

단원 종합 평가

1. 다음 중 공집합이 아닌 유한집합을 모두 고르면? (정답 2 개) [배점 3, 하상]

① $\{x \mid x \leq 1, x \text{는 자연수}\}$

② $\{x \mid x \text{는 } 5 \text{로 나누었을 때 나머지가 } 3 \text{인 자연수}\}$

③ $\{x \mid x < 2, x \text{는 소수}\}$

④ $\{x \mid x \text{는 } 4 \text{의 약수 중 홀수}\}$

⑤ $\{x \mid x \text{는 } 25 \text{보다 큰 } 25 \text{의 배수}\}$

해설

① $\{1\}$

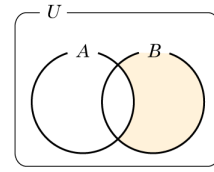
② $\{3, 8, 13, \dots\}$

③ $\emptyset$

④ $\{1\}$

⑤ $\{50, 75, 100, \dots\}$

2. $n(U) = 15, n(A - B) = 5, n(A) = 8, n(B^c) = 8$ 일 때, 다음 벤 다이어그램의 색칠한 부분을 나타내는 집합의 원소의 개수는?



[배점 3, 하상]

① 1 개

② 2 개

③ 3 개

④ 4 개

⑤ 5 개

해설

$n(A) = 8, n(A - B) = 5$ 이므로 $n(A \cap B) = 3$ 이다.

$n(B^c) = 8$ 이므로 $n(B) = n(U) - n(B^c) = 15 - 8 = 7$ 이다.

따라서 $n(B - A) = n(B) - n(A \cap B) = 7 - 3 = 4$ 이다.

3. 48에 가장 작은 자연수를 곱하여 어떤 자연수의 제곱이 되게 하려고 한다. 이때, 곱하여야 할 가장 작은 자연수를 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 3

해설

48을 소인수분해하면 다음과 같다.

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 48} \\ 2 \overline{) 24} \\ 2 \overline{) 12} \\ 2 \overline{) 6} \\ 3 \end{array}$$

$48 = 2^4 \times 3$ 이므로 $2^4 \times 3 \times \square$ 가 어떤 자연수의 제곱이 되기 위한 $\square$ 의 값 중에서 가장 작은 자연수는 3이다.

4. 다음 중 옳지 않은 것은? [배점 3, 중하]

- ① $\{a, b, c\} \cap \emptyset = \emptyset$
 ② $\{\text{피, 아, 노}\} \cup \{\text{피, 노, 키, 오}\} = \{\text{피, 아, 노, 키, 오}\}$
 ③ $\{\spadesuit, \clubsuit, \heartsuit, \diamondsuit\} \cap \{\clubsuit, \star\} = \{\spadesuit, \clubsuit, \heartsuit, \diamondsuit, \star\}$
 ④ $\{x|x \text{는 } 10 \text{ 이하의 홀수}\} \cap \{1, 2, 5\} = \{1, 2, 5\}$
 ⑤ $\{x|x \text{는 } 12 \text{ 의 약수}\} \cap \{x|x \text{는 } 18 \text{ 의 약수}\} = \{x|x \text{는 } 6 \text{ 의 약수}\}$

해설

⑤ $\{x|x \text{는 } \square \text{ 의 약수}\} \cap \{x|x \text{는 } \triangle \text{ 의 약수}\} = \{x|x \text{는 } \bigcirc \text{ 의 약수}\}$ 일 때, $\bigcirc$ 는 $\square, \triangle$ 의 최대 공약수이다.

5. 두 집합 A, B 에 대하여 $n(A) = 18, n(B) = 35$ 이고, $A \cap B = A$ 일 때, $n(A \cup B) - n(A \cap B)$ 를 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 17

해설

$A \cap B = A$ 이므로 $A \subset B$ 이고, $A \cup B = B$ 이다.
 $n(A \cup B) - n(A \cap B) = n(B) - n(A) = 35 - 18 = 17$

6. 집합 $A = \{0, 2, \{4\}, \{6, 8\}, \emptyset\}$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은? [배점 4, 중중]

- ① $\emptyset \in A$ ② $\{0, 2, \{4\}\} \subset A$
 ③ $n(A) = 5$ ④ $\{4\} \subset A$
 ⑤ $\{6, 8\} \in A$

해설

④ $\{4\} \in A$

7. 두 집합 A, B 에 대하여 $A \subset B, B \subset A$ 이고 $A = \{x \mid x \text{는 } 8 \text{의 약수}\}, B = \{1, a-2, a, a \times 2\}$ 이다. a 의 값을 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$A \subset B$ 이고, $B \subset A$ 이면 $A = B$ 이다.

$A = \{1, 2, 4, 8\}$ 이므로, a 값은 2, 4, 8 중 하나여야 한다.

이 중 $a-2, a, a \times 2$ 가 모두 집합 A 의 원소가 되는 a 값을 찾으면 $a = 4$ 이다.

8. 두 집합 $A = \{3, 5, a+4, 9\}, B = \{1, 3, 6, b+1\}$ 에 대하여 $A \cap B = \{3, 7\}$ 일 때, $A \cup B$ 의 모든 원소의 합을 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 31

해설

$A \cap B = \{3, 7\}$ 이므로 $7 \in A$ 이다. $a+4 = 7$ 이어야 한다.

그러므로 $a = 3$ 이다.

$7 \in B$ 이므로 $b+1 = 7$ 이어야 한다. 그러므로 $b = 6$ 이다.

$A \cup B = \{1, 3, 5, 6, 7, 9\}$ 이므로 모든 원소의 합은 $1+3+5+6+7+9 = 31$ 이 된다.

9. 우리 반 40 명의 학생 중 미술시간에 물감을 준비해 온 학생은 26 명, 색연필을 준비해 온 학생은 23 명, 아무것도 준비하지 않은 학생은 3 명이다. 물감과 색연필 두 가지를 모두 준비해 온 학생 수를 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 13명

해설

$$n(U) = 40, n(A) = 26, n(B) = 23$$

$$n(A \cup B) = 40 - 3 = 37$$

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) \text{ 이므로 } 37 = 26 + 23 - n(A \cap B) \text{ 이다.}$$

$$\text{따라서 } n(A \cap B) = 13 \text{ 이다.}$$

10. 두 집합 A, B 가 $n(A) = 17, n(A \cap B) = 6, n(A \cup B) = 29$ 일 때, 집합 B 의 원소의 개수를 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 18 개

해설

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$17 + n(B) - 6 = 29$$

$$n(B) = 29 - 17 + 6 = 18 \text{ 이다.}$$

$$\text{따라서 } n(B) = 18 \text{ 이다.}$$

11. 각 자리의 숫자의 합이 5 보다 작은 두 자리 자연수의 집합을 A 라 할 때, $n(A)$ 를 구하여라.

[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$$A = \{10, 11, 12, 13, 20, 21, 22, 30, 31, 40\}$$

$$n(A) = 10$$

12. 집합 $A = \{1, 2, 3, \dots, n\}$ 의 부분집합 중에서 원소 4, 6 을 반드시 포함하는 부분집합의 개수가 64 개일 때, 자연수 n 의 값을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

집합 A 의 원소의 개수가 n 개이므로 원소 4, 6 을 반드시 포함하는 부분집합의 개수는 2^{n-2} (개) 이다.

$$2^{n-2} = 64, 2^{n-2} = 2^6$$

$$n - 2 = 6 \text{ 이므로 } n = 8$$

13. 다음 두 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 24 \text{의 약수}\}$, $B = \{1, 3, 8, a \times 3, 2, b + 3, c, 12\}$ 에 대하여 $A \subset B$ 이고, $B \subset A$ 일 때, 자연수 a 가 될 수 있는 최댓값과 최솟값의 차이를 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$$A = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24\},$$

$B = \{1, 2, 3, 8, 12, a \times 3, b + 3, c\}$ 이므로, $a \times 3, b + 3, c$ 는 각각 4, 6, 24 중 하나여야 한다.

$a \times 3 = 4$ 일 때 a 값이 최소가 되고, $a \times 3 = 24$ 일 때 a 값이 최대가 되지만, $a \times 3 = 4$ 일 때의 a 값은 자연수가 아니므로 부적합하다.

따라서 a 값이 최소일 때는 $a \times 3 = 6$ 일 때이다.

$$\text{최댓값 : } a = 8$$

$$\text{최솟값 : } a = 2$$

$$\text{따라서 } 8 - 2 = 6$$

14. 다음 중 무한집합이 아닌 것을 모두 고르면 ? (정답 3개) [배점 5, 상하]

- ① $\{x|x \text{는 짝수인 소수}\}$
- ② $\{x|x \text{는 1과 2사이의 유리수}\}$
- ③ $\{x|x \text{는 } \frac{4}{3x} = k, k \text{는 자연수}\}$
- ④ $\{2x+1|x, x \text{는 11보다 큰 소수}\}$
- ⑤ $\{[x]|1.5 \leq x \leq 3.5, x \text{는 유리수}\}$ (단, $[x]$ 는 x 를 넘지 않는 최대의 정수)

해설

- ① $\{x|x \text{는 짝수인 소수}\} \rightarrow$ 짝수인 소수는 2 뿐이다.
- ② $\{x|x \text{는 1과 2사이의 유리수}\} \rightarrow$ 1 과 2 사이의 유리수는 무수히 많다.
- ③ $\{x|x \text{는 } \frac{4}{3x} = k, k \text{는 자연수}\} \rightarrow \frac{4}{3x}$ 가 자연수가 되는 x 의 값은 $\frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{4}{3}$
- ④ $\{2x+1|x, x \text{는 11보다 큰 소수}\} \rightarrow$ 11 보다 큰 소수는 무수히 많다.
- ⑤ $\{[x]|1.5 \leq x \leq 3.5, x \text{는 유리수}\}$ (단, $[x]$ 는 x 를 넘지 않는 최대의 정수)
 $\rightarrow [x]$ 가 될 수 있는 수는 1, 2, 3 뿐이다.

15. 집합 $A_n = \{x|x \text{는 } n \text{의 약수}, n \text{는 자연수}\}$ 일 때, $(A_n \cup A_6^c)^c \cup A_n = A_6$ 을 만족하는 n 의 값을 모두 찾아라. [배점 5, 상하]

- ▶ 답 :
- ▶ 답 :
- ▶ 답 :
- ▶ 답 :
- ▷ 정답 : 1
- ▷ 정답 : 2
- ▷ 정답 : 3
- ▷ 정답 : 6

해설

$(A_n \cup A_6^c)^c \cup A_n = (A_n^c \cap A_6) \cup A_n = (A_6 - A_n) \cup A_n$
 위의 식을 보면,
 $A_n \subset A_6$ 이므로,
 6 의 약수의 집합에 포함될 수 있는 약수의 집합은 1, 2, 3, 6