

단원 종합 평가

1. 집합 $A = \{a, b, c, d\}$ 의 부분집합 중에서 a 를 포함하는 부분집합의 개수를 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 8 개

해설

$\{b, c, d\}$ 의 부분집합의 개수와 같다.
즉, $2^3 = 8$

2. 두 집합

$A = \{x \mid x \text{는 'mathematics' 에 쓰인 자음}\}$,

$B = \{x \mid x \text{는 'science' 에 쓰인 자음}\}$

에 대하여 다음 보기의 알파벳 중 $A \cup B$ 의 원소가 아닌 것을 모두 골라라.

보기

$a, c, g, h, i, k, m, n, o, q, s, t$

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : a

▷ 정답 : g

▷ 정답 : i

▷ 정답 : k

▷ 정답 : o

▷ 정답 : q

해설

$A = \{x \mid x \text{는 'mathematics' 에 쓰인 자음}\} = \{m, t, h, c, s\}$,

$B = \{x \mid x \text{는 'science' 에 쓰인 자음}\} = \{s, c, n\}$ 이다.

따라서 $A \cup B = \{m, t, h, c, s, n\}$

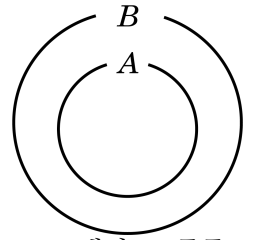
3. 두 집합 A, B 에 대한 다음 설명 중 옳은 것은?
[배점 4, 중중]

- ① $A \subset B$ 이면 $n(A) < n(B)$ 이다.
- ② $n(A) < n(B)$ 이면 $A \subset B$ 이다.
- ③ $A \subset B$ 이고 $B \subset A$ 이면 $n(A) = n(B)$ 이다.
- ④ $n(A) = n(B)$ 이면 $A = B$ 이다.
- ⑤ $n(A) \leq n(B)$ 이면 $A \subset B$ 이다.

해설

- ① $A \subset B$ 이면 $n(A) \leq n(B)$ 이다.
- ② : (반례) $A = \{1\}, B = \{2, 3\}$
- ④ : (반례) $A = \{1, 2\}, B = \{3, 4\}$
- ⑤ : (반례) $A = \{1, 2\}, B = \{3, 4, 5\}$

4. 다음 중 두 집합 A, B 사이의 포함 관계가 아래 그림의 벤 다이어그램과 같이 나타나는 것을 모두 고르면?



[배점 4, 중중]

- ① $A = \{1, 2, 4, 6\}, B = \{1, 2, 5, 6\}$
- ② $A = \{x \mid x \text{는 짝수}\}, B = \{2, 4, 6, 8, 10\}$
- ③ $A = \{x \mid x \text{는 5보다 작은 자연수}\}, B = \{x \mid x \text{는 5 이하의 자연수}\}$
- ④ $A = \{x \mid x = 3 \times n, n = 1, 2, 9\}, B = \{x \mid x \text{는 12의 약수}\}$
- ⑤ $A = \emptyset, B = \{\emptyset\}$

해설

- ① 포함 관계 없음
- ② $B \subset A$
- ③ $A \subset B$
- ④ 포함 관계 없음
- ⑤ $A \subset B$

5. 두 집합 $A = \{x \mid x \text{는 120 이하의 5의 배수}\}, B = \{x \mid x \text{는 120 이하의 8의 배수}\}$ 에 대하여 $n(A \cup B)$ 의 값을 구하여라.
[배점 4, 중중]

▶ 답 :

▶ 정답 : 36

해설

$n(A) = 24, n(B) = 15, n(A \cap B) = 3$ 이므로
 $n(A \cup B) = 24 + 15 - 3 = 36$

6. 다음을 만족하는 집합 A 의 원소가 될 수 없는 것은?

- ㉠ 모든 원소는 자연수이다.
 ㉡ $2 \in A, 6 \in A$
 ㉢ $a + b \in A, a \in A, b \in A$

[배점 5, 중상]

- ① 4 ② 5 ③ 8 ④ 10 ⑤ 12

해설

$2 \in A, 6 \in A$ 이므로
 $2 + 2 = 4 \in A, 2 + 6 = 8 \in A$
 $4 + 6 = 10 \in A, 6 + 6 = 12 \in A$

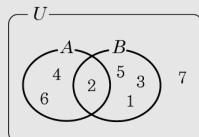
7. 전체집합 $U = \{1, 2, 3, 4, 6, 7\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여

$A = \{2, 4, 6\}, A \cap B = \{2\}, B \cap A^c = \{1, 3, 5\}, A^c \cap B^c = \{7\}$ 일 때, A^c 은? [배점 5, 중상]

- ① $\{1, 3\}$ ② $\{1, 5\}$
 ③ $\{1, 7\}$ ④ $\{3, 5, 7\}$
 ⑤ $\{1, 3, 5, 7\}$

해설

$B \cap A^c = \{7\} = B - A$ 이므로
 $A^c = U - A = \{1, 3, 5, 7\}$ 이다.



8. 세 집합 A, B, C 에 대하여

$n(A) = 40, n(B) = 24, n(C) = 16, n(A \cup B) = 50,$
 $n(B \cap C) = 10, A \cap C = \emptyset$ 일 때,
 $n(A \cup B \cup C) + 2 \times n(A \cap B \cap C)$ 의 값을 구하여라.
 [배점 5, 중상]

▶ 답:

▶ 정답: 56

해설

$n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(B \cap C) - n(A \cap C) + n(A \cap B \cap C)$
 $A \cap C = \emptyset$ 이므로 $A \cap B \cap C = \emptyset$ 이 된다.
 $n(A) + n(B) - n(A \cap B) = n(A \cup B)$ 이고
 $A \cap B \cap C = \emptyset$ 이므로 $n(A \cap B) = 40 + 24 - 50 = 14$
 $\therefore n(A \cup B \cup C) = 40 + 24 + 16 - 14 - 10 - 0 + 0 = 56$
 따라서 정답은 $56 + 2 \times 0 = 56$

9. 우리 반 학생 40 명 중에서 영어 학원을 다니는 학생은 25 명, 수학 학원을 다니는 학생은 21 명이라면, 두 과목 모두 학원을 다니는 사람 수의 최솟값과 최댓값의 합을 구하여라.

[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 27 명

해설

문제에서 $A \cup B$ 이 주어지고 있다. 우리 반 학생 40 명이 $A \cup B$ 이다.

영어 학원을 다니는 학생을 집합 A 라고 하고, 수학 학원을 다니는 학생은 집합 B 라고 한다.

영어, 수학 학원을 모두 다니는 학생은 $A \cap B$ 가 된다.

$A \cap B$ 의 최솟값과 최댓값을 구해 보자.

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$40 = 25 + 21 - x$$

x 의 최솟값은 6 이다.

최댓값은 수학 학원을 다니는 학생이 영어 학원을 다니는 학생에 포함될 때 성립한다.

그러므로 x 의 최댓값은 21(명)이다.

최솟값과 최댓값의 합은 27(명)이다.

10. 집합 P 에 대하여 $[A] = \{P | P \subset A\}$ 로 정의한다. $A = \{x, y, z\}$ 일 때, 집합 $[A]$ 를 원소나열법으로 나타내어라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : $[A] = \{\emptyset, \{x\}, \{y\}, \{z\}, \{x, y\}, \{y, z\}, \{z, x\}, \{x, y, z\}\}$

해설

$[A] = \{P | P \subset A\}$ 라는 정의를 살펴보면 P 는 집합 A 의 부분집합이다.

따라서 $[A]$ 는 집합 A 의 부분집합들을 원소로 가진다.

$$\therefore [A] = \{\emptyset, \{x\}, \{y\}, \{z\}, \{x, y\}, \{y, z\}, \{z, x\}, \{x, y, z\}\}$$

11. 집합 $S = \{x | x \text{는 자연수}\}$ 의 부분집합 $A = \{x | x \in A \text{이면 } 5 - x \in A\}$ 가 있다. 집합 A 의 개수를 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 3 개

해설

자연수 전체집합의 부분집합인 A 가

$A = \{x | x \in A \text{이면 } 5 - x \in A\}$ 라는 조건을 가질 때,

집합 A 의 원소가 될 수 있는 자연수는 1, 2, 3, 4 이다.

조건을 이용하면 1 과 4, 2 와 3 은 반드시 동시에 원소가 되어야 하므로

집합 A 는 $\{1, 4\}$, $\{2, 3\}$, $\{1, 2, 3, 4\}$ 의 3 개의 경우가 가능하다.

12. 집합 $A = \{2, 4, 5, 8\}$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?
[배점 5, 상하]

- ① $2 \in A$ ② $\{5\} \subset A$
 ③ $0 \in A$ ④ $\{5, 8\} \subset A$
 ⑤ $\{1, 2, 4\} \not\subset A$

해설

집합 A 의 원소 중에 0은 없으므로 $0 \notin A$ 이여야 한다.

13. 전체집합 $U = \{1, 2\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A \cap B = A$ 인 두 집합 A, B 는 모두 몇 쌍인지 구하여라.
[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 9쌍

해설

$A \cap B = A$ 이면 $A \subset B$ 이다.

집합 U 의 부분집합은 $\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{1, 2\}$,

$A = \emptyset$ 일 때, B 는 $\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{1, 2\}$ 로 4쌍이 될 수 있다.

$A = \{1\}$ 일 때, B 는 $\{1\}, \{1, 2\}$ 로 2쌍이 될 수 있다.

$A = \{2\}$ 일 때, B 는 $\{2\}, \{1, 2\}$ 로 2쌍이 될 수 있다.

$A = \{1, 2\}$ 일 때, B 는 $\{1, 2\}$ 이므로 1쌍이 될 수 있다.

$\therefore 4 + 2 + 2 + 1 = 9(\text{쌍})$

14. 자연수 전체의 집합 N 의 부분집합 A 가 다음과 같은 조건을 만족할 때, $n(A^c)$ 의 값을 구하여라.

(가) $\{3, 4\} \subset A$

(나) $p \in A, q \in A$ 이면 $p + q \in A$

[배점 6, 상중]

▶ 답 :

▶ 정답 : 3

해설

3, 4는 집합 A 의 원소이므로 이 수를 이용하여 집합 A 의 원소가 될 수 있는 수들을 나열해보면

3, 4, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13 ...

따라서 $A^c = \{1, 2, 5\}$ 이고, $n(A^c) = 3$

15. 전체집합 $U = \{x|x \text{는 } 20 \text{ 이하의 소수}\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여

$A = \{x|x \leq 7, x \in U\}$ 일 때, $n(A \cap B) = 3$ 을 만족하는 집합 B 의 개수를 구하여라. [배점 6, 상중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 64 개

해설

$U = \{x|x \text{는 } 20 \text{ 이하의 소수}\} = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19\}$,

$A = \{x|x \leq 7, x \in U\} = \{2, 3, 5, 7\}$,

$n(A \cap B) = 3 \rightarrow$ 집합 B 는 $\{2, 3, 5, 7\}$ 중에 세 수를 포함하고 나머지 하나는 반드시 포함하지 않는 U 의 부분집합이다.

(1) 2, 3, 5 는 반드시 포함하고, 7 은 반드시 포함하지 않는 부분집합의 개수는 $2^{8-3-1} = 16$ (개)

(2) 2, 3, 7 은 반드시 포함하고, 5 는 반드시 포함하지 않는 부분집합의 개수는 $2^{8-3-1} = 16$ (개)

(3) 2, 5, 7 은 반드시 포함하고, 3 은 반드시 포함하지 않는 부분집합의 개수는 $2^{8-3-1} = 16$ (개)

(4) 3, 5, 7 은 반드시 포함하고, 2 는 반드시 포함하지 않는 부분집합의 개수는 $2^{8-3-1} = 16$ (개)

따라서 집합 B 의 개수는 $16 \times 4 = 64$ (개)