

단원 종합 평가

1. $A = \{x \mid x \text{는 } 16 \text{의 약수}\}, B = \{2, 4, 7, 9, 10\}$ 일 때, $n(A) + n(B)$ 의 값을 구하여라. [배점 3, 하상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$A = \{1, 2, 4, 8, 16\}$ 이므로 $n(A) = 5$
 $\therefore n(A) + n(B) = 5 + 5 = 10$

2. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $n(U) = 40, n(A) = 14, n(B) = 19, n(A \cup B) = 21$ 일 때, $n(B^c) - n(A - B)$ 의 값은? [배점 3, 하상]

① 9 ② 10 ③ 11 ④ 15 ⑤ 19

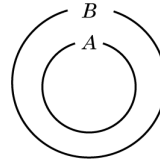
해설

$n(B)^c = n(U) - n(B) = 40 - 19 = 21$ 이다.
 $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$,
 $21 = 14 + 19 - n(A \cap B)$ 이므로
 $n(A \cap B) = 12$ 이다. $n(A - B) = n(A) - n(A \cap B) = 14 - 12 = 2$ 이므로 $n(B^c) - n(A - B) = 21 - 2 = 19$ 이다.

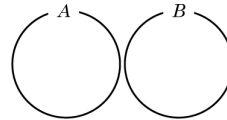
3. 다음 중 $B \subset A$ 인 두 집합 A, B 를 벤 다이어그램으로 바르게 나타낸 것을 모두 고르면? (정답 2개)

[배점 3, 중하]

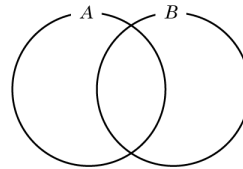
①



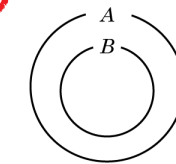
②



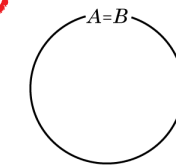
③



④



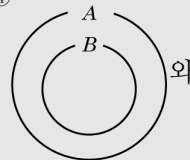
⑤



해설

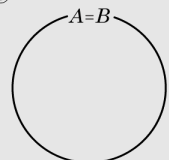
A 집합의 모든 원소가 B 집합의 원소가 되는 그림을 찾으면

④



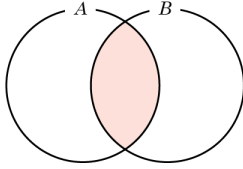
와

⑤



뿐이다.

4. 두 집합 $A = \{x | x \text{는 } 5 \text{의 배수}\}, B = \{x | x \text{는 } 75 \text{의 약수}\}$ 에 대하여 다음 벤 다이어그램으로 나타낼 때, 색칠한 부분에 해당하는 원소가 아닌 것은?

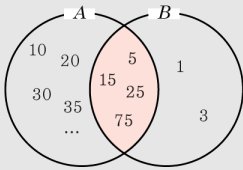


[배점 3, 중하]

- ① 5 ② 10 ③ 15 ④ 25 ⑤ 75

해설

$A = \{x | x \text{는 } 5 \text{의 배수}\} = \{5, 10, 15, 20, \dots\}$,
 $B = \{x | x \text{는 } 75 \text{의 약수}\} = \{1, 3, 5, 15, 25, 75\}$ 이
 므로 두 집합 A, B 를 벤 다이어그램으로 나타내면
 다음과 같다.



따라서 색칠한 부분에 해당하는 원소는 5, 15, 25, 75
 이다.

5. 다음 조건을 만족하는 집합 X 의 개수를 구하여라.

$$\{1, 2, 3\} \cup X = \{1, 2, 3\}$$

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 8개

해설

$\{1, 2, 3\} \cup X = \{1, 2, 3\}$ 은 $X \subset \{1, 2, 3\}$
 이므로 가능한 X 의 개수는 $\{1, 2, 3\}$ 의 부분집
 합의 개수이다.

$$\therefore 2 \times 2 \times 2 = 8 \text{ (개)}$$

6. 세 집합

$$A = \{w, x, y, z\},$$

$$B = \{x | x \text{는 } 30 \text{미만의 } 30 \text{의 약수}\},$$

$$C = \{x | x \text{는 } 25 \text{이하의 소수}\} \text{ 일 때,}$$

$$n(A) + n(B) + n(C) \text{의 값을 구하여라.}$$

[배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 20

해설

$$B = \{1, 2, 3, 5, 6, 10, 15\}$$

$$C = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23\}$$

$$\therefore n(A) + n(B) + n(C) = 4 + 7 + 9 = 20$$

7. $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}, B = \{4, 5, 6\}$ 에 대하여 $X - A = \emptyset, (A - B) \cup X = X$ 를 만족하는 집합 X 가 될 수 있는 것을 보기에서 모두 고른 것은?

보기

- ㉠ $\{1, 2, 3\}$ ㉡ $\{1, 2, 4\}$
 ㉢ $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ ㉣ $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$
 ㉤ $\{1, 2, 4, 5\}$

[배점 4, 중중]

- ① ㉠, ㉡ ② ㉠, ㉡, ㉣
 ③ ㉠, ㉢, ㉣ ④ ㉠, ㉣, ㉤
 ⑤ ㉠, ㉡, ㉢, ㉣, ㉤

해설

$(A - B) \subset X \subset A$, 즉 $\{1, 2, 3\} \subset X \subset \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 이므로 집합 X 가 될 수 있는 집합은 ㉠, ㉢, ㉣이다.

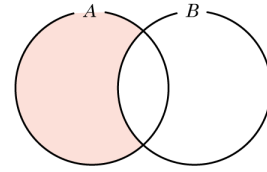
8. 전체집합 $U = \{x | x \text{는 } 15 \text{ 이하의 홀수}\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여
 $A \cap B^c = \{3, 5\}, B - A = \{7, 11\}, A \cap B = \{13, 15\}$ 일 때, $(A \cup B)^c$ 는? [배점 4, 중중]

- ① $\{1\}$ ② $\{7\}$ ③ $\{9\}$
 ④ $\{1, 7\}$ ⑤ $\{1, 9\}$

해설

$U = \{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15\}$, $A \cap B^c = \{3, 5\}, B - A = \{7, 11\}, A \cap B = \{13, 15\}$ 이므로 $(A \cup B)^c = \{1\}$ 이다.

9. 다음 벤 다이어그램의 색칠한 부분을 나타내는 집합이 아닌 것을 모두 고르면?(정답 2개)



[배점 4, 중중]

- ① $A \cap B^c$
 ② $A - B$
 ③ $(A \cup B) - A$
 ④ $A - (A \cup B)$
 ⑤ $\{x | x \in A \text{ 그리고 } x \notin B\}$

해설

$A - B = A \cap B^c = (A \cup B) - B = A - (A \cap B) = \{x | x \in A \text{ 그리고 } x \notin B\}$ 이므로 ③, ④이다.

10. $n(A) = 16, n(B) = 10, n(A \cup B) = 24$ 일 때, $n(A \cap B)$ 를 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답:
 ▷ 정답: 2

해설

$n(A \cap B) = n(A) + n(B) - n(A \cup B)$
 $= 16 + 10 - 24 = 2$

11. 다음 안에 알맞은 세 자연수의 합을 구하여라.

보기

- ㉠ $n(\{x|x \text{는 } \square \text{미만의 자연수}\}) = 4$
 ㉡ $n(\{a, b, c, d\}) - n(\{b, c, d\}) = \square$
 ㉢ $A \subset \{1, 2, 3\}$ 이고 $n(A) = 2$ 를 만족하는 집합은 $\square$ 개이다.

[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 8

해설

- ㉠ $n(\{x|x \text{는 } 5 \text{ 미만의 자연수}\}) = 4$
 ㉡ $n(\{a, b, c, d\}) - n(\{b, c, d\}) = 1$
 ㉢ $A \subset \{1, 2, 3\}$ 이고 $n(A) = 2$ 를 만족하는 집합 A 는 $\{1, 2\}$, $\{1, 3\}$, $\{2, 3\}$ 의 3개
 따라서, $4 + 1 + 3 = 8$

12. 다음 [보기] 에서 옳은 것을 모두 고르면?

보기

- ㉠ $n(\{0\}) = 0$ ㉡ $\phi \subset \{\emptyset\}$
 ㉢ $4 \subset \{1, 2\}$ ㉣ $0 \subset \{0\}$
 ㉤ $0 \in \emptyset$ ㉥ $0 \notin \emptyset$
 ㉦ $A \subset (A \cup B)$ ㉧ $n(\emptyset) = 1$
 ㉨ $A \in (A \cap B)$

[배점 5, 중상]

- ① ㉠, ㉥, ㉦ ② ㉠, ㉥, ㉧ ③ ㉠, ㉠, ㉥
 ④ ㉢, ㉥, ㉦ ⑤ ㉥, ㉧, ㉦

해설

- ㉠ $n(\{0\}) = 1$
 ㉢ $4 \notin \{1, 2\}$
 ㉣ $0 \in \{0\}$
 ㉥ $0 \notin \emptyset$
 ㉧ $n(\emptyset) = 0$
 ㉦ $A \subset (A \cup B)$

13. $U = \{x | 0 \leq x < 15, x \text{는 자연수}\}$ 의 두 부분 집합 $A = \{x | x \text{는 } 12 \text{ 이하의 } 2 \text{의 배수}\}, B = \{2, 3, 5, 7, 11, 13\}$ 에 대하여 $n((A \cap B^c) \cup (B \cap A^c))$ 을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$A = \{2, 4, 6, 8, 10, 12\}, B = \{2, 3, 5, 7, 11, 13\}$ 이므로
 $n((A \cap B^c) \cup (B \cap A^c))$
 $= n((A - B) \cup (B - A))$
 $= n(\{3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13\}) = 10$ 이다.

14. 집합 $A_n = \{x | x \text{는 } n \text{의 약수}, n \text{은 자연수}\}$ 일 때, $(A_n \cup A_6^c)^c \cup A_n = A_6$ 을 만족하는 n 의 값을 모두 찾아라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

▷ 정답 : 2

▷ 정답 : 3

▷ 정답 : 6

해설

$(A_n \cup A_6^c)^c \cup A_n = (A_n^c \cap A_6) \cup A_n = (A_6 - A_n) \cup A_n$
 위의 식을 보면,
 $A_n \subset A_6$ 이므로,
 6의 약수의 집합에 포함될 수 있는 약수의 집합은 1, 2, 3, 6

15. 두 집합 $A = \{4, 3a, \frac{3}{a} + 1\}, B = \{a, a + 1, 4a - 3\}$ 에 대하여 $A - B = \{2\}$ 일 때, A 의 값을 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$A - B = \{2\}$ 이므로 2는 A 의 원소이다.

(i) $3a = 2$ 이면 $a = \frac{2}{3}$

$A = \{\frac{11}{9}, 2, 4\}, B = \{-\frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{5}{3}\}$

$A - B = A$ 이므로 문제의 조건과 맞지 않는다.

(ii) $\frac{a}{3} + 1 = 2$ 이면 $a = 3$

$A = \{2, 4, 9\}, B = \{3, 4, 9\}$

$A - B = \{2\}$ 이므로 문제의 조건에 적합

$\therefore a = 3$