

실력 확인 문제

1. 다음 중 틀린 것은? [배점 2, 하중]

- ① $\{1, 2\} \subset \{x \mid x \text{는 } 5 \text{보다 작은 자연수}\}$
- ② $\{0, 2, 4\} \subset \{2, 4, 6, 8\}$
- ③ $\emptyset \subset \{1, 2, 3, 4\}$
- ④ $\{1, 3, 6\} \subset \{x \mid x \text{는 } 12 \text{의 약수}\}$
- ⑤ $\{1, 3, 7\} \not\subset \{0, 1, 3, 5\}$

해설

② $\{0, 2, 4\}$ 가 $\{2, 4, 6, 8\}$ 의 부분집합이 아니므로 $\{0, 2, 4\} \not\subset \{2, 4, 6, 8\}$

2. 두 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 8 \text{의 약수}\}$, $B = \{1, 2, 4, 8, 16\}$ 에 대하여 다음 중 옳은 것을 골라라.

- ㉠ $\{\emptyset\} \subset A$ ㉡ $\{1, 2, 4, 8\} = A$
- ㉢ $A \not\subset B$ ㉣ $A = B$

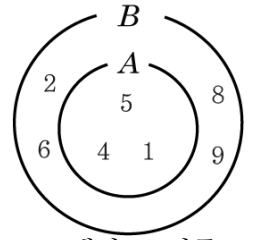
[배점 2, 하중]

▶ 답: ㉡
▶ 정답: ㉡

해설

집합 A 를 원소나열법으로 나타내면 $A = \{1, 2, 4, 8\}$ 이다.
㉠은 $\{\emptyset\}$ 은 A 의 부분집합이 아니며, ㉢은 $A \subset B$ 이다. ㉣은 $16 \notin A$ 이므로 $A \neq B$ 이다.

3. 다음 벤 다이어그램을 보고 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2개)



[배점 2, 하중]

- ① $B \subset A$
- ② $A = \{1, 2, 4, 5, 6, 8, 9\}$
- ③ $A \cup B = B$
- ④ $B - A = \emptyset$
- ⑤ $A - B = \emptyset$

해설

$A \subset B$ 이므로 $A \cup B = B$, $A - B = \emptyset$ 이다.

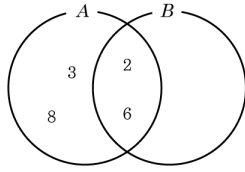
4. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 17 \text{의 약수}\}$ 의 부분집합의 갯수를 구하여라. [배점 2, 하중]

▶ 답:
▶ 정답: 4개

해설

$A = \{1, 17\}$ 이므로 A 의 부분집합의 갯수는 원소의 갯수만큼 2를 곱한 값과 같다.
따라서 $2^2 = 2 \times 2 = 4$ (개)이다.

5. 다음 벤 다이어그램에서 $A = \{2, 3, 6, 8\}$, $A \cap B = \{2, 6\}$ 일 때, 다음 중 집합 B가 될 수 있는 것은?



[배점 3, 하상]

- ① $\{2, 3, 6\}$ ② $\{2, 6, 8\}$
 ③ $\{2, 3, 6, 8\}$ ④ $\{2, 6, 9, 10\}$
 ⑤ $\{6, 8\}$

해설

집합 B는 반드시 $A \cap B = \{2, 6\}$ 을 포함하여야 하며 A 집합에만 존재하는 원소 3과 8은 들어갈 수 없다.

- ① 3이 포함되어서 옳지 않다.
 ② 8이 포함되어서 옳지 않다.
 ③ 3, 8이 포함되어서 옳지 않다.
 ⑤ 8이 포함되어서 옳지 않다.

6. 세 집합 A, B, C가 $A \subset B \subset C$ 일 때, 다음 중 옳은 것은? [배점 3, 하상]

- ① $A \subset \emptyset$ ② $C \not\subset B$ ③ $A \subset C$
 ④ $B \subset A$ ⑤ $C \subset A$

해설

- ① A가 공집합인지는 알 수 없다.
 ② $B = C$ 이면, $C \subset B$ 이다.
 ④ $A \neq B$ 이면, $B \not\subset A$ 이다.
 ⑤ $A \neq C$ 이면, $C \not\subset A$

7. 집합 A는 2, 3, 5, 7을 원소로 가질 때, 다음 중 틀린 것을 모두 고르면? (정답 2개) [배점 3, 하상]

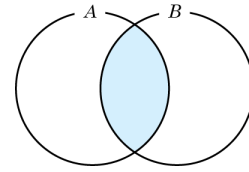
- ① $1 \notin A$ ② $2 \in A$ ③ $6 \notin A$
 ④ $9 \in A$ ⑤ $3 \notin A$

해설

a가 집합 A의 원소이면 $a \in A$, b가 A의 원소가 아니면 $b \notin A$ 이다.

- ④ $9 \notin A$
 ⑤ $3 \in A$

8. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 48 \text{ 이하의 } 4 \text{의 배수}\}$, $B = \{4, 6, 8, 10, 12\}$ 일 때, 다음과 같은 벤 다이어그램에서 색칠한 부분을 나타내는 집합은?

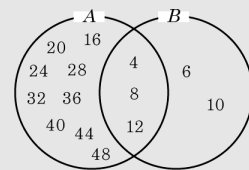


[배점 3, 하상]

- ① $\{4, 8, 10\}$ ② $\{4, 6, 8\}$
 ③ $\{4, 6, 12\}$ ④ $\{4, 8, 12\}$
 ⑤ $\{4, 8, 12, 16\}$

해설

벤 다이어그램을 그려보면 다음과 같다.



공통 부분의 원소는 $\{4, 8, 12\}$ 이다.

9. 두 집합 A, B 에 대하여 $A \cup B = A$ 일 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2개) [배점 3, 하상]

- ① $A \subset B$
 ② $(A \cap B) \subset A$
 ③ $A \cap B = B$
 ④ $(A \cap \emptyset) \cup B = A$
 ⑤ $(A \cup B) \subset (A \cap B)$

해설

$A \cup B = A$ 이면 $B \subset A$ 이다.

- ① $B \subset A$ 이므로 옳지 않다.
 ④ $(A \cap \emptyset) \cup B = \emptyset \cup B = B$ 이므로 옳지 않다.
 ⑤ $(A \cup B) \subset (A \cap B)$ 은 $A \subset B$ 와 같으므로 옳지 않다.

10. $A \cup B = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ 이고 A, B 가 보기를 만족할 때, 집합 A 의 부분집합이 아닌 것은?

보기

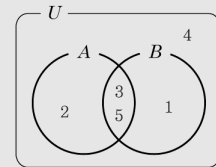
- ㄱ. $A \cap B = \{3, 5\}$
 ㄴ. $B - A = \{1\}$
 ㄷ. $(A \cup B)^c = \{4\}$

[배점 3, 하상]

- ① $\{2\}$ ② $\{3\}$ ③ $\{2, 3\}$
 ④ $\{2, 5\}$ ⑤ $\{1, 2, 5\}$

해설

주어진 조건을 벤 다이어그램으로 나타내면 다음 그림과 같으므로 $A = \{2, 3, 5\}$ 이다. 따라서 A 의 부분집합인 것은 $\emptyset, \{2\}, \{3\}, \{5\}, \{2, 3\}, \{2, 5\}, \{3, 5\}, \{2, 3, 5\}$ 이다.



11. 두 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 8 \text{의 배수}\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } k \text{의 배수}\}$ 에 대하여 $A \cup B = B$ 인 조건을 만족하는 자연수 k 의 값으로 적당하지 않은 것은?

[배점 3, 중하]

- ① 1 ② 2 ③ 4 ④ 6 ⑤ 8

해설

$A \cup B = B$ 를 만족하려면 $A \subset B$ 인 관계가 성립하여야 하므로 집합 B 는 집합 A 의 원소인 8의 배수를 모두 포함하여야 한다.

따라서 k 가 8의 약수일 때다. 즉 6의 배수는 8의 배수 전부를 포함하지 않는다.

12. 윤호네 반 학생 42명 중 방과 후 특기적성 프로그램에서 배드민턴을 신청한 학생이 29명, 요가를 신청한 학생이 23명, 배드민턴과 요가를 모두 신청한 학생이 12명 일 때, 배드민턴과 요가 중 어느 것도 신청 하지 않은 학생 수를 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 2명

해설

윤호네 반 학생 전체의 집합을 U ,
배드민턴을 신청한 학생들의 집합을 A ,
요가를 신청한 학생들의 집합을 B 라고 하면,
 $n(U) = 42$,
 $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) = 29 + 23 - 12 = 40$
 $n((A \cup B)^c) = n(U) - n(A \cup B) = 42 - 40 = 2$

13. 다음 중 틀린 것은? [배점 3, 중하]

- ① $\emptyset \subset \{1, 2, 3\}$
 ② $\{1, 2\} \supset \{1, 2, 3\}$
 ③ $\{2, 4\} \subset \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 짝수}\}$
 ④ $\{5, 10\} \not\subset \{x \mid x \text{는 } 12 \text{의 약수}\}$
 ⑤ $2 \in \{1, 2, 3, 4\}$

해설

② $\{1, 2\} \subset \{1, 2, 3\}$

14. 수진이네 반에서 매달 실시하는 수학 퀴즈 대회는 문제를 맞히는 모든 사람에게 도서 상품권을 준다고 한다. 다음은 이번 달 수학 퀴즈 문제에 대하여 5명의 학생들이 답을 적어 제출한 것이다. 이때, 도서상품권을 받을 사람은 누구인지 말하여라.

문제) 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $B - A = \emptyset$ 일 때, 두 집합 사이의 관계를 다른 방법으로 표현하여라.

서준 : $A \subset B$

성진 : $A - B = \emptyset$

유진 : $A^c \cap B = \emptyset$

명수 : $B^c \subset A^c$

형돈 : $(A \cup B) - B = \emptyset$

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 유진

해설

$B - A = \emptyset$ 일 때, $B \subset A$ 이다.

따라서 $A^c \cap B = \emptyset$, $B - A = \emptyset$ 이다.

15. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 자연수}\}$ 에서 홀수는 반드시 포함하고, 4의 배수는 포함하지 않는 부분집합의 개수를 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 8개

해설

$A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ 이므로
 2 (홀수, 4의 배수를 뺀 원소의 개수) $= 2^{10-5-2} = 2^3 = 8$ (
 개)

16. 학생 수가 40 명인 희정이네 반 학생들은 교내 백일장에 참가하여 시를 써서 제출한 학생이 22 명, 시와 수필을 모두 써서 제출한 학생이 9 명, 시와 수필을 모두 제출하지 않은 학생이 13 명이었을 때, 수필을 써서 제출한 학생 수는? [배점 4, 중중]

- ① 10 명 ② 11 명 ③ 12 명
④ 13 명 ⑤ 14 명

해설

$n(U) = 40, n(A) = 22, n(A \cap B) = 9, n(A \cup B)^c = 13$ 이다.

$n(A \cup B) = n(U) - n((A \cup B)^c) = 40 - 13 = 27$ 이다.

$n(B) = n(A \cup B) - n(A) + n(A \cap B) = 27 - 22 + 9 = 14$ 이다.

17. 두 집합 $A = \{1, a, a + 2\}, B = \{3, a - 2, 2 \times a\}$ 에 대하여 $A - B = \{5\}$ 일 때, a 의 값은? [배점 4, 중중]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$a - b = \{5\}$ 이므로 $5 \in A$ 이다.

(1) $a = 5$ 일 때, $A = \{1, 5, 7\}, B = \{3, 10\}$ 이므로 $A - B = \{1, 5, 7\} \neq \{5\}$ 이다.

(2) $a + 2 = 5$, 즉 $a = 3$ 일 때, $A = \{1, 3, 5\}, B = \{1, 3, 6\}$ 이므로 $A - B = \{5\}$ 이다.

(1), (2) 에서 $a = 3$ 이다.