

확인 (무리수)

1. 다음 중 옳은 것을 고르면?

[배점 2, 하중]

- ① $\sqrt{5} + 1 < \sqrt{5}$
- ② $\sqrt{5} + 1 < \sqrt{5} + 1$
- ③ $\sqrt{5} + 1 < \sqrt{5} + \sqrt{2}$
- ④ $3 - \sqrt{10} < \sqrt{10} - 4$
- ⑤ $3 - \sqrt{10} < \sqrt{10} - 5$

해설

③ $1 < \sqrt{2}$ 이므로 $\sqrt{5} + 1 < \sqrt{5} + \sqrt{2}$

2. 다음 중 대소비교가 옳은 것을 모두 고르면?

- ㉠ $\sqrt{5} - \sqrt{2} < \sqrt{5}$
- ㉡ $4 - \sqrt{5} > 3 - \sqrt{6}$
- ㉢ $\sqrt{5} - \sqrt{2} < \sqrt{5} - 1$

[배점 2, 하중]

- ① ㉠
- ② ㉠, ㉡
- ③ ㉡, ㉢
- ④ ㉠, ㉢
- ⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

㉠ $\sqrt{5} - \sqrt{2} - \sqrt{5} = -\sqrt{2} < 0$
 $\therefore \sqrt{5} - \sqrt{2} < \sqrt{5}$
 ㉡ $4 - \sqrt{5} - (3 - \sqrt{6}) = 1 - \sqrt{5} + \sqrt{6} = \sqrt{6} - \sqrt{5} + 1 > 0$
 $\therefore 4 - \sqrt{5} > 3 - \sqrt{6}$
 ㉢ $\sqrt{5} - \sqrt{2} - (\sqrt{5} - 1) = -\sqrt{2} + 1 < 0$
 $\therefore \sqrt{5} - \sqrt{2} < \sqrt{5} - 1$

3. 다음 중 무리수인 것은?

[배점 3, 하상]

- ① $\sqrt{3} + 4$
- ② $\sqrt{0.49}$
- ③ $1.42585858 \dots$
- ④ $-\sqrt{\frac{36}{25}}$
- ⑤ $\sqrt{9} - 2$

해설

- ② $\sqrt{0.49} = 0.7$: 유리수
- ③ $1.42585858 \dots = 1.42\dot{5}\dot{8}$: 유리수
- ④ $-\sqrt{\frac{36}{25}} = -\frac{6}{5}$: 유리수
- ⑤ $\sqrt{9} - 2 = 3 - 2 = 1$: 유리수

4. 다음 보기 중 무리수는 모두 몇 개인지 구하여라.

보기

$5.49\dot{2}$, $-1 + \sqrt{1}$, 3.14 , $-\sqrt{16}$, π , $2\sqrt{2} - \sqrt{3}$

[배점 3, 하상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 2 개

해설

$5.49\dot{2} = \frac{5438}{990}$, $-1 + \sqrt{1} = 0$, $-\sqrt{16} = -4$ 이므로 유리수이다.
 따라서 무리수는 π , $2\sqrt{2} - \sqrt{3}$ 이다.

5. 다음 중 1 과 2 사이에 있는 수를 모두 고르면?
[배점 3, 하상]

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\sqrt{2}$ ③ $\sqrt{3}$ ④ $\sqrt{5}$ ⑤ π

해설

- ① $0 < \frac{1}{2} < 1$
② $1 < \sqrt{2} < 2$
③ $1 < \sqrt{3} < 2$
④ $2 < \sqrt{5} < 3$
⑤ $3 < \pi < 4$

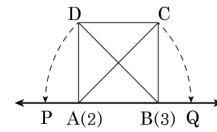
6. 다음 두 실수의 대소를 비교한 것 중 옳지 않은 것은?
[배점 3, 하상]

- ① $\sqrt{3} + 7 < 9$
② $\sqrt{15} - \sqrt{8} < 4 - \sqrt{8}$
③ $\sqrt{11} - 5 < \sqrt{11} - \sqrt{26}$
④ $\sqrt{50} + 7 > 14$
⑤ $-\sqrt{5} - 3 > -\sqrt{6} - 3$

해설

$$\begin{aligned} \textcircled{3} \quad (\sqrt{11} - 5) - (\sqrt{11} - \sqrt{26}) &= -5 + \sqrt{26} = \\ &= -\sqrt{25} + \sqrt{26} > 0 \\ \therefore \sqrt{11} - 5 &> \sqrt{11} - \sqrt{26} \end{aligned}$$

7. 다음 그림에서 $\overline{AB}$ 를 한 변으로 하는 정사각형 ABCD 가 있다. $\overline{AC} = \overline{AQ} = \overline{BD} = \overline{BP}$ 일 때, $\overline{PQ}$ 의 길이를 구하면?



[배점 3, 하상]

- ① 5 ② $1 + 2\sqrt{2}$
③ $-1 + 2\sqrt{2}$ ④ $2\sqrt{2}$
⑤ $5 + 2\sqrt{2}$

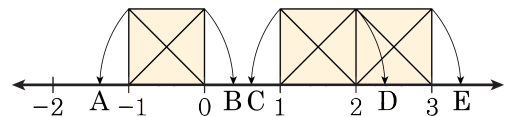
해설

$$\overline{AC} = \overline{DB} = \sqrt{2}$$

$$Q = 2 + \sqrt{2}, P = 3 - \sqrt{2} \text{ 이므로}$$

$$\text{두 점 P, Q 사이의 거리는 } 2 + \sqrt{2} - 3 + \sqrt{2} = 2\sqrt{2} - 1$$

8. 다음 수직선 위의 네 점 중에서 $2 - \sqrt{2}$ 를 나타내는 대응점으로 알맞은 것을 고르면?



[배점 3, 중하]

- ① A ② B ③ C ④ D ⑤ E

해설

각 사각형의 대각선의 길이는 $\sqrt{2}$ 이다. 즉 C 의 위치는 $2 - \sqrt{2}$ 를 나타내고 있다.

9. 다음 식을 만족하는 x 의 값 중에서 유리수가 아닌 것을 고르면? [배점 3, 중하]

- ① $\frac{\sqrt{x}}{3} = \frac{1}{6}$ ② $\sqrt{2x} = 4$
 ③ $\frac{x^2}{6} = \frac{1}{3}$ ④ $2x + 1 = 1$
 ⑤ $2x - 1 = 0.\dot{7}$

해설

③ $\frac{x^2}{6} = \frac{1}{3}$ 이면 $x^2 = 2$
 $\therefore x = \pm\sqrt{2}$ 이다.

10. 다음 보기 중 옳은 것은 모두 몇 개인지 구하여라.

보기

- ㉠ a 가 자연수 일 때, $\sqrt{a}$ 가 유리수인 경우가 있다.
 ㉡ $\frac{\text{(정수)}}{\text{(0이 아닌 정수)}}$ 꼴로 나타낼 수 없는 수는 무리수이다.
 ㉢ 무리수에는 음수와 양수가 모두 존재 한다.
 ㉣ 근호 안의 수가 제곱수인 수는 무리수이다.
 ㉤ $\sqrt{n}$ 이 무리수가 되는 것은 n 이 소수일 때 이다.

[배점 3, 중하]

▶ 답:

▶ 정답: 3 개

해설

- ㉢ 근호 안의 수가 제곱수인 수는 유리수이다.
 ㉤ $\sqrt{6}$ 은 무리수이지만, 6은 소수가 아니다.

11. 다음 보기에서 유리수는 몇 개인지 구하여라.

보기

$$-\sqrt{3}, 2.3683\cdots, 0.\dot{i}, \frac{3}{5}, \sqrt{4}, \sqrt{\frac{1}{5}}$$

[배점 3, 중하]

▶ 답:

▶ 정답: 3 개

해설

$0.\dot{i} = \frac{1}{9}$, $\frac{3}{5}$, $\sqrt{4} = 2$ 는 유리수이다.
 $-\sqrt{3}$, $2.3683\cdots$, $\sqrt{\frac{1}{5}}$ 는 무리수이다.
 따라서 유리수는 3개이다.

12. 다음 보기의 수 중에서 순환하지 않는 무한소수가 되는 것을 골라라.

보기

- ㉠ $-\sqrt{1}$ ㉡ 3.14 ㉢ $\sqrt{\frac{4}{9}}$
 ㉣ $-\sqrt{5}$ ㉤ $\sqrt{0.16}$

[배점 3, 중하]

▶ 답:

▶ 정답: ㉣

해설

순환하지 않는 무한소수는 무리수이다.
 $-\sqrt{1} = -1$, 3.14 , $\sqrt{\frac{4}{9}} = \frac{2}{3}$, $\sqrt{0.16} = 0.4$ 는 유리수이다.
 따라서 ㉣이 무리수이다.

13. 다음 중 옳은 것은?

[배점 4, 중중]

- ① 모든 순환하지 않는 무한소수는 무리수이다.
- ② 모든 자연수의 제곱근은 무리수이다.
- ③ 1의 제곱근은 1 자신뿐이다.
- ④ 모든 수 a 에 대하여 $\sqrt{a^2} = a$ 이다.
- ⑤ $1 + \sqrt{2}$ 는 무리수가 아니다.

해설

- ② $\sqrt{1} = 1$
- ③ 1의 제곱근은 ± 1 이다.
- ④ $a > 0$ 이면 $\sqrt{a^2} = a$ 이다.
- ⑤ $\sqrt{2}$ 가 순환하지 않는 무한소수이므로 $1 + \sqrt{2}$ 도 순환하지 않는 무한소수이므로 무리수이다.

14. 다음 중 옳은 것은?

[배점 4, 중중]

- ① 무한소수는 무리수이다.
- ② 유리수는 유한소수이다.
- ③ 순환소수는 유리수이다.
- ④ 유리수가 되는 무리수도 있다.
- ⑤ 근호로 나타내어진 수는 무리수이다.

해설

- ① 무한소수 중 순환하는 소수는 유리수이다.
- ② 유리수 중에는 유한소수도 있고, 무한소수(순환소수)도 있다.
- ④ 유리수이면서 무리수가 되는 수는 없다.
- ⑤ $\sqrt{4}, \sqrt{9}$ 같은 수는 근호로 나타내었어도 유리수이다.

15. 자연수, 정수, 유리수, 무리수, 실수 전체의 집합을 각각 N, Z, Q, I, R 라 할 때, 옳지 않은 것은?

[배점 4, 중중]

- ① $\sqrt{225} \in Z \cap Q$
- ② $\sqrt{5} - 1 \in R - Q$
- ③ $1.\dot{0}\dot{5} \in N \cup Q$
- ④ $0 \in I^C$
- ⑤ $0.2425345347864\ldots \in R - I$

해설

- ⑤ $0.2425345347864\ldots \notin R - I$
 $0.2425345347864\ldots$ 는 비순환소수이므로
 $0.2425345347864\ldots \in I$