

단원 종합 평가

1. 두 집합 $A = \{3, 6, 9, a+1\}$, $B = \{b-2, 6, 9, 12\}$ 에 대하여 $A \subset B$ 이고 $B \subset A$ 일 때, $a+b$ 의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 16

해설

$A \subset B$ 이고 $B \subset A$ 이면 $A = B$ 이므로

$$a+1 = 12, a = 11$$

$$b-2 = 3, b = 5$$

$$\therefore a+b = 11+5 = 16$$

2. 두 집합 $A = \{2, a+3, 8\}$, $B = \{6, b, 7\}$ 에 대하여 $A \cap B = \{7, 8\}$ 일 때, $a+b$ 의 값을 구하여라.

[배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 12

해설

$A \cap B = \{7, 8\}$ 이므로 $7 \in A$ 이다.

$$\therefore a+3 = 7, a = 4$$

$$8 \in B \therefore b = 8$$

$$\therefore a+b = 4+8 = 12$$

3. 세 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{보다 작은 } 2 \text{의 배수}\}$, $B = \{\emptyset, 1, \{1, 2\}, \{1, 2, 3\}\}$, $C = \{0, \emptyset, \{0, \emptyset\}\}$ 일 때, $n(A) + n(B) - n(C)$ 를 구하여라.

[배점 4, 중중]

▶ 답:

▷ 정답: 5

해설

$A = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{보다 작은 } 2 \text{의 배수}\} = \{2, 4, 6, 8\}$ 이므로 $n(A) = 4$ 이고, $n(B) = 4$, $n(C) = 3$ 이므로 $n(A) + n(B) - n(C) = 5$ 이다.

4. 두 집합 $A = \{6, a, 3, b, 2\}$, $B = \{5, c, 3, d, 7\}$ 이 서로 같을 때, $a+b+c+d$ 의 값을 구하여라.

[배점 4, 중중]

▶ 답:

▷ 정답: 20

해설

$A = B$ 이므로

$$\{6, a, 3, b, 2\} = \{5, c, 3, d, 7\}$$

이 중 3은 공통이므로 제외하면

$$a = 5, b = 7 \text{ 또는 } a = 7, b = 5$$

$$\text{따라서 } a+b = 12$$

$$c = 2, d = 6 \text{ 또는 } c = 6, d = 2$$

$$\text{따라서 } c+d = 8$$

$$\therefore a+b+c+d = 20$$

5. 우리 반에서 빨간 색 모자를 가지고 있는 학생은 20 명 이고, 노란 색 모자를 가지고 있는 학생은 15 명이다. 그리고 빨간 색 모자와 노란 색 모자를 모두 가지고 있는 학생은 5 명이라 할 때, 빨간 색 모자나 노란 색 모자 중 적어도 1 개를 가지고 있는 학생은 모두 몇 명인지 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답:

▷ 정답: 30 명

해설

빨간 색 모자를 가지고 있는 학생을 집합 A 라 하고, 노란 색 모자를 가지고 있는 학생을 B 라 하자. 빨간 색 모자와 노란 색 모자를 모두 가지고 있는 학생, 즉 $n(A \cap B) = 5$ 이다.

빨간 색 모자나 노란 색 모자 중 적어도 1 개를 가지고 있는 학생은 합집합의 개수를 의미한다.

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$x = 20 + 15 - 5$$

$$x = 30$$

그러므로 30 명이다.

6. 다음 중에서 옳은 것을 모두 고르면?

[배점 5, 중상]

① $A = B$ 이면 $A \subset B, B \subset A$

② $n(A) = n(B)$ 이면 $A = B$

③ $A \subset B$ 이면 $n(A) < n(B)$

④ $A = B$ 이면 $n(A) = n(B)$

⑤ $n(\{1, 2, 3, 4\}) - n(\{1, 2, 3\}) = 4$

해설

② $A = \{1, 2\}, B = \{3, 4\}$ 이면

$n(A) = n(B)$ 이지만 $A \neq B$

③ $A = B$ 이면 $A \subset B$ 이지만

$n(A) < n(B)$ 가 아닌 $n(A) = n(B)$

⑤ $n(\{1, 2, 3, 4\}) = 4$

$n(\{1, 2, 3\}) = 3$

$4 - 3 = 1$

7. 집합 $A = \{0, 1, 2, 3\}$ 를 조건제시법으로 나타낸 것 중 옳지 않은 것은? [배점 5, 중상]

① $A = \{x \mid 0 \leq x \leq 3 \text{인 정수}\}$

② $A = \{x \mid -1 < x \leq 3 \text{인 정수}\}$

③ $A = \{x \mid x \text{는 자연수를 4로 나눈 나머지}\}$

④ $A = \{x \mid 0 \leq x < 4 \text{인 수}\}$

⑤ $A = \{x \mid 0 < x \leq 3 \text{인 자연수}\}$

해설

④ $\{x \mid 0 \leq x < 4 \text{인 수}\}$ 에는 0, 1, 2, 3 이외에도 $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, 2, 5, \dots$ 등 무수히 많은 원소가 있다.

8. 다음 세 집합 A, B, C 사이의 포함 관계를 기호로 나타내어라.

$$A = \{x \mid x \text{는 홀수}\}, B = \{3, 9\}, C = \{x \mid x \text{는 } 9 \text{의 약수}\}$$

[배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: $B \subset C \subset A$

해설

$$A = \{1, 3, 5, 7, 9, \dots\}$$

$$B = \{3, 9\}$$

$$C = \{1, 3, 9\}$$

$$\therefore B \subset C \subset A$$

9. 다음 중에서 옳은 것을 모두 고르면?

[배점 5, 중상]

① $A \cap B = A$ 이면 $n(A) < n(B)$

② $A \cap B = \emptyset$ 이면 $n(A \cup B) = n(A) + n(B)$

③ $A - B = \emptyset$ 이면 $A = B$

④ $A \cup B = B$ 이면 $B - A = \emptyset$

⑤ $A \cap B^c = A$ 이면 $n(A \cap B) = 0$

해설

① $A \cap B = A$ 이면 $n(A) \leq n(B)$

③ $A - B = \emptyset$ 이면 $A \subset B$

④ $A \cup B = B$ 이면 $A \subset B$ 이므로 $A - B = \emptyset$

10. 다음 조건을 만족하는 집합 A 의 원소를 작은 순서로 $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ 으로 나타낼 때, $a_2 + a_3 + a_5$ 의 값을 구하여라.

- 집합 A 의 원소는 항상 1보다 크거나 같다.
- $a_1 = 1$, $x \in A$ 이면, $\frac{3}{2}x \in A$ 이다.

[배점 5, 상하]

▶ 답:

▷ 정답: $\frac{141}{16}$

해설

$a_1 = 1$ 이면 $a_2 = \frac{3}{2} \times a_1$ 이고 이러한 방식으로 집합 A 를 구하면,

$$\{a_1, a_2, a_3, \dots, a_n\} = \left\{1, \frac{3}{2}, \frac{9}{4}, \frac{27}{8}, \frac{81}{16}, \frac{243}{32}, \dots, \left(\frac{3}{2}\right)^{(n-1)} \times a_1\right\}$$

, $a_2 = \frac{3}{2}$, $a_3 = \frac{9}{4}$, $a_5 = \frac{81}{16}$ 이다.

$\therefore a_2 + a_3 + a_5 = \frac{141}{16}$

11. 집합 $S = \{x \mid x \text{는 자연수}\}$ 의 부분집합 $A = \{x \mid x \in A \text{이면 } 5 - x \in A\}$ 가 있다. 집합 A 의 개수를 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답:

▷ 정답: 3개

해설

자연수 전체집합의 부분집합인 A 가

$A = \{x \mid x \in A \text{이면 } 5 - x \in A\}$ 라는 조건을 가질 때,

집합 A 의 원소가 될 수 있는 자연수는 1, 2, 3, 4이다.

조건을 이용하면 1과 4, 2와 3은 반드시 동시에 원소가 되어야 하므로

집합 A 는 $\{1, 4\}$, $\{2, 3\}$, $\{1, 2, 3, 4\}$ 의 3개의 경우가 가능하다.

12. 자연수 k 에 대하여 집합 $A_k = \{x | k < x \leq 20k \text{인 자연수}\}$ 일 때, $n(A_1 \cap A_2 \cap A_3 \cdots \cap A_{10})$ 의 값을 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 10

해설

$$A_1 = \{2, 3, \dots, 20\}$$

$$A_2 = \{3, 4, \dots, 40\}$$

$$A_3 = \{4, 5, \dots, 60\}$$

⋮

$$A_{10} = \{11, 12, 13, \dots, 200\}$$

$$A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_{10} = \{11, 12, \dots, 20\}$$

$$\therefore n(A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_{10}) = 10$$

13. $n(\{0, \emptyset, \{0, 2\}, \{1\}\}) \times n(\{0, 1\}) - n(\emptyset)$ 를 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 8

해설

$$n(\{\{0\}, \emptyset, \{0, 2\}, \{1\}\}) \times n(\{0, 1\}) - n(\emptyset) = 4 \times 2 - 0 = 8$$

14. 전체집합 U 의 부분집합 A 에 대하여 다음 중 옳지 않은 것은? [배점 6, 상중]

① $A \cap A^c = \phi$

② $A \cup U = U$

③ $\phi^c = U$

④ $A \cap U = U$

⑤ $(A^c)^c = A$

해설

$$A \cap U = A$$

15. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 다음 연산 과정 중 처음으로 잘못된 곳을 찾아라.

$$\begin{array}{ccccccc} B^c - A^c & = & B^c \cap (A^c)^c & = & B^c \cap A & = & B - A & = & (A \cap B) \\ \text{①} & & \text{②} & & \text{③} & & \text{④} \end{array}$$

[배점 6, 상중]

▶ 답 :

▶ 정답 : ④

해설

$B^c \cap A = A - B$ 이다. 따라서 처음으로 잘못된 곳은 ④ $B - A$ 이다.