

단원 종합 평가

1. 집합 $B = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이상 } 20 \text{ 미만의 홀수}\}$, $A \cap B = \{13, 15, 17\}$, $A \cup B = \{10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20\}$ 일 때 집합 A를 구하면?

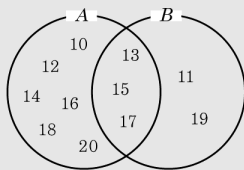
[배점 3, 하상]

- ① $\{13, 15\}$
 ② $\{13, 15, 17, 19, 20\}$
 ③ $\{10, 12, 14, 16, 18, 20\}$
 ④ $\{10, 14, 16, 18\}$
 ⑤ $\{10, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 20\}$

해설

조건제시법을 원소나열법으로 고쳐보면 $B = \{11, 13, 15, 17, 19\}$ 가 된다.

$A \cup B = \{10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20\}$, $A \cap B = \{13, 15, 17\}$ 이 성립하도록 벤 다이어그램에 그려보자.



그러므로 $A = \{10, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 20\}$ 이다.

2. 두 집합 A, B에 대하여 $n(A) = 21$, $n(B) = 14$, $n(A \cup B) = 29$ 일 때, $n(A \cap B)$ 의 값은?
 [배점 3, 하상]

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

해설

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$29 = 21 + 14 - n(A \cap B)$$

$$\therefore n(A \cap B) = 6$$

3. 다음 중 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 8 \text{의 약수}\}$ 의 부분집합을 모두 골라라.

- ㉠ $\{1\}$ ㉡ $\{1, 4\}$
 ㉢ $\{4, 10\}$ ㉣ $\{4, 8\}$
 ㉤ $\{8, 10\}$ ㉥ $\{1, 2, 4, 8\}$

[배점 3, 중하]

- ▶ 답 :
 ▶ 답 :
 ▶ 답 :
 ▶ 답 :

- ▶ 정답 : ㉠
 ▶ 정답 : ㉡
 ▶ 정답 : ㉣
 ▶ 정답 : ㉥

해설

집합 A 를 원소나열법으로 나타내면
 $A = \{1, 2, 4, 8\}$ 이고, 부분집합을 구하면
 $\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{4\}, \{8\}, \{1, 2\}, \{1, 4\}, \{1, 8\}, \{2, 4\}, \{2, 8\}, \{4, 8\}, \{1, 2, 4\}, \{1, 2, 8\}, \{2, 4, 8\}, \{1, 4, 8\}, \{1, 2, 4, 8\}$ 이다.
 따라서 $10 \notin A$ 이므로 부분집합은 ㉠, ㉡, ㉣, ㉥이다.

4. 다음 두 조건을 만족하는 두 집합 A, B 는?

$$A \cap B = A, \quad A \cup B = B$$

[배점 3, 중하]

- ① $A = \{1, 2, 3, 5\}, B = \{3, 5\}$
 ② $A = \{2, 4, 6, 8, 10\}, B = \{2, 4, 8\}$
 ③ $A = \{x \mid x \text{는 } 6 \text{의 약수}\}, B = \{x \mid x \text{는 } 12 \text{의 약수}\}$
 ④ $A = \{x \mid x \text{는 } 12 \text{의 약수}\}, B = \{x \mid x \text{는 } 9 \text{의 약수}\}$
 ⑤ $A = \{\text{대, 한, 민, 국}\}, B = \{\text{한, 국}\}$

해설

주어진 조건을 만족하려면 두 집합 A, B 는 $A \subset B$ 의 관계이어야 한다.

- ① $B \subset A$
 ② $B \subset A$
 ③ $A = \{1, 2, 3, 6\}, B = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$
 이므로 $A \subset B$
 ④ $A = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}, B = \{1, 3, 9\}$ 이므로 $A \not\subset B, B \not\subset A$
 ⑤ $B \subset A$

5. $n(A) = 14, n(B) = 23, n(A \cap B) = 7$ 일 때, $n(B - A) - n(A - B)$ 의 값은? [배점 3, 중하]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

해설

$$\begin{aligned} n(A - B) &= n(A) - n(A \cap B) \\ n(B - A) &= n(B) - n(A \cap B) \\ n(A - B) &= 14 - 7 = 7 \\ n(B - A) &= 23 - 7 = 16 \\ \therefore n(B - A) - n(A - B) &= 16 - 7 = 9 \end{aligned}$$

6. 세 집합

$$A = \{w, x, y, z\},$$

$$B = \{x \mid x \text{는 } 30 \text{ 미만의 } 30 \text{의 약수}\},$$

$$C = \{x \mid x \text{는 } 25 \text{ 이하의 소수}\} \text{ 일 때,}$$

$$n(A) + n(B) + n(C) \text{ 의 값을 구하여라.}$$

[배점 4, 중중]

▶ 답:

▶ 정답: 20

해설

$$B = \{1, 2, 3, 5, 6, 10, 15\}$$

$$C = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23\}$$

$$\therefore n(A) + n(B) + n(C) = 4 + 7 + 9 = 20$$

7. 10 보다 작은 소수의 집합을 A 라 할 때, 다음 중 옳은 것은? [배점 4, 중중]

① $3 \notin A$

② $7 \notin A$

③ $9 \in A$

④ $2 \in A$

⑤ $4 \in A$

해설

집합 A 의 원소는 2, 3, 5, 7 이므로

④ $2 \in A$ 이다.

8. 10 의 약수의 집합을 A 라고 할 때, 다음 중 옳지 않은 것을 모두 고르면? (정답 2 개) [배점 4, 중중]

① $1 \in A$

② $3 \in A$

③ $4 \notin A$

④ $5 \in A$

⑤ $6 \in A$

해설

집합 A 의 원소는 1, 2, 5, 10 이므로 3, 4, 6 은 집합 A 의 원소가 아니다. 따라서

① $3 \notin A$

⑤ $6 \notin A$ 이다.

9. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 6 \times x = 7 \text{을 만족하는 자연수}\}$ 의 부분집합의 개수를 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답:

▶ 정답: 1 개

해설

$A = \emptyset$ 이므로 모든 집합의 부분집합에는 $\emptyset$ 과 자기 자신이 포함되는데 $\emptyset$ 은 $\emptyset$ 과 자기 자신이 같으므로 집합 A 의 부분집합의 개수는 1 개이다.

10. 집합 $A = \{0, 2, \{4\}, \{6, 8\}, \emptyset\}$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은? [배점 4, 중중]

① $\emptyset \in A$

② $\{0, 2, \{4\}\} \subset A$

③ $n(A) = 5$

④ $\{4\} \subset A$

⑤ $\{6, 8\} \in A$

해설

④ $\{4\} \in A$

11. 집합 $A = \{0, 1, 2, 3\}$ 를 조건제시법으로 나타낸 것 중 옳지 않은 것은? [배점 5, 중상]

- ① $A = \{x \mid 0 \leq x \leq 3 \text{인 정수}\}$
- ② $A = \{x \mid -1 < x \leq 3 \text{인 정수}\}$
- ③ $A = \{x \mid x \text{는 자연수를 4로 나눈 나머지}\}$
- ④ $A = \{x \mid 0 \leq x < 4 \text{인 수}\}$
- ⑤ $A = \{x \mid 0 < x \leq 3 \text{인 자연수}\}$

해설

④ $\{x \mid 0 \leq x < 4 \text{인 수}\}$ 에는 0, 1, 2, 3 이외에도 $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, 2, 5, \dots$ 등 무수히 많은 원소가 있다.

12. 집합 $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 에 대하여 다음을 만족하는 집합 X 의 개수를 구하여라.

$$\{1, 3\} \subset X \subset A, n(X) = 4$$

[배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 3개

해설

X 는 원소 1, 3 을 뺀 $\{2, 4, 5\}$ 의 부분집합 중 원소의 개수가 2개인 부분집합에 원소 1, 3 을 포함시킨 $\{1, 2, 3, 4\}, \{1, 2, 3, 5\}, \{1, 3, 4, 5\}$ 의 3개이다.

13. 전체집합 $U = \{x \mid x \text{는 9 이하의 자연수}\}$ 의 두 부분 집합 $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}, B$ 에 대하여 집합 $(A \cup B) \cap (A \cap B)^c = \{1, 2, 9\}$ 를 만족하는 집합 B 는?

[배점 5, 중상]

- ① $\{2, 3, 4\}$
- ② $\{3, 4, 5\}$
- ③ $\{3, 4, 5, 6\}$
- ④ $\{3, 4, 5, 7\}$
- ⑤ $\{3, 4, 5, 9\}$

해설

$U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}, A = \{1, 2, 3, 4, 5\}, (A \cup B) \cap (A \cap B)^c = (A \cup B) - (A \cap B) = \{1, 2, 9\}$ 이므로 $A \cap B = \{3, 4, 5\}$ 이다.

따라서 집합 $B = \{3, 4, 5, 9\}$ 이다.

14. 전체집합 $U = \{x \mid x \leq 100 \text{인 자연수}\}$ 의 세 부분집합 $A = \{x \mid x \text{는 4의 배수}\}, B = \{x \mid x \text{는 5의 배수}\}, C = \{x \mid x \text{는 6의 배수}\}$ 에 대하여 $n((A^c \cap B) \cup (A - C))$ 를 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답:

▷ 정답: 32

해설

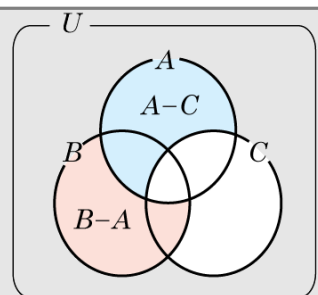
$B - A = B - A$ 이

므로 $(B - A) \cap (A - C) = \emptyset$

$\therefore n((A^c \cap B) \cup (A - C)) = n(A^c \cap B) + n(A - C)$

$n(A^c \cap B) = n(B - A) = n(B) - n(B \cap A)$
 $= 20 - 5 = 15$

$n(A - C) = n(A) - n(A \cap C) = 25 - 8 = 17$
 $\therefore 15 + 17 = 32$



15. 집합 S 의 부분집합 A, B 가 있다. $n(A \cap B) = 0$, $A^c = \{a, c, e\}$, $S - B = \{b, c, d, e, f\}$ 일 때, $n(A \cup B)$ 를 구하여라. [매점 5, 상하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 4

해설

$$A^c = \{a, c, e\}, S - B = B^c = \{b, c, d, e, f\},$$

$$A^c \cap B^c = (A \cup B)^c = \{c, e\},$$

$$n(A \cap B) = 0 \text{ 이므로}$$

$$A^c - (A \cup B)^c = B = \{a\},$$

$$B^c - (A \cup B)^c = A = \{b, d, f\},$$

$$\text{따라서 } A \cup B = \{a, b, d, f\},$$

$$\therefore n(A \cup B) = 4$$