오답 노트-다시풀기

1. $< a,\ b,\ c >$ 는 $a,\ b,\ c$ 중 크지 않은 수로 정의할 때, 함수 $f(x) =< 5-2x,\ 2x+7,\ x+2 >$ 의 최댓값을 구하여라. [배점 6, 상중]

▶ 답 :

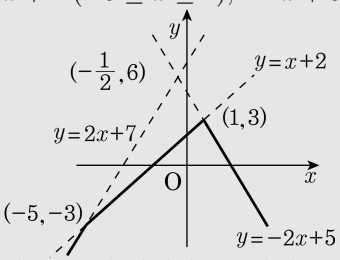
▷ 정답 : 3

해설

$< a,\ b,\ c >$ 는 $a,\ b,\ c$ 중 작거나 같은 수를 나타내므로 아래 그림에서

$f(x) = 2x+7\ (x \le -5)$,

$x+2\ (-5 \le x \le 1),\ -2x+5\ (x \ge 1)$



따라서 위의 그림에서 $f(x)$ 의 최댓값은 3이다.

2. 일차함수 $f(x) = px+q$ 의 그래프는 x 값이 4 만큼 증가할 때 y 의 값은 k 만큼 증가하고 x 값이 1 에서 10 으로 변할 때, y 의 값은 r 만큼 증가한다. 또한 실수 $a,\ b$ 에 대하여 다음 식을 만족할 때, kr 의 값을 구하여라.

$$\frac{f(a)-f(b)}{3} = \frac{b}{2} - \frac{a}{2}$$

[배점 6, 상중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 81

해설

$\frac{f(a)-f(b)}{3} = \frac{b}{2} - \frac{a}{2}$ 에서

$2f(a) - 2f(b) = 3b - 3a$

$2f(a) - f(b) = -3(a-b)$

$\therefore\ \frac{f(a)-f(b)}{a-b} = -\frac{3}{2}$

즉, 이 직선의 기울기 $p = -\frac{3}{2}$ 이다.

따라서, x 값이 4 만큼 증가할 때 y 의 값은 k 만큼 증가하므로 $\frac{k}{4} = -\frac{3}{2}$ $\quad\therefore\ k = -6$

또한, x 값이 9 만큼 증가할 때 y 의 값은 r 만큼 증가하므로 $\frac{r}{9} = -\frac{3}{2}$ $\quad\therefore\ r = -\frac{27}{2}$

$\therefore\ kr = (-6) \times \left(-\frac{27}{2}\right) = 81$

3. 일차함수 $f(x) = ax + b$ 에 대하여 $2 \le f(2) \le 4$, $7 \le f(3) \le 11$ 를 만족하는 a 의 값이 최대일 때, $f(x)$ 의 그래프의 x 절편을 구하여라. [배점 6, 상중]

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{16}{9}$

해설

$2 \le f(2) \le 4$ 이므로 $2 \le 2a + b \le 4 \cdots$ ㉠

$7 \le f(3) \le 11$ 이므로 $7 \le 3a + b \le 11 \cdots$ ㉡

㉡ − ㉠ 을 하면 $3 \le a \le 9$

즉 a 의 최댓값이 9 이므로 $2a + b = 2$ 에 $a = 9$ 를 대입하면 $b = -16$

$\therefore\ f(x) = 9x - 16$

따라서 일차함수 $y = f(x)$ 의 x 절편은 $\frac{16}{9}$ 이다.

4. $y = 2x + 5$, $y = 4x + a$ 의 그래프가 만나는 점의 x 좌표는 0 이고, $y = 4x + a$, $y = -bx + 3$ 의 그래프가 만나는 점의 y 좌표는 0 이라고 할 때, 직선 $y = ax + b$ 의 식을 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : $y = 5x - \frac{12}{5}$

해설

$y = 2x + 5$, $y = 4x + a$ 의 그래프가 만나는 점의 x 좌표는 0 이므로 y 절편이 같다.

$\therefore\ a = 5$

$y = 4x + a$, $y = -bx + 3$ 의 그래프가 만나는 점의 y 좌표는 0 이므로 x 절편이 같다.

$\therefore\ b = -\frac{12}{5}$

따라서 $y = ax + b$ 는 $y = 5x - \frac{12}{5}$ 이다.

5. 일차함수 $y = ax - 1$ 이 $1 \le x \le b$ 인 범위에서 $0 \le y \le 4$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

1) $a > 0$ 일 때,

x 의 값이 증가함에 따라 y 의 값도 증가하므로 일차함수 $y = ax - 1$ 은 두 점 $(1,\ 0)$, $(b,\ 4)$ 를 지난다.

$0 = a - 1$

$4 = ab - 1$

$\therefore\ a = 1,\ b = 5$

2) $a < 0$ 일 때,

x 의 값이 증가함에 따라 y 의 값은 감소하므로 일차함수 $y = ax - 1$ 은 두 점 $(1,\ 4)$, $(b,\ 0)$ 을 지난다.

$4 = a - 1$

$0 = ab - 1$

$\therefore\ a = 5,\ b = \frac{1}{5}$ (그러나 $a < 0$ 인 조건에 만족하지 못하므로 적합하지 않다.)

따라서 $a + b$ 의 값은 6 이다.

6. 일차함수 $y = 2ax + 1$ 이 $b \le x \le 6$ 인 범위에서 $-1 \le y \le 3$ 일 때, ab 의 값을 구하여라.

[배점 5, 상하]

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 1

▷ 정답: -1

해설

1) $a > 0$ 일 때, x 의 값이 증가함에 따라 y 의 값도 증가하므로 일차함수 $y = 2ax + 1$ 은 두 점 $(b, -1)$, $(6, 3)$ 을 지난다.

$$\begin{cases} -1 = 2ab + 1 \\ 3 = 12a + 1 \end{cases}$$

$\therefore a = \frac{1}{6}$, $b = -6$

$\therefore ab = -1$

2) $a < 0$ 일 때, x 의 값이 증가함에 따라 y 의 값은 감소하므로 일차함수 $y = 2ax + 1$ 은 두 점 $(b, 3)$, $(6, -1)$ 을 지난다.

$$\begin{cases} 3 = 2ab + 1 \\ -1 = 12a + 1 \end{cases}$$

$\therefore a = -\frac{1}{6}$, $b = -6$

$\therefore ab = 1$

따라서 ab 의 값은 1 또는 -1 이다.

7. x 절편이 y 절편의 $\frac{1}{2}$ 인 일차함수의 그래프가 두 점 $(m, -3)$, $(2, 4m)$ 을 지날 때, m 의 값을 구하여라.

[배점 5, 상하]

▶ 답:

▷ 정답: $-\frac{7}{2}$

해설

y 절편을 $2a$ 로 놓으면 x 절편은 a 이므로

직선의 기울기는 $\frac{2a - 0}{0 - a} = -2$

즉, 일차함수 $y = -2x + b$ 로 놓으면 이 그래프는 두 점 $(m, -3)$, $(2, 4m)$ 를 지나므로

$-3 = -2m + b$

$4m = -4 + b$

위의 두 식을 연립하면 $m = -\frac{7}{2}$ 이다.

8. 두 일차함수 $y = -\frac{3}{4}x + \frac{3}{2}$, $y = ax + 6$ $(a > 0)$ 의 그래프와 y 축으로 둘러싸인 도형의 넓이가 $\frac{9}{2}$ 일 때, 상수 a 의 값은?

[배점 5, 상하]

① -2 ② $-\frac{3}{2}$ ③ -1

④ 1 ⑤ $\frac{3}{2}$

해설

교점의 x 좌표를 $-k$ 라 하면 $(k > 0)$

두 직선과 y 축으로 둘러싸인 도형의 넓이가 $\frac{9}{2}$ 이므로

$\frac{1}{2} \times \left(6 - \frac{3}{2}\right) \times = \frac{9}{2}$ 에서 $k = 2$

즉, 두 직선은 $x = -2$ 에서 만난다.

$y = -\frac{3}{4}x + \frac{3}{2}$ 에 $x = -2$ 를 대입하면 $y = 3$

즉, 교점의 좌표는 $(-2, 3)$ 이다.

이것을 $y = ax + b$ 에 대입하면

$3 = -2 + 6$ 에서 $a = \frac{3}{2}$

9. 일차함수 $y = ax + b$는 점 $(5, 3)$을 지나고 $\dfrac{f(m)-f(n)}{m-n} = \dfrac{2}{5}$이다. 이 때, $f(-2)+f(7)$의 값은? [배점 5, 상하]

① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

해설

기울기 $a = \dfrac{2}{5}$이므로

$y = \dfrac{2}{5}x + b$에 점 $(5, 3)$을 대입하면

$3 = 2 + b,\ b = 1$

$y = \dfrac{2}{5}x + 1$

$\therefore\ f(-2)+f(7) = -\dfrac{4}{5}+1+\dfrac{14}{5}+1 = 4$

10. 세 점 $(1, 2)$, $(-2, -3)$, (p, q)가 한 직선 위에 있을 때, $-\dfrac{3q}{5p+1}$의 값은? [배점 5, 중상]

① 0 ② 2 ③ −2 ④ 1 ⑤ −1

해설

$\dfrac{2-(-3)}{1-(-2)} = \dfrac{q-2}{p-1}$에서

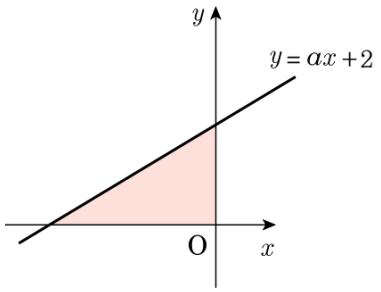
$\dfrac{5}{3} = \dfrac{q-2}{p-1},\ 5p-5 = 3q-6 \quad \therefore 5p+1 = 3q$

따라서 $-\dfrac{3q}{5p+1} = -\dfrac{3q}{3q} = -1$이다.

11. [배점 5, 중상]

해설

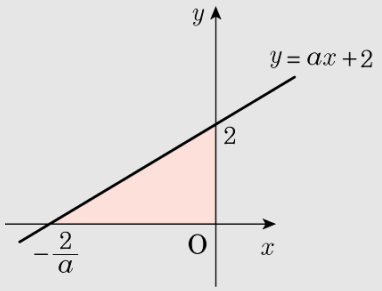
12. 일차함수 $y = ax+2\,(a>0)$의 그래프와 x축, y축으로 둘러싸인 삼각형의 넓이가 4일 때, a의 값은?



[배점 5, 중상]

① $\dfrac{1}{3}$ ② $\dfrac{1}{2}$ ③ 1 ④ $\dfrac{3}{2}$ ⑤ 2

해설



$y = ax+2$의 x, y절편은 각각 $-\dfrac{2}{a}$, 2 이므로

(삼각형의 넓이) $= \dfrac{1}{2}\times\dfrac{2}{a}\times 2 = 4$

$\therefore\ a = \dfrac{1}{2}$

13. 상수 a, b, c 에 대하여 $ab < 0$, $bc > 0$ 일 때, 일차함수 $ax + by + c = 0$ 의 그래프가 지나지 않는 사분면을 말하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 제 2사분면

해설

$ab < 0$, $bc > 0$ 에서 $b \neq 0$, $c \neq 0$ 이다.

$ax + by + c = 0$

$by = -ax - c$

$y = -\frac{a}{b}x - \frac{c}{b}$

$ab < 0$, $bc > 0$ 에서 $b \neq 0$, $c \neq 0$ 이므로 $\frac{a}{b} < 0$, $\frac{c}{b} > 0$ 이다.

따라서 $y = -\frac{a}{b}x - \frac{c}{b}$ 의 그래프는 (기울기) > 0 이고 (y절편) < 0 인 일차함수이므로 제 2 사분면을 제외한 제 1, 3, 4 사분면을 지난다.

14. 다음 보기의 일차함수 중 그 그래프가 왼쪽 위로 향하는 것을 모두 구한 것은?

보기

㉠ $y = 8x$ ㉡ $y = -2x$

㉢ $y = 6x + 7$ ㉣ $y = \frac{1}{2}x - 9$

㉤ $y = -\frac{1}{6}x + 1$ ㉥ $y = -10x + 100$

[배점 4, 중중]

① ㉠, ㉡, ㉢ ② ㉠, ㉢, ㉤ ③ ㉡, ㉢, ㉣

④ ㉡, ㉤, ㉥ ⑤ ㉣, ㉤, ㉥

해설

그래프가 오른쪽 위로 향하는 것은 기울기가 음수인 것이므로 ㉡, ㉤, ㉥ 이다.

15. 일차함수 $y = -2x + 4$와 $y = 3x + b$의 x 절편이 같을 때, b의 값을 구하면? [배점 4, 중중]

① -6 ② -3 ③ 2 ④ 4 ⑤ 6

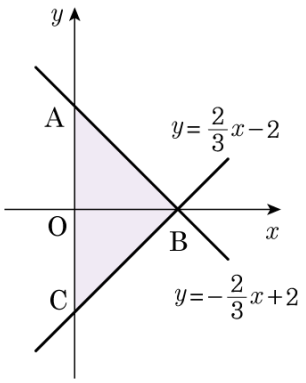
해설

$y = -2x + 4$의 x 절편은 2이다.

$y = 3x + b$는 $(2, 0)$을 지나므로 $3 \times 2 + b = 0$

$\therefore b = -6$

16. 다음 그림에서 삼각형 ABC의 넓이는? [배점 4, 중중]



① 24 ② 12

③ 6 ④ 3

⑤ -6

해설

$y = -\frac{2}{3}x + 2$에서 y 절편은 2, x 절편은 3

$y = -\frac{2}{3}x - 2$에서 y 절편은 -2, x 절편은 3이므로

$\triangle ABC = \frac{1}{2} \times 4 \times 3 = 6$이다.

17. 다음 일차함수 중 그 그래프가 x 축과 가장 가까운 것은? [배점 4, 중중]

① $y=-4x$ ② $y=2x$ ③ $y=\frac{1}{2}x$

④ $y=-\frac{1}{3}x$ ⑤ $y=x$

해설

기울기의 절댓값이 클수록 y 축과 가깝다.
반대로 x 축과 가까우려면 기울기의 절댓값이 작으면 된다.
보기 중 기울기의 절댓값이 가장 작은 함수는 ④이다.

18. 일차함수 $y=-\frac{1}{3}x$ 의 그래프에 대한 보기의 설명 중 옳은 것을 모두 고르면?

보기

㉠ 원점을 지난다.

㉡ 점 $(-1,\ \frac{1}{3})$ 을 지난다.

㉢ 제 1 사분면과 제 3 사분면을 지난다.

㉣ x 의 값이 감소하면 y 값은 감소한다.

㉤ $y=-\frac{1}{5}x$ 의 그래프가 y축에서 보다 멀다.

[배점 4, 중중]

① ㉠, ㉡ ② ㉠, ㉡, ㉢ ③ ㉠, ㉤

④ ㉡, ㉢ ⑤ ㉠, ㉡, ㉤

해설

㉠ $y=-\frac{1}{3}x$ 는 $(0,0)$ 을 지난다.
㉡ $(-1,\ \frac{1}{3})$ 을 함숫값에 대입하면 성립한다.
㉤ $y=-\frac{1}{5}x$ 의 기울기의 절댓값이 $y=-\frac{1}{3}x$ 보다 작으므로 y 축에서 멀리 있다.

19. 다음 보기에서 일차함수 $y=-3x$ 의 그래프를 평행이동하면 겹치는 그래프를 모두 골라라.

보기

㉠ $y=-x+3$ ㉡ $y=-3x+1$

㉢ $y=-\frac{1}{3}x+2$ ㉣ $y=3x$

㉤ $y=-3x+5$ ㉥ $y=3x+1$

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉡, ㉤

해설

일차함수 $y=-3x$ 를 x 축 또는 y 축의 방향으로 평행이동하면 $y-b=-3(x-a)$ 의 형태를 가져야 한다. 보기 중 이러한 형태를 가지고 있는 것은 ㉡, ㉤ 뿐이다. 또, 기울기가 다른 그래프는 평행이동하여도 겹칠 수 없다.

20. 다음 그래프의 일차함수 $y=ax+b$ 에 대한 설명 중 옳지 않은 것은?

보기

[배점 3, 중하]

① $a>0$, $b>0$ 일 때, 일차함수 $y=ax+b$ 의 그래프는 ㄹ이다.

② $a=3$, $b=6$ 일 때, 일차함수 $y=ax+b$ 의 그래프는 ㄹ이다.

③ $a=-\frac{1}{4}$, $b=-6$ 일 때, 일차함수 $y=ax+b$ 의 그래프는 ㄷ이다.

④ $a<0$, $b=0$ 일 때, 일차함수 $y=ax+b$ 의 그래프는 ㄴ이다.

⑤ 일차함수 $y=ax+b$ 의 그래프 ㄷ은 $a<0$, $b>0$ 이다.

해설

⑤ ㄷ 에서 그래프는 오른쪽 아래를 향하므로 (기울기) <0 이고, (y절편) <0 이므로 $b<0$ 이다.

21. 다음 보기 중 일차함수가 아닌 것을 골라라.

[배점 3, 중하]

① $y = x + 2$ ② $x = 1 - y$

③ $y = \frac{2}{3}x + 3$ ④ $y + x^2 = x^2 + x$

⑤ $y + x = x + 3$

해설

① $y = x + 2$ 는 일차함수이다.

② $x = 1 - y$, $y = -x + 1$ 이므로 일차함수이다.

③ $y = \frac{2}{3}x + 3$ 는 일차함수이다. (계수가 분수라고 분수함수가 아니다.)

④ $y + x^2 = x^2 + x$ 는 $y = x$ 이므로 일차함수이다.

⑤ $y + x = x + 3$, $y = 3$ 이므로 상수함수이다.

22. 일차함수 $f(x) = -5x + 1$ 에서 $f(x) = -14$ 일 때, x 의 값을 구하여라.

[배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 3

해설

$f(x) = -5x + 1 = -14$

$-5x = -15$

$x = 3$

23. 일차함수 $f : X \to Y$ 에서 $-ax + y - 3 = 0$ 일 때, x 가 3일 때의 y의 값이 0이다. $f(t) = -2$ 일 때, t의 값은?

[배점 3, 하상]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$y = ax + 3$, $f(3) = 0$이므로 $a = -1$ $\therefore y = -x + 3$ 이다.

$f(t) = -2$를 대입하면

$-2 = -t + 3$

$\therefore t = 5$

24. 정의역이 $\{-2, -1, 0, 1, 2\}$인 일차함수 $y = -2x + 3$의 치역의 원소가 아닌 것은?

[배점 3, 하상]

① -1 ② 2 ③ 3 ④ 5 ⑤ 7

해설

일차함수 $y = -2x + 3$의 치역은

$\{-1, 1, 3, 5, 7\}$이다.

25. 일차함수 $y=9x+4$ 의 그래프를 y축의 양의 방향으로 평행이동시켜서 원점을 지나게 하려고 한다. 얼마만큼 평행이동시켜야 하는지 구하여라. [배점 3, 하상]

▶ 답:

▷ 정답: -4

해설

일차함수 $y=9x+4$ 의 그래프를 y축의 양의 방향으로 p만큼 평행 이동한 함수식은 $y=9x+4+p$ 이고,
이 함수가 원점, 즉 $(0,\ 0)$을 지나므로 $0=9\times(0)+4+p$, $p=-4$이다.
따라서 원점을 지나게 하려면 y축의 양의 방향으로 -4만큼 평행이동시켜야 한다.

26. 일차함수 $y=ax-2$ 의 그래프에서 x 절편이 2일 때 상수 a 의 값은? [배점 3, 하상]

① -3 ② -2 ③ -1 ④ 0 ⑤ 1

해설

$y=ax-2$ 에 $(2,\ 0)$ 을 대입하면
$0=2a-2,\ 2a=2\ \therefore\ a=1$

27. 일차함수 $y=-3x+3$ 의 그래프는 x 의 값이 3 만큼 증가할 때, y 의 값은 얼마만큼 증가하는가? [배점 3, 하상]

① -3 ② -9 ③ -6
④ 6 ⑤ $-\frac{2}{3}$

해설

$(\text{기울기})=\frac{(y\text{의 증가량})}{(x\text{의 증가량})}=\frac{\square}{3}=-3$
$\therefore\ \square=-9$

28. 일차함수 $y=4x-7$ 에서 x 의 증가량이 $\frac{1}{2}$ 일 때, y 의 증가량을 구하여라. [배점 3, 하상]

▶ 답:

▷ 정답: 2

해설

$\frac{(y\text{의 증가량})}{\frac{1}{2}}=4$
$(y\text{의 증가량})=4\times\frac{1}{2}=2$

29. 다음 함수 중에서 일차함수를 모두 골라라.

㉠ $x+y=5$	㉡ $y=\frac{7}{x}$
㉢ $xy=1$	㉣ $5x+2y+3=0$
㉤ $y=-3x$	㉥ $y=x^2-x$

[배점 2, 하중]

▶ 답:
▶ 답:
▶ 답:
▷ 정답: ㉠
▷ 정답: ㉣
▷ 정답: ㉤

해설

㉠, ㉣, ㉤

30. 직선의 방정식 $7x+4y=21$ 위의 한 점의 좌표가 x, y 의 절댓값은 같고 부호는 다르다고 한다. 이 점의 좌표로 맞는 것은? [배점 2, 하중]

① $(11,-11)$ ② $(-11,11)$ ③ $(9,-9)$
④ $(-9,9)$ ⑤ $(7,-7)$

해설

x, y 의 절댓값은 같고 부호는 다르므로, 좌표를 $(a,\ -a)$ 라 두고 방정식에 대입하면
$7a-4a=21,\ \therefore a=7$
따라서 $(7,-7)$

31. 일차방정식 $2x-5y=-6$ 의 해가 $(2,\ k)$ 일 때, k 의 값을 구하여라. [배점 2, 하중]

▶ 답:
▷ 정답: 2

해설

$2x-5y=-6$ 에 $(2,\ k)$ 를 대입하면
$4-5k=-6$
$-5k=-10$
$k=2$