefore$ P$(4-\sqrt{2})$, Q$(4+\sqrt{2})$

따라서 $b-a = 4+\sqrt{2}-(4-\sqrt{2}) = 2\sqrt{2}$ 이다.