단원 종합 평가

1. 6보다 작은 짝수의 집합을 A라고 할 때, 기호 $\in$, $\notin$이 옳게 사용된 것을 보기에서 모두 고르면?

보기

㉠ $1 \notin A$ ㉡ $2 \in A$ ㉢ $3 \in A$

㉣ $4 \notin A$ ㉤ $5 \in A$ ㉥ $6 \notin A$

[배점 3, 중하]

① ㉠, ㉡, ㉥

② ㉡, ㉣, ㉥

③ ㉠, ㉢, ㉤, ㉥

④ ㉠, ㉢, ㉣, ㉥

⑤ ㉠, ㉡, ㉢, ㉣, ㉤, ㉥

해설

집합 A의 원소는 2, 4이다.
옳은 것은 ㉠, ㉡, ㉥이다.

2. 집합 $A = \{x \mid x$는 10 이하의 2의 배수$\}$ 에 대하여 $n(X) = 4$ 인 집합 A 의 부분집합 X 의 개수를 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 5개

해설

$A = \{2, 4, 6, 8, 10\}$ 의 부분집합 중에서 원소의 개수가 4개 인 부분집합 X 는
$\{2, 4, 6, 8\}$, $\{2, 4, 6, 10\}$, $\{2, 4, 8, 10\}$, $\{2, 6, 8, 10\}$, $\{4, 6, 8, 10\}$의 5개 이다.

3. 어느 아파트 단지 150가구 중 A 신문을 구독하는 가구는 70가구, B 신문을 구독하지 않는 가구는 69가구이다. 두 신문을 모두 구독하지 않는 가구가 16가구일 때, A 와 B 신문을 모두 구독하는 가구는 몇 가구인가? [배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 17가구

해설

A 신문을 구독하는 가구들의 집합을 A , B 신문을 구독하는 가구들의 집합을 B 라고 하면,
$n(U) = 150$, $n(A) = 70$, $n(B^c) = 69$, $n((A \cup B)^c) = 16$ 이므로
$n(A \cup B) = n(U) - n((A \cup B)^c) = 150 - 16 = 134$
$n(B) = n(U) - n(B^c) = 150 - 69 = 81$
$n(A \cap B) = n(A) + n(B) - n(A \cup B) = 70 + 81 - 134 = 17$

4. 다음 중 옳은 것은? [배점 4, 중중]

① $n(\varnothing) = 1$

② $A = \{2\}$ 이면 $n(A) = 2$

③ $n(\{1, 2, 3\}) - n(\{1, 2\}) = 3$

④ $A = \{4, 6\}$, $B = \{6, 7, 8\}$ 일 때, $n(A) + n(B) = 4$

⑤ $A = \{x \mid 2 \times x = 12, x$는 짝수$\}$ 일 때, $n(A) = 1$

해설

① $n(\varnothing) = 0$
② $n(A) = 1$
③ $3 - 2 = 1$
④ $n(A) + n(B) = 2 + 3 = 5$

5. 집합 $A=\left\{x \mid x=\frac{4}{n},\ n\text{은 8의 약수}\right\}$ 일 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? [배점 4, 중중]

① $n(A)=4$

② 집합 A 의 원소들의 합은 7 이다.

③ $8 \in A$

④ $A \subset \{1,2,4,8\}$

⑤ 집합 A 의 진부분집합의 개수는 15 개이다.

해설

$A=\left\{x \mid x=\frac{4}{n}, n=1,2,4,8\right\}$ 이므로

$A=\left\{\frac{4}{1}, \frac{4}{2}, \frac{4}{4}, \frac{4}{8}\right\}=\left\{4,\ 2,\ 1,\ \frac{1}{2}\right\}$

② 집합 A 의 원소들의 합은 $7\frac{1}{2}$

③ $8 \notin A$

④ $A \not\subset \{1,\ 2,\ 4,\ 8\}$

6. 세 집합 A, B, Y 에 대하여 $Y \cup (A \cap B)=Y$ 일 때, 다음 중 옳은 것은? [배점 4, 중중]

① $Y \subset (A \cap B)$

② $(A \cap B) \subset Y$

③ $(A \cup B) \subset Y$

④ $A \cap B=\varnothing$

⑤ $(A \cap B) \subset Y \subset (A \cup B)$

해설

$Y \cup (A \cap B)=Y$ 이면 $(A \cap B) \subset Y$ 이다.

④ $A \cap B=\varnothing$ 라고 말할 수 없다.

7. 집합 $A=\{x \mid x\text{는 4의 약수}\}$ 의 부분집합을 X 라고 하자. 집합 X 의 모든 원소들의 합을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 28

해설

$A=\{1,\ 2,\ 4\}$

X : $\varnothing$, $\{1\}$, $\{2\}$, $\{4\}$, $\{1,\ 2\}$, $\{1,\ 4\}$, $\{2,\ 4\}$, $\{1,\ 2,\ 4\}$

집합 X 의 원소들의 합에는 1, 2, 4 가 각각 4 번씩 더해지므로 $(1+2+4) \times 4=28$

8. 집합 $A=\{2,\ 4,\ 6, \{4,\ 6\}\}$ 에 대하여 다음 중에서 옳지 않은 것을 모두 골라라.

㉠ $1 \in A$	㉡ $\{2,\ 4\} \subset A$
㉢ $\{4\} \in A$	㉣ $\{4,\ 6\} \in A$
㉤ $n(A)=5$	

[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠

▷ 정답 : ㉢

▷ 정답 : ㉤

해설

㉠ $1 \notin A$

㉢ $\{4\} \subset A$

㉤ $\{4,\ 6\}$ 은 집합 A 의 하나의 원소이므로 $n(A)=4$ 이다.

9. 두 집합 $A = \{x|x$는 12의 약수$\}$, $B = \{x|x$는 12 이하의 소수$\}$ 일 때, $n((A \cup B) - (A \cap B))$를 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 7

해설

$A = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$

$B = \{2, 3, 5, 7, 11\}$

$A \cap B = \{2, 3\}$

$A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 11, 12\}$

$(A \cup B) - (A \cap B) = \{1, 4, 5, 6, 7, 11, 12\}$

$\therefore n((A \cup B) - (A \cap B)) = 7$

10. 두 집합

$A = \{x \mid x$는 100 이상 250 이하 12의 배수$\}$,

$B = \{x \mid x$는 100 보다 작은 4의 배수$\}$ 일 때,

$n(B) - n(A)$ 를 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 12

해설

$n(A) = 12, \quad n(B) = 24$

$n(B) - n(A) = 24 - 12 = 12$

11. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 가 다음을 만족할 때, $n(A) - n(B)$ 의 값을 구하여라.

보기

$A \cup B = \{b,\ c,\ d,\ e,\ f,\ g,\ i\}$

$A^c \cap B = \{b,\ f\}$

$A^c \cup B^c = \{a,\ b,\ c,\ f,\ g,\ h,\ i\}$

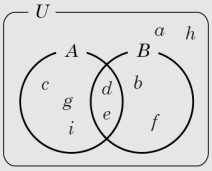
[배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 1

해설

주어진 조건을 벤 다이어그램에 나타내면 다음과 같다.



$A = \{c,\ d,\ e,\ g,\ i\}$, $B = \{b,\ d,\ e,\ f\}$

$\therefore\ n(A) - n(B) = 5 - 4 = 1$

12. 집합 $A=\{1,2,3,5,7,9\}$ 의 부분집합 중, 두 번째로 작은 원소가 5 인 부분집합의 개수를 구하여라.

[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 12 개

해설

$\{1,2,3,5,7,9\}$ 의 부분집합 중, 두 번째로 작은 원소가 5 인 부분집합을 찾으려면,

5 는 반드시 포함되고 $1,2,3$ 중에 하나만 포함되어야 한다.

(1) 1 과 5 는 포함되고, 2,3 은 포함되지 않는 부분집합의 개수는 $2^{6-2-2}=4$ (개)

(2) 2 와 5 는 포함되고, 1,3 은 포함되지 않는 부분집합의 개수는 $2^{6-2-2}=4$ (개)

(3) 3 과 5 는 포함되고, 1,2 는 포함되지 않는 부분집합의 개수는 $2^{6-2-2}=4$ (개)

따라서 $4+4+4=12$ (개)

13. $n(A)=3$ 인 집합 A 에 대하여 집합 $P=\{X|X\subset A\}$ 일 때, 집합 P 의 부분집합 중 공집합을 뺀 나머지의 개수를 구하여라.

[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 255 개

해설

집합 P 는 집합 A 의 모든 부분집합을 원소로 가지므로

$n(P)=2^3=8$,

따라서 집합 P 의 부분집합 중 공집합을 뺀 나머지의 개수는 $2^8-1=255$ (개)

14. 전체집합 $U=\{x|x$는 25 이하의 자연수$\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $n(A^c\cap B)=10$, $n(B^c)=10$, $n(A^c\cap B^c)=3$ 일 때, $n(A-B)$ 의 값을 구하여라.

[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

$n(U)=25$ 이므로

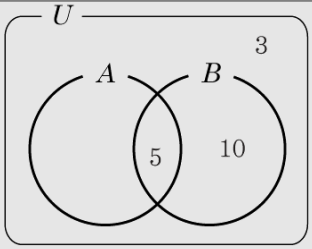
$n(B)=n(U)-n(B^c)=25-10=15$

$A^c\cap B=B-A$ 이므로

$n(B-A)=n(A^c\cap B)=10$

$n((A\cup B)^c)=n(A^c\cap B^c)=3$

벤 다이어그램에 각 부분의 원소의 개수를 적어보면 따라서 $n(A-B)=25-(5+10+3)=7$ 이다.



15. 집합 $A_n=\{x|n\le x<6n+5,\ n$은 자연수$\}$ 에 대하여 $S(n)=A_1\cap A_2\cap\cdots\cap A_n$ 이라고 정의한다. $n(S(n))\ge 1$ 을 만족하는 n 의 최댓값을 구하여라.

[배점 6, 상중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$A_1=\{x|1\le x<11\}$,

$A_2=\{x|2\le x<17\}$,

$A_3=\{x|3\le x<23\}$,

$\vdots$

$A_{10}=\{x|10\le x<65\}$,

$A_{11}=\{x|11\le x<71\}$,

따라서 $n\ge 11$ 이 되면 $n(S(n))=0$ 이 되므로 n 의 최댓값은 10