

단원 종합 평가

1. 다음 설명 중 옳은 것은?

[배점 3, 중하]

- ① $n(\emptyset) = 1$
- ② $n(\{a, b, c, d\}) = \{4\}$
- ③ $A = \{1, 2, 3\}$ 이면 $n(A) = 5$
- ④ $A = \{x \mid x \text{는 } 6 \text{의 약수}\}$ 이면 $n(A) = 4$
- ⑤ $A = \{x \mid x \text{는 } 1 \text{보다 작은 자연수}\}$ 이면 $n(A) = \emptyset$

해설

- ① 공집합은 원소의 개수가 0개이므로 $n(\emptyset) = 0$ 이다.
- ② $n(\{a, b, c, d\}) = 4$
- ③ $A = \{1, 2, 3\}$ 이면 $n(A) = 3$ 이다.
- ⑤ 집합 A 는 공집합이므로 $n(A) = 0$ 이다.

2. 경주는 다음과 같은 내용이 기록된 파일을 각각 아래 컴퓨터 폴더에 분류하여 저장하려고 한다. 다음 파일이 들어갈 폴더를 찾아라.



- A 파일
<100보다 작은 홀수의 모임>
1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, ..., 99
- B 파일
<1보다 크고 2보다 작은 분수의 모임>
 $\frac{3}{2}, \frac{4}{3}, \frac{5}{4}, \dots$
- C 파일
<2008 베이징 올림픽 채택종목>
수영, 역도, 마라톤, 레슬링, ...

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : A 파일 : 유한집합 폴더

▶ 정답 : B 파일 : 무한집합 폴더

▶ 정답 : C 파일 : 유한집합 폴더

해설

A 파일 : 100보다 작은 홀수의 모임을 집합으로 나타내면 $\{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, \dots, 99\}$ 이므로 유한집합,

B 파일 : 1보다 크고 2보다 작은 분수의 모임을 집합으로 나타내면 $\left\{\frac{3}{2}, \frac{4}{3}, \frac{5}{4}, \dots\right\}$ 이므로 무한집합,

C 파일 : 2008 베이징 올림픽 채택 종목을 집합으로 나타내면 {수영, 역도, 육상, 레슬링, ..., 마라톤} 이므로 유한집합이다.

따라서 무한집합 폴더에 들어갈 파일은 B 파일이고, 유한집합 폴더에 들어갈 파일은 A 파일과 C 파일이다.

3. 세 집합

$A = \{x | 0 < x < 1, x \text{는 홀수}\},$

$B = \{x | x \text{는 한 자리의 짝수}\},$

$C = \{x | x \text{는 3 이하의 자연수}\}$ 일 때,

$n(A) + n(B) + n(C)$ 를 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

$A = \{x | 0 < x < 1, x \text{는 홀수}\} = \emptyset$ 이므로

$n(A) = 0,$

$B = \{x | x \text{는 한자리의 짝수}\} = \{2, 4, 6, 8\}$ 이므로

$n(B) = 4,$

$C = \{x | x \text{는 3 이하의 자연수}\} = \{1, 2, 3\}$ 이므로

$n(C) = 3$ 이다.

따라서 $n(A) + n(B) + n(C) = 7$ 이다.

4. 두 집합 A, B 에 대하여 $A = \{x | x \text{는 6의 약수}\},$

$B = \{x | x \text{는 20의 약수}\}$ 일 때, $A \cap B$ 는?

[배점 4, 중중]

① $\{1, 2, 3, 10\}$

② $\{1, 2, 3, 6\}$

③ $\{2, 3, 4, 5\}$

④ $\{1, 2\}$

⑤ $\{1, 2, 3, 4, 6, 10, 20\}$

해설

$A \cap B$ 는 A 에도 속하고 B 에도 속하는 집합을 말한다.

집합 $A = \{1, 2, 3, 6\}, B = \{1, 2, 4, 5, 10, 20\}$

이므로 두 집합의 공통부분은 $\{1, 2\}$ 가 된다.

5. $U = \{x | x \text{는 10 이하의 자연수}\}$ 의

두 부분집합 A, B 에 대하여 $A - B = \{2, 5\}, B - A = \{1, 7\}, A^c \cap B^c = \{3, 6, 8, 9\}$ 에 대하여 집합 A 는?

[배점 4, 중중]

① $\{2, 4\}$

② $\{4, 5\}$

③ $\{2, 4, 5\}$

④ $\{2, 4, 5, 6\}$

⑤ $\{2, 4, 5, 10\}$

해설

$U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}, A - B =$

$\{2, 5\}, B - A = \{1, 7\}, A^c \cap B^c = \{3, 6, 8, 9\}$

이므로 $A \cap B = \{4, 10\}$ 이다.

따라서 $A = (A - B) \cup (A \cap B) = \{2, 4, 5, 10\}$ 이다.

6. 우리 반에서 빨간 색 모자를 가지고 있는 학생은 20 명 이고, 노란 색 모자를 가지고 있는 학생은 15 명이다. 그리고 빨간 색 모자와 노란 색 모자를 모두 가지고 있는 학생은 5 명이라 할 때, 빨간 색 모자나 노란 색 모자 중 적어도 1 개를 가지고 있는 학생은 모두 몇 명인지 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답:

▶ 정답: 30 명

해설

빨간 색 모자를 가지고 있는 학생을 집합 A 라 하고, 노란 색 모자를 가지고 있는 학생을 B 라 하자. 빨간 색 모자와 노란 색 모자를 모두 가지고 있는 학생, 즉 $n(A \cap B) = 5$ 이다.

빨간 색 모자나 노란 색 모자 중 적어도 1 개를 가지고 있는 학생은 합집합의 개수를 의미한다.

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$x = 20 + 15 - 5$$

$$x = 30$$

그러므로 30 명이다.

7. 다음 집합 중에서 무한집합이 아닌 것을 모두 구하면? [배점 5, 중상]

① $\{x \mid x \text{는 자연수 부분인 } 1 \text{인 대분수}\}$

② $\{x \mid x \text{는 } 3 \text{보다 작은 } 3 \text{의 배수}\}$

③ $\{x \mid 2 < x < 5 \text{인 수}\}$

④ $\{x \mid 2 < x < 5 \text{인 정수}\}$

⑤ $\{x \mid x = 4n - 5, n \text{은 자연수}\}$

해설

① $\left\{1\frac{1}{2}, 1\frac{1}{3}, 1\frac{2}{3}, \dots\right\} \Rightarrow$ 무한집합

② $\emptyset \Rightarrow$ 유한집합

③ 무한집합

④ $\{3, 4\} \Rightarrow$ 유한집합

⑤ $\{-1, 3, 7, 11, \dots\} \Rightarrow$ 무한집합

8. 집합 $A_a = \{x \mid x \text{는 } a \text{의 배수}\}$, 집합 $B_b = \{x \mid x \text{는 } b \text{의 약수}\}$ 라고 할 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? [배점 5, 중상]

① $A_2 \subset A_4$

② $B_2 \subset B_4$

③ $A_4 = B_4$

④ $n(B_{15}) = 5$

⑤ $A_8 \subset A_4 \subset A_2$

해설

$$A_2 = \{2, 4, 6, 8, 10, 12, \dots\}$$

$$A_4 = \{4, 8, 12, 16, \dots\}$$

$$A_8 = \{8, 16, 24, \dots\}$$

$$B_2 = \{1, 2\}$$

$$B_4 = \{1, 2, 4\}$$

$$B_{15} = \{1, 3, 5, 15\}$$

① $A_4 \subset A_2$ ③ $A_4 \neq B_4$ ④ $n(B_{15}) = 4$

9. $n(\emptyset) + n(\{0\}) + n(\{\emptyset\})$ 을 구하여라.

[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 2

해설

$$n(\emptyset) = 0, n(\{0\}) = 1, n(\{\emptyset\}) = 1$$

$$n(\emptyset) + n(\{0\}) + n(\{\emptyset\}) = 2$$

10. 두 집합 $A = \{0, 1\}$, $B = \{1, 2, 3\}$ 에 대하여 집합 $C = \{x \mid x = a \times b, a \in A, b \in B\}$ 이다. 이때, 집합 C 를 원소나열법으로 나타낸 것은? [배점 5, 중상]

- ① $\{0\}$ ② $\{0, 1\}$
 ③ $\{0, 1, 2\}$ ④ $\{0, 1, 2, 3\}$
 ⑤ $\{0, 1, 2, 3, 4\}$

해설

$$0 \times 1 = 0, 0 \times 2 = 0, 0 \times 3 = 0, 1 \times 1 = 1,$$

$$1 \times 2 = 2, 1 \times 3 = 3 \text{ 이므로 } C = \{0, 1, 2, 3\}$$

이다.

11. 두 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 4 \text{의 약수}\}$, $B = \{1, 2, 3, a\}$ 에 대하여 $A \subset B$ 일 때, a 의 값을 구하여라.

[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 4

해설

$$A = \{1, 2, 4\}, B = \{1, 2, 3, a\}$$

$$4 \in B \text{ 이어야 하므로 } a = 4 \text{ 이다.}$$

12. 다음 중에서 집합이 아닌 것을 모두 고르면? (정답 2 개) [배점 5, 상하]

- ① 높은 산들의 모임
 ② 작은 사람들의 모임
 ③ 몸무게가 60 kg 이하인 우리 학교 남학생의 모임
 ④ 우리나라에서 인구수가 가장 적은 도시의 모임
 ⑤ 우리 반 남학생 모임

해설

- ① ‘높은’이라는 단어가 개인에 따라 그 기준이 다르므로 집합이 될 수 없다.
 ② ‘작은’이라는 단어가 개인에 따라 그 기준이 다르므로 집합이 될 수 없다.
 ③ ‘60 kg 이하’라는 명확한 기준이 있으므로 집합이다.
 ④ ‘가장’이라는 단어가 명확한 기준을 제시하므로 집합이다.
 ⑤ ‘우리 반 남학생’은 기준이 명확하므로 집합이다.

13. 자연수 전체의 집합 N 의 부분집합인 A, B 가 각각
 $A = \{x | x = p + 2q, p \in N, q \in N\}$,
 $B = \{x | x \text{는 보다 큰 자연수}\}$ 일 때, $n(A^c \cup B)^c$ 의
 값을 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

$$\begin{aligned} A &= \{x | x = p + 2q, p \in N, q \in N\} = \{3, 4, 5, 6, 7, \dots\} \\ B &= \{x | x \text{는 두 자리 자연수}\} = \{10, 11, 12, 13, \dots\} \\ (A^c \cup B)^c &= A \cap B^c = A - B = \{3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\} \\ \text{이므로} \\ n(A^c \cup B)^c &= 7 \end{aligned}$$

14. 전체집합 $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 의 두 부분집합 A, B
 에 대하여 $A = \{1, 3, 5\}$ 이고 $A \cap B \neq \emptyset$ 일 때, 집합
 B 의 개수를 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 28 개

해설

$$\begin{aligned} A \cap B \neq \emptyset \text{ 이므로 집합 } B \text{ 는 적어도 } A \text{ 의} \\ \text{원소를 한 개 이상 가지고 있는 전체집합의} \\ \text{부분집합이므로} \\ (\text{집합 } B \text{의 갯수}) &= (U \text{의 부분집합의 갯수}) - \\ &(\text{A의 원소를 포함하지 않는 } U \text{의 부분집합의 갯수}) \\ &= 2^5 - 2^{5-3} \\ &= 2^5 - 2^2 \\ &= 32 - 4 = 28(\text{개}) \end{aligned}$$

15. 1 부터 어떤 수까지의 자연수 중 k 의 배수를 원소
 로 하는 집합을 $P_{(k)}$ 라고 정의한다. $n(P_{(3)}) = a$,
 $n(P_{(4)}) = b$, $n(P_{(12)}) = c$ 라고 할 때, $n((P_{(3)} \cup$
 $P_{(6)}) \cup (P_{(2)} \cap P_{(4)}))$ 를 a, b, c 로 나타내어라.

[배점 6, 상중]

▶ 답 :

▷ 정답 : $a + b - c$

해설

$$\begin{aligned} n(P_{(3)}) = a \quad n(P_{(4)}) = b, \quad n(P_{(12)}) = c \text{ 라고 할} \\ \text{때} \\ n((P_{(3)} \cup P_{(6)}) \cup (P_{(2)} \cap P_{(4)})) \\ &= n(P_3 \cup P_4) \\ &= n(P_3) + n(P_4) - n(P_{12}) \\ &= a + b - c \end{aligned}$$