

단원 종합 평가

1. 6보다 작은 짝수의 집합을 A 라고 할 때, 기호 $\in, \notin$ 이 옳게 사용된 것을 보기에서 모두 고르면?

보기

- ㉠ $1 \notin A$ ㉡ $2 \in A$ ㉢ $3 \in A$
 ㉣ $4 \notin A$ ㉤ $5 \in A$ ㉥ $6 \notin A$

[배점 3, 중하]

- ① ㉠, ㉡, ㉢
 ② ㉡, ㉣, ㉥
 ③ ㉠, ㉣, ㉥, ㉥
 ④ ㉠, ㉣, ㉥, ㉥
 ⑤ ㉠, ㉡, ㉣, ㉣, ㉥, ㉥

해설

집합 A 의 원소는 2, 4이다.
 옳은 것은 ㉠, ㉡, ㉥이다.

2. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 } 2\text{의 배수}\}$ 에 대하여 $n(X) = 4$ 인 집합 A 의 부분집합 X 의 개수를 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 5개

해설

$A = \{2, 4, 6, 8, 10\}$ 의 부분집합 중에서 원소의 개수가 4개인 부분집합 X 는 $\{2, 4, 6, 8\}, \{2, 4, 6, 10\}, \{2, 4, 8, 10\}, \{2, 6, 8, 10\}, \{4, 6, 8, 10\}$ 의 5개이다.

3. 어느 아파트 단지 150가구 중 A 신문을 구독하는 가구는 70가구, B 신문을 구독하지 않는 가구는 69가구이다. 두 신문을 모두 구독하지 않는 가구가 16가구일 때, A 와 B 신문을 모두 구독하는 가구는 몇 가구인가?

[배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 17가구

해설

A 신문을 구독하는 가구들의 집합을 A , B 신문을 구독하는 가구들의 집합을 B 라고 하면,
 $n(U) = 150$, $n(A) = 70$, $n(B^c) = 69$, $n((A \cup B)^c) = 16$ 이므로
 $n(A \cup B) = n(U) - n((A \cup B)^c) = 150 - 16 = 134$
 $n(B) = n(U) - n(B^c) = 150 - 69 = 81$
 $n(A \cap B) = n(A) + n(B) - n(A \cup B) = 70 + 81 - 134 = 17$

4. 다음 중 옳은 것은?

[배점 4, 중중]

- ① $n(\emptyset) = 1$
 ② $A = \{2\}$ 이면 $n(A) = 2$
 ③ $n(\{1, 2, 3\}) - n(\{1, 2\}) = 3$
 ④ $A = \{4, 6\}$, $B = \{6, 7, 8\}$ 일 때, $n(A) + n(B) = 4$
 ⑤ $A = \{x \mid 2 \times x = 12, x \text{는 짝수}\}$ 일 때, $n(A) = 1$

해설

- ① $n(\emptyset) = 0$
 ② $n(A) = 1$
 ③ $3 - 2 = 1$
 ④ $n(A) + n(B) = 2 + 3 = 5$

5. 집합 $A = \left\{x \mid x = \frac{4}{n}, n \text{은 } 8 \text{의 약수}\right\}$ 일 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? [배점 4, 중중]

- ① $n(A) = 4$
 ② 집합 A 의 원소들의 합은 7이다.
 ③ $8 \in A$
 ④ $A \subset \{1, 2, 4, 8\}$
 ⑤ 집합 A 의 진부분집합의 개수는 15개이다.

해설

$$A = \left\{x \mid x = \frac{4}{n}, n = 1, 2, 4, 8\right\} \text{ 이므로}$$

$$A = \left\{\frac{4}{1}, \frac{4}{2}, \frac{4}{4}, \frac{4}{8}\right\} = \left\{4, 2, 1, \frac{1}{2}\right\}$$

② 집합 A 의 원소들의 합은 $7\frac{1}{2}$
 ③ $8 \notin A$
 ④ $A \not\subset \{1, 2, 4, 8\}$

6. 세 집합 A, B, Y 에 대하여 $Y \cup (A \cap B) = Y$ 일 때, 다음 중 옳은 것은? [배점 4, 중중]

- ① $Y \subset (A \cap B)$
 ② $(A \cap B) \subset Y$
 ③ $(A \cup B) \subset Y$
 ④ $A \cap B = \emptyset$
 ⑤ $(A \cap B) \subset Y \subset (A \cup B)$

해설

$Y \cup (A \cap B) = Y$ 이면 $(A \cap B) \subset Y$ 이다.
 ④ $A \cap B = \emptyset$ 라고 말할 수 없다.

7. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 4 \text{의 약수}\}$ 의 부분집합을 X 라고 하자. 집합 X 의 모든 원소들의 합을 구하여라.

[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 28

해설

$$A = \{1, 2, 4\}$$

$$X : \emptyset, \{1\}, \{2\}, \{4\}, \{1, 2\}, \{1, 4\}, \\ \{2, 4\}, \{1, 2, 4\}$$

집합 X 의 원소들의 합에는 1, 2, 4가 각각 4번씩 더해지므로 $(1 + 2 + 4) \times 4 = 28$

8. 집합 $A = \{2, 4, 6, \{4, 6\}\}$ 에 대하여 다음 중에서 옳지 않은 것을 모두 골라라.

- ㉠ $1 \in A$ ㉡ $\{2, 4\} \subset A$
 ㉢ $\{4\} \in A$ ㉣ $\{4, 6\} \in A$
 ㉤ $n(A) = 5$

[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠

▷ 정답 : ㉢

▷ 정답 : ㉤

해설

- ㉠ $1 \notin A$
 ㉢ $\{4\} \subset A$
 ㉤ $\{4, 6\}$ 은 집합 A 의 하나의 원소이므로 $n(A) = 4$ 이다.

9. 두 집합 $A = \{x | x \text{는 } 12 \text{의 약수}\}$, $B = \{x | x \text{는 } 12 \text{ 이하의 소수}\}$ 일 때, $n((A \cup B) - (A \cap B))$ 를 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

$$A = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$$

$$B = \{2, 3, 5, 7, 11\}$$

$$A \cap B = \{2, 3\}$$

$$A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 11, 12\}$$

$$(A \cup B) - (A \cap B) = \{1, 4, 5, 6, 7, 11, 12\}$$

$$\therefore n((A \cup B) - (A \cap B)) = 7$$

10. 두 집합

$$A = \{x | x \text{는 } 100 \text{ 이상 } 250 \text{ 이하 } 12 \text{의 배수}\},$$

$$B = \{x | x \text{는 } 100 \text{ 보다 작은 } 4 \text{의 배수}\} \text{ 일 때,}$$

$$n(B) - n(A) \text{ 를 구하여라. [배점 5, 중상]}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

$$n(A) = 12, \quad n(B) = 24$$

$$n(B) - n(A) = 24 - 12 = 12$$

11. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 가 다음을 만족할 때, $n(A) - n(B)$ 의 값을 구하여라.

보기

$$A \cup B = \{b, c, d, e, f, g, i\}$$

$$A^c \cap B = \{b, f\}$$

$$A^c \cup B^c = \{a, b, c, f, g, h, i\}$$

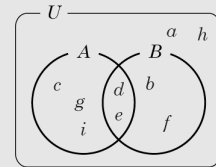
[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

주어진 조건을 벤 다이어그램에 나타내면 다음과 같다.



$$A = \{c, d, e, g, i\}, \quad B = \{b, d, e, f\}$$

$$\therefore n(A) - n(B) = 5 - 4 = 1$$

12. 집합 $A = \{1, 2, 3, 5, 7, 9\}$ 의 부분집합 중, 두 번째로 작은 원소가 5 인 부분집합의 개수를 구하여라.

[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 12 개

해설

$\{1, 2, 3, 5, 7, 9\}$ 의 부분집합 중, 두 번째로 작은 원소가 5 인 부분집합을 찾으려면,
5 는 반드시 포함되고 1, 2, 3 중에 하나만 포함되어야 한다.

- (1) 1 과 5 는 포함되고, 2, 3 은 포함되지 않는 부분집합의 개수는 $2^{6-2-2} = 4$ (개)
(2) 2 와 5 는 포함되고, 1, 3 은 포함되지 않는 부분집합의 개수는 $2^{6-2-2} = 4$ (개)
(3) 3 과 5 는 포함되고, 1, 2 는 포함되지 않는 부분집합의 개수는 $2^{6-2-2} = 4$ (개)
따라서 $4 + 4 + 4 = 12$ (개)

13. $n(A) = 3$ 인 집합 A 에 대하여 집합 $P = \{X | X \subset A\}$ 일 때, 집합 P 의 부분집합 중 공집합을 뺀 나머지의 개수를 구하여라.

[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 255 개

해설

집합 P 는 집합 A 의 모든 부분집합을 원소로 가지므로
 $n(P) = 2^3 = 8$,
따라서 집합 P 의 부분집합 중 공집합을 뺀 나머지의 개수는 $2^8 - 1 = 255$ (개)

14. 전체집합 $U = \{x | x \text{는 } 25 \text{ 이하의 자연수}\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $n(A^c \cap B) = 10$, $n(B^c) = 10$, $n(A^c \cap B^c) = 3$ 일 때, $n(A - B)$ 의 값을 구하여라.

[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 7

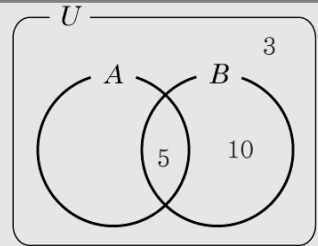
해설 $n(U) = 25$ 이므로

$$\begin{aligned} n(B) &= n(U) - n(B^c) \\ &= 25 - 10 = 15 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A^c \cap B &= B - A \text{ 이므로} \\ n(B - A) &= n(A^c \cap B) = 10 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} n((A \cup B)^c) &= n(A^c \cap B^c) = 3 \end{aligned}$$

벤 다이어그램에 각 부분의 원소의 개수를 적어보면 따라서 $n(A - B) = 25 - (5 + 10 + 3) = 7$ 이다.



15. 집합 $A_n = \{x | n \leq x < 6n + 5, n \text{은 자연수}\}$ 에 대하여 $S(n) = A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_n$ 이라고 정의한다. $n(S(n)) \geq 1$ 을 만족하는 n 의 최댓값을 구하여라.

[배점 6, 상중]

▶ 답 :

▶ 정답 : 10

해설

$$A_1 = \{x | 1 \leq x < 11\} ,$$

$$A_2 = \{x | 2 \leq x < 17\} ,$$

$$A_3 = \{x | 3 \leq x < 23\} ,$$

⋮

$$A_{10} = \{x | 10 \leq x < 65\} ,$$

$$A_{11} = \{x | 11 \leq x < 71\} ,$$

따라서 $n \geq 11$ 이 되면 $n(S(n)) = 0$ 이 되므로 n 의 최댓값은 10