

단원 종합 평가

1. 경주는 다음과 같은 내용이 기록된 파일을 각각 아래 컴퓨터 폴더에 분류하여 저장하려고 한다. 다음 파일이 들어갈 폴더를 찾아라.



A 파일
〈100보다 작은 홀수의 모임〉
1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, ..., 99

B 파일
〈1보다 크고 2보다 작은 분수의 모임〉
 $\frac{3}{2}, \frac{4}{3}, \frac{5}{4}, \dots$

C 파일
〈2008 베이징 올림픽 채택 종목〉
수영, 역도, 마라톤, 레슬링, ...

[배점 3, 중하]

- ▶ 답 :
▶ 답 :
▶ 답 :

- ▶ 정답 : A 파일 : 유한집합 폴더
▶ 정답 : B 파일 : 무한집합 폴더
▶ 정답 : C 파일 : 유한집합 폴더

해설

A 파일 : 100보다 작은 홀수의 모임을 집합으로 나타내면 $\{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, \dots, 99\}$ 이므로 유한집합,

B 파일 : 1보다 크고 2보다 작은 분수의 모임을 집합으로 나타내면 $\left\{\frac{3}{2}, \frac{4}{3}, \frac{5}{4}, \dots\right\}$ 이므로 무한집합,

C 파일 : 2008 베이징 올림픽 채택 종목을 집합으로 나타내면 $\{\text{수영, 역도, 육상, 레슬링, } \dots, \text{마라톤}\}$ 이므로 유한집합이다.

따라서 무한집합 폴더에 들어갈 파일은 B 파일이고, 유한집합 폴더에 들어갈 파일은 A 파일과 C 파일이다.

2. 두 집합 A, B 가 다음과 같을 때, (a, b) 를 구하면?

$$\begin{aligned} A \cap B &= \{1, 5\} \\ A \cup B &= \{1, 5, 6, 8\} \\ A &= \{1, a+2, 6\} \\ B &= \{1, b-2, b+1\} \end{aligned}$$

[배점 3, 중하]

- ① (3, 4) ② (3, 5) ③ (3, 7)
④ (4, 4) ⑤ (4, 7)

해설

$A \cap B = \{1, 5\}$ 이므로 $\{1, 5\} \subset \{1, a+2, 6\}$ 이다.
 $a+2=5, a=3$ 이므로 $A = \{1, 5, 6\}$ 이다.
또 $\{1, 5\} \subset \{1, b-2, b+1\}$ 이므로 $b-2=5$ 또는 $b+1=5$ 이다.

i) $b=7$ 인 경우, $B = \{1, 5, 8\}$

ii) $b=4$ 인 경우, $B = \{1, 2, 5\}$

두 경우 중 $A \cup B = \{1, 5, 6, 8\}$ 를 만족하는 경우는 i) 이므로 $b=7$ 이다.

따라서 $(a, b) = (3, 7)$ 이다.

3. 어느 반 학생 39 명이 수학 시험을 보는데 A 문제를 맞힌 학생은 19 명, B 문제를 맞힌 학생은 27 명, A 와 B 모두 맞힌 학생은 12 명일 때, A 와 B 모두 틀린 학생은 몇 명인지 구하여라. (단, 수학 시험의 문제는 A 와 B 두 문제만 있다.) [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 5 명

해설

A 문제를 맞힌 학생을 A 라 하면 $n(A) = 19$
 B 문제를 맞힌 학생을 B 라 하면 $n(B) = 27$
 A 와 B 모두 맞힌 학생은 $A \cap B$ 이므로 $n(A \cap B) = 12$
 A 나 B 를 맞힌 학생은 $A \cup B$ 이다.
 $\therefore n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) = 19 + 27 - 12 = 34$ (명)
 따라서 A 와 B 를 모두 틀린 학생은 5 명이다.

4. 집합 $A = \{x \mid 6 \times x = 7 \text{인 자연수}\}$ 의 부분집합의 개수를 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답 :

▶ 정답 : 1 개

해설

$A = \emptyset$
 모든 집합의 부분집합에는 $\emptyset$ 과 자기 자신이 포함 되는데 $\emptyset$ 은 $\emptyset$ 과 자기 자신이 같으므로 집합 A 의 부분집합의 개수는 1 개

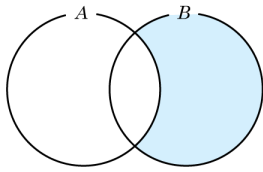
5. 다음 중 두 집합 A, B 에 대하여 $A \subset B$ 이고 $B \subset A$ 인 것은? [배점 4, 중중]

- ① $A = \{1, 2, 4\}, B = \{1, 4, 6\}$
 ② $A = \emptyset, B = \{0\}$
 ③ $A = \{1, 2, 3\}, B = \{x \mid 1 < x < 3 \text{인 자연수}\}$
 ④ $A = \{a, b, c\}, B = \{a, b, c, d\}$
 ⑤ $A = \{2, 4, 1\}, B = \{x \mid x \text{는 } 4 \text{의 약수}\}$

해설

- ① $A = \{1, 2, 4\}, B = \{1, 4, 6\}$: 포함 관계 없음
 ② $A = \emptyset, B = \{0\}$: $A \subset B, B \not\subset A$
 ③ $A = \{1, 2, 3\}, B = \{x \mid 1 < x < 3 \text{인 자연수}\}$
 : $A \not\subset B, B \subset A$
 ④ $A = \{a, b, c\}, B = \{a, b, c, d\}$
 : $A \subset B, B \not\subset A$
 ⑤ $A = \{2, 4, 1\}, B = \{x \mid x \text{는 } 4 \text{의 약수}\}$
 : $A \subset B, B \subset A$
 $\therefore A = B$

6. 다음 벤 다이어그램의 색칠한 부분을 조건제시법으로 바르게 나타낸 것은?



[배점 4, 중중]

- ① $\{x|x \in A \text{ 그리고 } x \in B\}$
 ② $\{x|x \notin A \text{ 그리고 } x \in B\}$
 ③ $\{x|x \in A \text{ 그리고 } x \notin B\}$
 ④ $\{x|x \in A \text{ 또는 } x \in B\}$
 ⑤ $\{x|x \notin A \text{ 또는 } x \in B\}$

해설

주어진 벤 다이어그램의 색칠한 부분은 ② $\{x|x \notin A \text{ 그리고 } x \in B\}$ 이다.

7. 집합 $A_a = \{x \mid x \text{는 } a \text{의 배수}\}$, 집합 $B_b = \{x \mid x \text{는 } b \text{의 약수}\}$ 라고 할 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? [배점 5, 중상]

- ① $A_2 \subset A_4$ ② $B_2 \subset B_4$
 ③ $A_4 = B_4$ ④ $n(B_{15}) = 5$
 ⑤ $A_8 \subset A_4 \subset A_2$

해설

$$A_2 = \{2, 4, 6, 8, 10, 12, \dots\}$$

$$A_4 = \{4, 8, 12, 16, \dots\}$$

$$A_8 = \{8, 16, 24, \dots\}$$

$$B_2 = \{1, 2\}$$

$$B_4 = \{1, 2, 4\}$$

$$B_{15} = \{1, 3, 5, 15\}$$

$$\text{① } A_4 \subset A_2 \quad \text{③ } A_4 \neq B_4 \quad \text{④ } n(B_{15}) = 4$$

8. 자연수들로 이루어진 두 집합 X, Y 에 대하여 $X+Y = \{x+y \mid x \in X, y \in Y\}$ 라 하자. $X = \{3, 6, 9, \dots\}$, $Y = \{5, 10, 15, \dots\}$ 라 할 때, 집합 $X+Y$ 의 원소 중에서 20 이하의 자연수의 개수를 구하여라.

[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 9 개

해설

$X+Y$ 가 20 이하인 수는

$x=3$ 일 때, $y=5, 10, 15$ 의 3가지이고

$x=6, 9$ 일 때, $y=5, 10$ 의 각각 2가지이고

$x=12, 15$ 일 때, $y=5$ 의 각각 1가지이다. 따라서 모두 9개이다.

9. 집합 $A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$, $B = \{1, 3, 5\}$ 에 대하여 다음을 만족하는 집합 C 의 개수를 구하여라.

- ㉠ $B \not\subset C$ ㉡ $C \subset A$
 ㉢ $1 \in C, 3 \in C$

[배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 4개

해설

㉠과 ㉢에 의하여 $1 \in C, 3 \in C, 5 \notin C$ 이다.
 따라서, 집합 C 는 1과 3을 포함하고 5를 포함하지 않는 A 의 부분집합이므로 $2^{5-2-1} = 2^2 = 4$ (개)이다.

10. 두 집합 $A = \{x | x \text{는 7미만의 자연수}\}$, $B = \{2, 3, 7, 8\}$ 에 대하여 $(B-A) \cup X = X$, $(A \cup B) \cap X = X$ 를 만족하는 집합 X 의 개수를 구하여라.

[배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 64개

해설

$A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, $B = \{2, 3, 7, 8\}$
 $(B-A) \cup X = X$ 이므로 $(B-A) \subset X$,
 $(A \cup B) \cap X = X$ 이므로 $X \subset (A \cup B)$,
 $\{7, 8\} \subset X \subset \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$,
 따라서, 집합 X 는 $A \cup B$ 의 부분집합 중 원소 7, 8을 반드시 포함하는 집합이므로
 $2^{8-2} = 2^6 = 64$ (개)이다.

11. 수민이네 반 학생을 대상으로 과목에 대한 선호도를 조사하였더니 음악을 좋아하는 학생이 20명, 체육을 좋아하는 학생이 17명, 음악과 체육을 모두 좋아하는 학생이 8명이고 음악을 좋아하지 않는 학생이 15명이다. 이때, 음악과 체육을 모두 좋아하지 않는 학생 수를 구하여라.

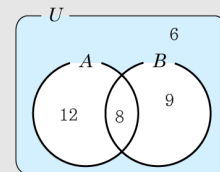
[배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 6명

해설

주어진 문제를 벤 다이어그램을 활용하여 해결할 수 있다. 벤 다이어그램의 각 영역에 해당하는 학생의 수를 기입하면 다음과 같다.



12. 집합 P 에 대하여 $[A] = \{P | P \subset A\}$ 로 정의한다. $A = \{x, y, z\}$ 일 때, 집합 $[A]$ 를 원소나열법으로 나타내어라.

[배점 5, 상하]

▶ 답:

▷ 정답: $[A] = \{\emptyset, \{x\}, \{y\}, \{z\}, \{x, y\}, \{y, z\}, \{z, x\}, \{x, y, z\}\}$

해설

$[A] = \{P | P \subset A\}$ 라는 정의를 살펴보면 P 는 집합 A 의 부분집합이다.

따라서 $[A]$ 는 집합 A 의 부분집합들을 원소로 가진다.

$\therefore [A] = \{\emptyset, \{x\}, \{y\}, \{z\}, \{x, y\}, \{y, z\}, \{z, x\}, \{x, y, z\}\}$

13. 집합 $A = \{2, 4, 5, 8\}$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?
[배점 5, 상하]

- ① $2 \in A$ ② $\{5\} \subset A$
 ③ $0 \in A$ ④ $\{5, 8\} \subset A$
 ⑤ $\{1, 2, 4\} \not\subset A$

해설

집합 A 의 원소 중에 0은 없으므로 $0 \notin A$ 이여야 한다.

14. 원소의 개수가 40 개인 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $n(A \cap B) = k$ 라고 할 때, $n(A) = n(A^c) = 5k$, $n(B - A) = 3k$ 이다. 이 때 $n(A^c \cap B^c)$ 의 값을 구하여라.
[배점 5, 상하]

▶ 답 :
 ▷ 정답 : 8

해설

$n(A) = n(A^c) = 5k \rightarrow n(U) = 40$ 이므로 $10k = 40$, $k = 4$ 이고,
 $n(A) = 20$, $n(B - A) = 12$ 이므로 $n(A \cup B) = 32$
 $\therefore n(A^c \cap B^c) = n((A \cup B)^c) = n(U) - n(A \cup B) = 40 - 32 = 8$

15. 1 부터 어떤 수까지의 자연수 중 k 의 배수를 원소로 하는 집합을 $P_{(k)}$ 라고 정의한다. $n(P_{(3)}) = a$, $n(P_{(4)}) = b$, $n(P_{(12)}) = c$ 라고 할 때, $n((P_{(3)} \cup P_{(6)}) \cup (P_{(2)} \cap P_{(4)}))$ 를 a, b, c 로 나타내어라.
[배점 6, 상중]

▶ 답 :
 ▷ 정답 : $a + b - c$

해설

$n(P_{(3)}) = a$, $n(P_{(4)}) = b$, $n(P_{(12)}) = c$ 라고 할 때

$$\begin{aligned} & n((P_{(3)} \cup P_{(6)}) \cup (P_{(2)} \cap P_{(4)})) \\ &= n(P_3 \cup P_4) \\ &= n(P_3) + n(P_4) - n(P_{12}) \\ &= a + b - c \end{aligned}$$