

약점 보강 2

1. 다음 ㉠, ㉡의 수들의 최대공약수를 차례대로 적은 것은?

㉠ 33, 121 ㉡ 39, 65

[배점 2, 하중]

- ① 3, 18 ② 11, 15 ③ 33, 13
 ④ 11, 13 ⑤ 11, 39

해설

㉠
$$\begin{array}{r} 11 \overline{) 33 \ 121} \\ \underline{3 \ 11} \\ 11 \end{array}$$

 따라서 ㉠의 최대공약수는 11 이다.

㉡
$$\begin{array}{r} 13 \overline{) 39 \ 65} \\ \underline{3 \ 5} \\ 5 \end{array}$$

 따라서 ㉡의 최대공약수는 13 이다.

2. 보람이는 친구들에게 금붕어 12 마리와 거북이 18 마리를 각각 똑같이 나누어 주려고 한다. 되도록 많은 친구들에게 나누어 줄 때, 나누어 줄 수 있는 친구는 몇 명인가? [배점 2, 하중]

- ① 2 명 ② 3 명 ③ 4 명
 ④ 5 명 ⑤ 6 명

해설

똑같이 나누어 주려면 인원수는 12 와 18 의 공약수이어야 하고, 되도록 많은 친구들에게 나누어 주려고 하므로 12 와 18 의 최대공약수이어야 한다.

$$\begin{array}{r} 2) \ 12 \ 18 \\ 3) \ 6 \ 9 \\ \underline{2 \ 3} \end{array}$$

$\therefore 2 \times 3 = 6(\text{명})$

3. $2^a = 8$, $6^2 = b$ 를 만족하는 자연수 a, b 의 값을 구하여라. [배점 2, 하중]

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $a = 3$

▷ 정답: $b = 36$

해설

$2^1 = 2$, $2^2 = 2 \times 2 = 4$, $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$
 이므로 $a = 3$ 이다.

$6^2 = 6 \times 6 = 36$ 이므로 $b = 36$ 이다.

4. 두 자연수의 곱이 84 이고 최대공약수가 1 일 때, 최소공배수는? [배점 2, 하중]

- ① 42 ② 84 ③ 90
 ④ 168 ⑤ 336

해설

(두 수의 곱) = (최대공약수) \times (최소공배수) 이므로
 $84 = 1 \times (\text{최소공배수})$

따라서 최소공배수는 84 이다.

5. 다음은 재중이와 사랑이의 대화이다. □안에 알맞은 것을 보기에서 찾아 차례대로 써넣어라.

보기

공약수, 최대공약수, 5, 6

재중 : 드디어 구했어! 사랑아!
 사랑 : 무엇을 구했는데?
 재중 : 두 수의 최대공약수를 구했어. 45가 답이야.
 사랑 : 그럼 그 두 수의 공약수의 개수도 구할 수 있겠네?
 재중 : 잠깐만, 아까 두 수가 뭐였더라.
 사랑 : 최대공약수만 알면 두 수를 몰라도 공약수를 구할 수 있잖아.
 재중 : 그럼, □의 약수의 개수와 두 수의 공약수의 약수의 개수도 같구나!
 사랑 : 맞아!
 재중 : 공약수의 개수는 □ 개구나.

[배점 2, 하중]

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : 최대공약수

▶ 정답 : 6

해설

재중 : 드디어 구했어! 사랑아!
 사랑 : 무엇을 구했는데?
 재중 : 두 수의 최대공약수를 구했어. 45가 답이야.
 사랑 : 그럼 그 두 수의 공약수의 개수도 구할 수 있겠네?
 재중 : 잠깐만, 아까 두 수가 뭐였더라.
 사랑 : 최대공약수만 알면 두 수를 몰라도 공약수를 구할 수 있잖아.
 재중 : 그럼, □(= 최대공약수)의 약수의 개수와 두 수의 공약수의 약수의 개수도 같구나!
 사랑 : 맞아!
 재중 : 공약수의 개수는 □(= 6) 개구나.

45를 소인수분해하면 $45 = 3^2 \times 5$ 이므로 약수의 개수는 $(2+1) \times (1+1) = 6$ (개)이다.

6. 두 자연수 A와 B의 최대공약수가 8일 때, 공약수의 개수는? [배점 2, 하중]

- ① 1개 ② 2개 ③ 3개
 ④ 4개 ⑤ 5개

해설

공약수는 최대공약수의 약수이므로 공약수의 개수는 최대공약수의 약수의 개수와 같다.
 최대공약수 8을 소인수분해하면 $8 = 2^3$ 이므로 약수의 개수는 $3+1 = 4$ (개)이다.
 따라서 두 자연수의 공약수의 개수는 4개이다.

7. 다음 □ 안에 알맞은 수를 써넣고, 최소공배수를 구하여라.

$$\begin{array}{r} \square \) \ 18 \ \ 54 \\ \square \) \ 9 \ \ 27 \\ \square \) \ \square \ \ 9 \\ \square \ \ \square \end{array}$$

[배점 2, 하중]

▶ 답 :

▶ 정답 : 54

해설

$$\begin{array}{r} 2 \) \ 18 \ \ 54 \\ 3 \) \ 9 \ \ 27 \\ 3 \) \ 3 \ \ 9 \\ \ \ \ 1 \ \ 3 \end{array}$$

최소공배수 : $2 \times 3 \times 3 \times 3 = 54$

8. 현근이네 반 남학생 30명과 여학생 24명은 이어달리기 경주를 하기 위해 조를 짜기로 하였다. 각 조에 속하는 여학생의 수와 남학생의 수가 같고 가능한 많은 인원으로 조를 편성하려고 할 때, 몇 조까지 만들어지는가? [배점 3, 하상]

- ① 7조 ② 6조 ③ 5조
 ④ 4조 ⑤ 3조

해설

남학생 수와 여학생 수의 최대 공약수는 6이다. 따라서 6 조까지 만들어진다.

9. 다음 중 420의 소인수가 아닌 것은? [배점 3, 하상]

- ① 2 ② 3 ③ 5 ④ 7 ⑤ 11

해설

$420 = 2^2 \times 3 \times 5 \times 7$ 이므로 소인수의 집합은 $\{2, 3, 5, 7\}$

10. 다음 수들 중 두 번째로 큰 수는?

보기

- ㉠ 33 ㉡ $1011_{(2)}$
 ㉢ 4 ㉣ $5^2 + 2^2$
 ㉤ $11011_{(2)}$

[배점 3, 하상]

- ① ㉠ ② ㉡ ③ ㉢ ④ ㉣ ⑤ ㉤

해설

- ㉡ $1011_{(2)} = 1 \times 2^3 + 1 \times 2 + 1 \times 1 = 11$
 ㉣ $5^2 + 2^2 = 25 + 4 = 29$
 ㉤ $11011_{(2)} = 1 \times 2^4 + 1 \times 2^3 + 1 \times 2 + 1 \times 1 = 27$

11. 다음 중 가장 큰 수는? [배점 3, 하상]

- ① 2^5 ② $110_{(2)}$ ③ $1111_{(2)}$
 ④ $11100_{(2)}$ ⑤ 30

해설

- ① 32
 ② 6
 ③ 15
 ④ 28

12. $2^a = 8, 7^b = 343$ 일 때, $b - a$ 의 값을 구하여라. [배점 3, 하상]

▶ 답:

▶ 정답: 0

해설

$2^3 = 8, 7^3 = 343$ 이므로 $b - a = 0$ 이다.

13. 두 수 $2^2 \times 5, A$ 의 최대공약수가 2×5 , 최소공배수가 $2^2 \times 3^2 \times 5$ 일 때, A 를 구하여라. [배점 3, 하상]

▶ 답:

▶ 정답: 90

해설

두 수 A, B 의 최대공약수를 G , 최소공배수를 L 이라 하면 $A \times B = L \times G$ 이므로
 $(2^2 \times 5) \times A = (2 \times 5) \times (2^2 \times 3^2 \times 5) = 2^3 \times 3^2 \times 5^2$ 이다.
 $\therefore A = 2 \times 3^2 \times 5 = 90$

14. 두 분수 $\frac{1}{16}, \frac{1}{6}$ 중 어느 것을 곱해도 자연수가 되는 수 중 두 번째로 큰 자연수는? [배점 3, 하상]

① 16 ② 32 ③ 48

④ 96 ⑤ 114

해설

구하는 수는 16 과 6 의 공배수이다.
 16 와 6 의 공배수는 16 와 6 의 최소공배수인 48 의 배수이므로 48, 96, 144, ... 이다.

15. $\frac{18}{n}$ 과 $\frac{24}{n}$ 를 자연수로 만드는 n 중에서 가장 큰 수는? [배점 3, 하상]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 6 ⑤ 9

해설

$\frac{18}{n}, \frac{24}{n}$ 를 자연수로 만드는 n 중에서 가장 큰 수는 18 과 24 의 최대공약수인 6 이다.

16. 다음은 십진법으로 나타낸 수를 이진법으로 고친 것이다. 옳지 않은 것을 골라라. [배점 3, 중하]

① $13 = 1101_{(2)}$ ② $25 = 11001_{(2)}$

③ $21 = 10101_{(2)}$ ④ $31 = 11111_{(2)}$

⑤ $53 = 110111_{(2)}$

해설

$53 = 32 + 16 + 4 + 1$
 $= 1 \times 2^5 + 1 \times 2^4 + 1 \times 2^2 + 1 \times 1 = 110101_{(2)}$

17. 세 자연수 $A = 14 \times a$, $B = 21 \times a$, $C = 28 \times a$ 의 최대공약수가 35 일 때, 최소공배수를 구하면?

[배점 4, 중중]

- ① 84 ② 168 ③ 252
 ④ 420 ⑤ 840

해설

$A = 2 \times 7 \times a$, $B = 3 \times 7 \times a$, $C = 2^2 \times 7 \times a$
 이므로 최대공약수는 $7 \times a = 35$ 이고, $a = 5$ 이다.
 따라서 최소공배수는 $2^2 \times 3 \times 5 \times 7 = 420$ 이다.

18. a 는 한 자리 자연수이고 $2 \times a$, $3 \times a$, $4 \times a$ 의 최소공배수가 108 일 때, 이 세 수의 최대공약수를 구하여라.

[배점 4, 중중]

▶ 답:
 ▷ 정답: 9

해설

$2 \times a$, $3 \times a$, $4 \times a$ 의 최소공배수는 $2^2 \times 3 \times a = 108$,
 $a = 9$ 이다.
 최대공약수는 a 이므로 9 이다.
 $\therefore 9$

19. 네 자리의 이진법으로 나타낸 수 중 가장 큰 수와 다섯 자리의 이진법으로 나타낸 수 중 두 번째로 작은 수의 합을 십진법으로 나타내어라. [배점 4, 중중]

▶ 답:
 ▷ 정답: 32

해설

네 자리의 이진법으로 나타낸 수 중에서 가장 큰 수는 $1111_{(2)}$, 다섯 자리의 이진법으로 나타낸 수 중에서 두 번째로 작은 수는 $10001_{(2)}$
 $\therefore 1111_{(2)} + 10001_{(2)} = 15 + 17 = 32$

20. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 3^7 \times 5^4 \text{의 약수 중에서 } a^2 \text{ 이 되는 수}\}$ 일 때, $n(A)$ 를 구하여라. (단, a 는 자연수)

[배점 4, 중중]

▶ 답:
 ▷ 정답: 12

해설

$3^7 \times 5^4$ 의 약수 중 (자연수)² 이 되는 수는
 $1, 3^2, (3^2)^2, (3^3)^2, 5^2, (5^2)^2, (3 \times 5)^2,$
 $(3 \times 5^2)^2, (3^2 \times 5)^2, (3^2 \times 5^2)^2, (3^3 \times 5)^2,$
 $(3^3 \times 5^2)^2$ 이다.
 $\therefore n(A) = 12$