

단원 종합 평가

1. 현정이네 반 학생 35 명 중 야구만 잘하는 학생은 12 명, 축구만 잘하는 학생은 13 명이고, 둘 다 못하는 학생은 4 명이다. 야구와 축구를 모두 잘하는 학생은 몇 명인지 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 6 명

해설

현정이네 반 학생 전체의 집합을 U , 야구를 잘하는 학생들의 집합을 A , 축구를 잘하는 학생들의 집합을 B 라고 하면,

$$n(U) = 35, n(A - B) = 12,$$

$$n(B - A) = 13, n((A \cup B)^c) = 4$$

$$n(A \cup B) = n(U) - n((A \cup B)^c) = 35 - 4 = 31$$

$$n(A \cup B) = n(A - B) + n(B - A) + n(A \cap B)$$

$$31 = 12 + 13 + n(A \cap B)$$

$$n(A \cap B) = 6$$

2. $n(A) = 14, n(B) = 23, n(A \cap B) = 7$ 일 때, $n(B - A) - n(A - B)$ 의 값은? [배점 3, 중하]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

해설

$$n(A - B) = n(A) - n(A \cap B)$$

$$n(B - A) = n(B) - n(A \cap B)$$

$$n(A - B) = 14 - 7 = 7$$

$$n(B - A) = 23 - 7 = 16$$

$$\therefore n(B - A) - n(A - B) = 16 - 7 = 9$$

3. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2 개)

[배점 4, 중중]

① $n(\{2\}) < n(\{3\})$

② $A = \{1, 2, 3\}, B = \{1, 2\}$ 이면 $n(A) - n(B) = 3$ 이다.

③ $n(A) = 0$ 이면 $A = \emptyset$ 이다.

④ $n(\{50\}) - n(\{40\}) = 10$

⑤ $A = \{x \mid x \text{는 } 8 \text{의 약수}\}, B = \{x \mid x \text{는 } 9 \text{보다 작은 홀수}\}$ 이면 $n(A) = n(B)$ 이다.

해설

① $n(\{2\}) = n(\{3\}) = 1$

② $A = \{1, 2, 3\}, B = \{1, 2\}$ 이면 $n(A) - n(B) = 3 - 2 = 1$ 이다.

④ $n(\{50\}) - n(\{40\}) = 1 - 1 = 0$

⑤ $A = \{1, 2, 4, 8\}, B = \{1, 3, 5, 7\}$ 이므로 $n(A) = n(B) = 4$

4. 10 보다 작은 소수의 집합을 A 라 할 때, 다음 중 옳은 것은? [배점 4, 중중]

① $3 \notin A$

② $7 \notin A$

③ $9 \in A$

④ $2 \in A$

⑤ $4 \in A$

해설

집합 A 의 원소는 2, 3, 5, 7 이므로

④ $2 \in A$ 이다.

5. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A^c \subset B^c$ 일 때, 다음 중 옳은 것은? [배점 4, 중중]

- ① $A - B = \emptyset$ ② $A \cup B = A$
 ③ $A \cap B^c = \emptyset$ ④ $(A \cup B) - B = A$
 ⑤ $B^c \cup A = B$

해설

$A^c \subset B^c$ 이므로 $B \subset A$ 이다.

- ① $B - A = \emptyset$
 ③ $A \cap B^c \neq \emptyset$
 ④ $(A \cup B) - B = A - B$
 ⑤ $B^c \cup A = U$

6. 다음 중에서 옳은 것을 모두 고르면?

[배점 5, 중상]

- ① $A = B$ 이면 $A \subset B, B \subset A$
 ② $n(A) = n(B)$ 이면 $A = B$
 ③ $A \subset B$ 이면 $n(A) < n(B)$
 ④ $A = B$ 이면 $n(A) = n(B)$
 ⑤ $n(\{1, 2, 3, 4\}) - n(\{1, 2, 3\}) = 4$

해설

- ② $A = \{1, 2\}, B = \{3, 4\}$ 이면
 $n(A) = n(B)$ 이지만 $A \neq B$
 ③ $A = B$ 이면 $A \subset B$ 이지만
 $n(A) < n(B)$ 가 아닌 $n(A) = n(B)$
 ⑤ $n(\{1, 2, 3, 4\}) = 4$
 $n(\{1, 2, 3\}) = 3$
 $4 - 3 = 1$

7. 집합 $A_a = \{x \mid x \text{는 } a \text{의 배수}\}$, 집합 $B_b = \{x \mid x \text{는 } b \text{의 약수}\}$ 라고 할 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? [배점 5, 중상]

- ① $A_2 \subset A_4$ ② $B_2 \subset B_4$
 ③ $A_4 = B_4$ ④ $n(B_{15}) = 5$
 ⑤ $A_8 \subset A_4 \subset A_2$

해설

$$A_2 = \{2, 4, 6, 8, 10, 12, \dots\}$$

$$A_4 = \{4, 8, 12, 16, \dots\}$$

$$A_8 = \{8, 16, 24, \dots\}$$

$$B_2 = \{1, 2\}$$

$$B_4 = \{1, 2, 4\}$$

$$B_{15} = \{1, 3, 5, 15\}$$

$$\text{① } A_4 \subset A_2 \quad \text{③ } A_4 \neq B_4 \quad \text{④ } n(B_{15}) = 4$$

8. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 가 다음을 만족할 때, $n(A) - n(B)$ 의 값을 구하여라.

보기

$$\begin{aligned} A \cup B &= \{b, c, d, e, f, g, i\} \\ A^c \cap B &= \{b, f\} \\ A^c \cup B^c &= \{a, b, c, f, g, h, i\} \end{aligned}$$

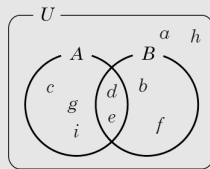
[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

주어진 조건을 벤 다이어그램에 나타내면 다음과 같다.



$$\begin{aligned} A &= \{c, d, e, g, i\}, B = \{b, d, e, f\} \\ \therefore n(A) - n(B) &= 5 - 4 = 1 \end{aligned}$$

9. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $n(U) = 40$, $n(A \cap B) = 5$, $n(A^c \cap B^c) = 3$ 일 때, $n(A - B) + n(B - A)$ 의 값을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 32

해설

$$\begin{aligned} A^c \cap B^c &= (A \cup B)^c \\ n(A \cup B) &= n(U) - n((A \cup B)^c) = 40 - 3 = 37 \\ n(A - B) + n(B - A) &= n(A \cup B) - n(A \cap B) \\ &= 37 - 5 = 32 \end{aligned}$$

10. 다음 조건을 만족하는 집합 A 의 원소를 작은 순서로 $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ 으로 나타낼 때, $a_2 + a_3 + a_5$ 의 값을 구하여라.

- 집합 A 의 원소는 항상 1 보다 크거나 같다.
- $a_1 = 1$, $x \in A$ 이면, $\frac{3}{2}x \in A$ 이다.

[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{141}{16}$

해설

$$\begin{aligned} a_1 &= 1 \text{ 이면 } a_2 = \frac{3}{2} \times a_1 \text{ 이고 이러한 방식으로} \\ \text{집합 } A \text{ 를 구하면,} \\ \{a_1, a_2, a_3, \dots, a_n\} &= \left\{1, \frac{3}{2}, \frac{9}{4}, \frac{27}{8}, \frac{81}{16}, \frac{243}{32}, \dots, \left(\frac{3}{2}\right)^{(n-1)} \times a_1\right\} \\ a_2 &= \frac{3}{2}, a_3 = \frac{9}{4}, a_5 = \frac{81}{16} \text{ 이다.} \\ \therefore a_2 + a_3 + a_5 &= \frac{141}{16} \end{aligned}$$

11. 집합 P 에 대하여 $[A] = \{P | P \subset A\}$ 로 정의한다. $A = \{x, y, z\}$ 일 때, 집합 $[A]$ 를 원소나열법으로 나타내어라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : $[A] = \{\emptyset, \{x\}, \{y\}, \{z\}, \{x, y\}, \{y, z\}, \{z, x\}, \{x, y, z\}\}$

해설

$[A] = \{P | P \subset A\}$ 라는 정의를 살펴보면 P 는 집합 A 의 부분집합이다.
따라서 $[A]$ 는 집합 A 의 부분집합들을 원소로 가진다.
 $\therefore [A] = \{\emptyset, \{x\}, \{y\}, \{z\}, \{x, y\}, \{y, z\}, \{z, x\}, \{x, y, z\}\}$

12. 전체집합 $U = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19\}$ 의 두 부분집합 $A = \{7, 19\}$, $B = \{3, 5, 7, 11, 13\}$ 에 대하여 다음을 만족하는 모두 만족하는 집합 X 의 개수를 구하여라.

$$A \cup X = X, X \cap (B - A) = \{5, 11\}$$

[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 4 개

해설

$A \cup X = X$ 이므로 $A \subset X$

$\therefore 7, 19$ 는 X 의 원소

$B - A = \{3, 5, 11, 13\}$ 이고

$X \cap (B - A) = \{5, 11\}$ 이므로

5, 11 은 X 의 원소이고 3, 13 은 X 의 원소가 아니다.

따라서 X 는 5, 7, 11, 9 를 포함하고 3, 13 은 포함하지 않는 전체집합 U 의 부분집합이므로

$$2^{8-4-2} = 2^2 = 4(\text{개})$$

13. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A \subset B$ 일 때, 서로 같은 집합을 고르면?

㉠ A

㉡ $B - A$

㉢ $A \cap B$

㉣ $\emptyset$

㉤ $A - B^c$

㉥ $A^c \cup B^c$

[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠

▷ 정답 : ㉢

▷ 정답 : ㉤

해설

$A \subset B$ 이면 $A \cap B = A$,

$$A - B^c = A \cap (B^c)^c = A \cap B = A$$

따라서 ㉠, ㉢, ㉤ 이 A 로 같다.

14. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2개)

[배점 6, 상중]

- ① $A = \emptyset$ 이면 $n(A) = 0$
- ② $A = B$ 이면 $n(A) = n(B)$
- ③ $n(A) = n(B)$ 이면 $A = B$
- ④ $A \subset B$ 이면 $n(A) < n(B)$
- ⑤ $A \subset B$ 이고 $B \subset A$ 이면 $n(B) < n(A)$

해설

- ③ $A = \{1, 2\}$, $B = \{a, b\}$ 일 때, $n(A) = n(B)$ 이지만 $A \neq B$ 이다.
- ④ $A = B$ 일 때, $n(A) = n(B)$ 이다. $A \subset B$ 일 때, $n(A) \leq n(B)$
- ⑤ $A \subset B$ 이고 $B \subset A$ 이면 $A = B$ 이므로, $n(A) = n(B)$ 이다.

15. 전체집합 $U = \{x | x \text{는 } 20 \text{ 이하의 소수}\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여

$A = \{x | x \leq 7, x \in U\}$ 일 때, $n(A \cap B) = 3$ 을 만족하는 집합 B 의 개수를 구하여라. [배점 6, 상중]

▶ 답:

▷ 정답: 64 개

해설

$U = \{x | x \text{는 } 20 \text{ 이하의 소수}\} = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19\}$,
 $A = \{x | x \leq 7, x \in U\} = \{2, 3, 5, 7\}$,
 $n(A \cap B) = 3 \rightarrow$ 집합 B 는 $\{2, 3, 5, 7\}$ 중에 세 수를 포함하고 나머지 하나는 반드시 포함하지 않는 U 의 부분집합이다.
 (1) 2, 3, 5 는 반드시 포함하고, 7 은 반드시 포함하지 않는 부분집합의 개수는 $2^{8-3-1} = 16$ (개)
 (2) 2, 3, 7 은 반드시 포함하고, 5 는 반드시 포함하지 않는 부분집합의 개수는 $2^{8-3-1} = 16$ (개)
 (3) 2, 5, 7 은 반드시 포함하고, 3 은 반드시 포함하지 않는 부분집합의 개수는 $2^{8-3-1} = 16$ (개)
 (4) 3, 5, 7 은 반드시 포함하고, 2 는 반드시 포함하지 않는 부분집합의 개수는 $2^{8-3-1} = 16$ (개)
 따라서 집합 B 의 개수는 $16 \times 4 = 64$ (개)