단원 종합 평가

1. 집합 $B = \{x \mid x$는 10 이상 20 미만의 홀수$\}$, $A \cap B = \{13, 15, 17\}$, $A \cup B = \{10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20\}$ 일 때 집합 A를 구하면?

[배점 3, 하상]

① $\{13, 15\}$

② $\{13, 15, 17, 19, 20\}$

③ $\{10, 12, 14, 16, 18, 20\}$

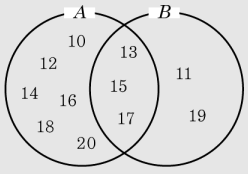
④ $\{10, 14, 16, 18\}$

⑤ $\{10, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 20\}$

해설

조건제시법을 원소나열법으로 고쳐보면 $B = \{11, 13, 15, 17, 19\}$ 가 된다.

$A \cup B = \{10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20\}$, $A \cap B = \{13, 15, 17\}$ 이 성립하도록 벤 다이어그램에 그려보자.



그러므로 $A = \{10, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 20\}$ 이다.

2. 두 집합 A, B 에 대하여 $n(A) = 21$, $n(B) = 14$, $n(A \cup B) = 29$ 일 때, $n(A \cap B)$ 의 값은?

[배점 3, 하상]

① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

해설

$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$

$29 = 21 + 14 - n(A \cap B)$

$\therefore n(A \cap B) = 6$

3. 다음 중 집합 $A = \{x \mid x$는 8의 약수$\}$의 부분집합을 모두 골라라.

㉠ $\{1\}$	㉡ $\{1,\ 4\}$
㉢ $\{4,\ 10\}$	㉣ $\{4,\ 8\}$
㉤ $\{8,\ 10\}$	㉥ $\{1,\ 2,\ 4,\ 8\}$

[배점 3, 중하]

▶ 답:
▶ 답:
▶ 답:
▶ 답:
▷ 정답: ㉠
▷ 정답: ㉡
▷ 정답: ㉣
▷ 정답: ㉥

해설

집합 A를 원소나열법으로 나타내면
$A = \{1,\ 2,\ 4,\ 8\}$이고, 부분집합을 구하면
$\varnothing$, $\{1\}$, $\{2\}$, $\{4\}$, $\{8\}$, $\{1,\ 2\}$, $\{1,\ 4\}$, $\{1,\ 8\}$, $\{2,\ 4\}$, $\{2,\ 8\}$, $\{4,\ 8\}$, $\{1,\ 2,\ 4\}$, $\{1,\ 2,\ 8\}$, $\{2,\ 4,\ 8\}$, $\{1,\ 4,\ 8\}$, $\{1,\ 2,\ 4,\ 8\}$이다.
따라서 $10 \notin A$이므로 부분집합은 ㉠, ㉡, ㉣, ㉥이다.

4. 다음 두 조건을 만족하는 두 집합 A, B는?

$$A \cap B = A, \quad A \cup B = B$$

[배점 3, 중하]

① $A = \{1,\ 2,\ 3,\ 5\}$, $B = \{3,\ 5\}$
② $A = \{2,\ 4,\ 6,\ 8,\ 10\}$, $B = \{2,\ 4,\ 8\}$
③ $A = \{x \mid x$는 6의 약수$\}$, $B = \{x \mid x$는 12의 약수$\}$
④ $A = \{x \mid x$는 12의 약수$\}$, $B = \{x \mid x$는 9의 약수$\}$
⑤ $A = \{$대, 한, 민, 국$\}$, $B = \{$한, 국$\}$

해설

주어진 조건을 만족하려면 두 집합 A, B는 $A \subset B$의 관계이어야 한다.
① $B \subset A$
② $B \subset A$
③ $A = \{1,\ 2,\ 3,\ 6\}$, $B = \{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 6,\ 12\}$ 이므로 $A \subset B$
④ $A = \{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 6,\ 12\}$, $B = \{1,\ 3,\ 9\}$ 이므로 $A \not\subset B$, $B \not\subset A$
⑤ $B \subset A$

5. $n(A) = 14$, $n(B) = 23$, $n(A \cap B) = 7$ 일 때, $n(B - A) - n(A - B)$ 의 값은? [배점 3, 중하]

① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

해설

$n(A - B) = n(A) - n(A \cap B)$
$n(B - A) = n(B) - n(A \cap B)$
$n(A - B) = 14 - 7 = 7$
$n(B - A) = 23 - 7 = 16$
$\therefore\ n(B - A) - n(A - B) = 16 - 7 = 9$

6. 세 집합

$A = \{w,\ x,\ y,\ z\}$,

$B = \{x \mid x$는 30 미만의 30의 약수$\}$,

$C = \{x \mid x$는 25 이하의 소수$\}$ 일 때,

$n(A) + n(B) + n(C)$ 의 값을 구하여라.

[배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 20

해설

$B = \{1,\ 2,\ 3,\ 5,\ 6,\ 10,\ 15\}$

$C = \{2,\ 3,\ 5,\ 7,\ 11,\ 13,\ 17,\ 19,\ 23\}$

$\therefore\ n(A) + n(B) + n(C) = 4 + 7 + 9 = 20$

7. 10 보다 작은 소수의 집합을 A 라 할 때, 다음 중 옳은 것은? [배점 4, 중중]

① $3 \notin A$ ② $7 \notin A$ ③ $9 \in A$

④ $2 \in A$ ⑤ $4 \in A$

해설

집합 A 의 원소는 2, 3, 5, 7 이므로

④ $2 \in A$ 이다.

8. 10 의 약수의 집합을 A 라고 할 때, 다음 중 옳지 않은 것을 모두 고르면? (정답 2 개) [배점 4, 중중]

① $1 \in A$ ② $3 \in A$ ③ $4 \notin A$

④ $5 \in A$ ⑤ $6 \in A$

해설

집합 A 의 원소는 1, 2, 5, 10 이므로 3, 4, 6 은 집합 A 의 원소가 아니다. 따라서

① $3 \notin A$

⑤ $6 \notin A$ 이다.

9. 집합 $A = \{x \mid x$는 $6 \times x = 7$을 만족하는 자연수$\}$ 의 부분집합의 개수를 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 1 개

해설

$A = \varnothing$ 이므로 모든 집합의 부분집합에는 $\varnothing$ 과 자기 자신이 포함되는데 $\varnothing$ 은 $\varnothing$ 과 자기 자신이 같으므로 집합 A 의 부분집합의 개수는 1 개이다.

10. 집합 $A = \{0,\ 2,\ \{4\},\ \{6,\ 8\},\ \varnothing\}$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?. [배점 4, 중중]

① $\varnothing \in A$ ② $\{0,\ 2,\ \{4\}\} \subset A$

③ $n(A) = 5$ ④ $\{4\} \subset A$

⑤ $\{6,\ 8\} \in A$

해설

④ $\{4\} \in A$

11. 집합 $A=\{0,\ 1,\ 2,\ 3\}$ 를 조건제시법으로 나타낸 것 중 옳지 <u>않은</u> 것은? [배점 5, 중상]

① $A=\{x \mid 0 \le x \le 3$인 정수$\}$

② $A=\{x \mid -1 < x \le 3$인 정수$\}$

③ $A=\{x \mid x$는 자연수를 4로 나눈 나머지$\}$

④ $A=\{x \mid 0 \le x < 4$인 수$\}$

⑤ $A=\{x \mid 0 < x \le 3$인 자연수$\}$

해설

④ $\{x \mid 0 \le x < 4$인 수$\}$에는 0, 1, 2, 3 이외에도 $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$, 2, 5, $\cdots$ 등 무수히 많은 원소가 있다.

12. 집합 $A=\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5\}$ 에 대하여 다음을 만족하는 집합 X 의 개수를 구하여라.

$$\{1,\ 3\} \subset X \subset A,\ n(X)=4$$

[배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 3 개

해설

X 는 원소 1, 3 을 뺀 $\{2,\ 4,\ 5\}$ 의 부분집합 중 원소의 개수가 2 개인 부분집합에 원소 1, 3 을 포함시킨 $\{1,\ 2,\ 3,\ 4\}$, $\{1,\ 2,\ 3,\ 5\}$, $\{1,\ 3,\ 4,\ 5\}$ 의 3 개이다.

13. 전체집합 $U=\{x \mid x$는 9 이하의 자연수$\}$ 의 두 부분집합 $A=\{1,2,3,4,5\}, B$ 에 대하여 집합 $(A\cup B)\cap(A\cap B)^c=\{1,2,9\}$ 를 만족하는 집합 B 는? [배점 5, 중상]

① $\{2,3,4\}$ ② $\{3,4,5\}$

③ $\{3,4,5,6\}$ ④ $\{3,4,5,7\}$

⑤ $\{3,4,5,9\}$

해설

$U=\{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$, $A=\{1,2,3,4,5\}$, $(A\cup B)\cap(A\cap B)^c=(A\cup B)-(A\cap B)=\{1,2,9\}$ 이므로 $A\cap B=\{3,4,5\}$ 이다.
따라서 집합 $B=\{3,4,5,9\}$ 이다.

14. 전체집합 $U=\{x \mid x \le 100$인 자연수$\}$ 의 세 부분집합 $A=\{x \mid x$는 4의 배수$\}$, $B=\{x \mid x$는 5의 배수$\}$, $C=\{x \mid x$는 6의 배수$\}$ 에 대하여 $n((A^c\cap B)\cup(A-C))$ 를 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답:

▷ 정답: 32

해설

$B-A=B-A$ 이므로 $(B-A)\cap(A-C)=\varnothing$

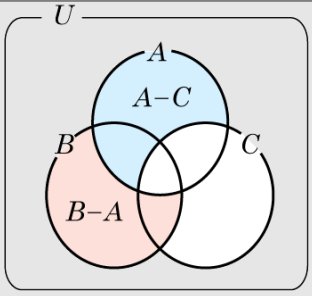
$\therefore n((A^c\cap B)\cup(A-C))=n(A^c\cap B)+n(A-C)$

$n(A^c\cap B)=n(B-A)=n(B)-n(B\cap A)$

$=20-5=15$

$n(A-C)=n(A)-n(A\cap C)=25-8=17$

$\therefore 15+17=32$



15. 집합 S 의 부분집합 A, B 가 있다. $n(A \cap B) = 0$, $A^c = \{a, c, e\}$, $S - B = \{b, c, d, e, f\}$ 일 때, $n(A \cup B)$ 를 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$A^c = \{a, c, e\}$, $S - B = B^c = \{b, c, d, e, f\}$,

$A^c \cap B^c = (A \cup B)^c = \{c, e\}$,

$n(A \cap B) = 0$ 이므로

$A^c - (A \cup B)^c = B = \{a\}$,

$B^c - (A \cup B)^c = A = \{b, d, f\}$,

따라서 $A \cup B = \{a, b, d, f\}$,

$\therefore n(A \cup B) = 4$