

문제 풀이 과제

1. 일차방정식 $2x - 5y = -6$ 의 해가 $(2, k)$ 일 때, k 의 값을 구하여라. [배점 2, 하중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$2x - 5y = -6$ 에 $(2, k)$ 를 대입하면
 $4 - 5k = -6$
 $-5k = -10$
 $k = 2$

2. 직선의 방정식 $7x + 4y = 21$ 위의 한 점의 좌표가 x, y 의 절댓값은 같고 부호는 다르다고 한다. 이 점의 좌표로 맞는 것은? [배점 2, 하중]

- ① $(11, -11)$ ② $(-11, 11)$ ③ $(9, -9)$
 ④ $(-9, 9)$ ⑤ $(7, -7)$

해설

x, y 의 절댓값은 같고 부호는 다르므로, 좌표를 $(a, -a)$ 라 두고 방정식에 대입하면
 $7a - 4a = 21, \therefore a = 7$
 따라서 $(7, -7)$

3. 일차방정식 $x - 3y + 5 = 0$ 의 하나의 해가 $(2a, a)$ 일 때, a 의 값은? [배점 2, 하중]

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

해설

$(2a, a)$ 를 $x - 3y + 5 = 0$ 에 대입하면 $2a - 3a + 5 = 0, a = 5$

4. 일차함수 $y = -3x + 3$ 의 그래프는 x 의 값이 3 만큼 증가할 때, y 의 값은 얼마만큼 증가하는가? [배점 3, 하상]

- ① -3 ② -9 ③ -6
 ④ 6 ⑤ $-\frac{2}{3}$

해설

(기울기) = $\frac{(y \text{의 증가량})}{(x \text{의 증가량})} = \frac{\square}{3} = -3$
 $\therefore \square = -9$

5. 일차함수 $y = ax - 2$ 의 그래프에서 x 절편이 2일 때 상수 a 의 값은? [배점 3, 하상]

- ① -3 ② -2 ③ -1 ④ 0 ⑤ 1

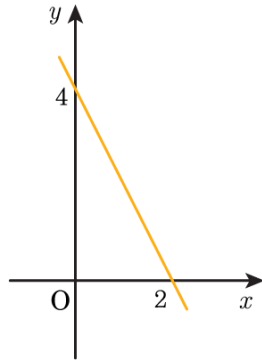
해설

$y = ax - 2$ 에 $(2, 0)$ 을 대입하면
 $0 = 2a - 2, 2a = 2 \therefore a = 1$

6. 다음 그림과 같은 일차함수의 그래프의 기울기를 a , x 절편을 b , y 절편을 c 라고 할 때, $a - b + c$ 의 값은?

[배점 3, 하상]

- ① -3 ② -2
③ -1 ④ 0
⑤ 1



해설

(2, 0)을 지나므로 x 절편은 2
(0, 4)를 지나므로 y 절편은 4
기울기는 $\frac{0-4}{2-0} = -2$
 $\therefore a - b + c = -2 - 2 + 4 = 0$ 이다.

7. 일차함수 $f(x) = -5x + 1$ 에서 $f(x) = -14$ 일 때, x 의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▶ 정답: 3

해설

$f(x) = -5x + 1 = -14$
 $-5x = -15$
 $x = 3$

8. 다음 보기 중 일차함수가 아닌 것을 골라라.

[배점 3, 중하]

- ① $y = x + 2$ ② $x = 1 - y$
③ $y = \frac{2}{3}x + 3$ ④ $y + x^2 = x^2 + x$
⑤ $y + x = x + 3$

해설

- ① $y = x + 2$ 는 일차함수이다.
② $x = 1 - y$, $y = -x + 1$ 이므로 일차함수이다.
③ $y = \frac{2}{3}x + 3$ 는 일차함수이다. (계수가 분수라고 분수함수가 아니다.)
④ $y + x^2 = x^2 + x$ 는 $y = x$ 이므로 일차함수이다.
⑤ $y + x = x + 3$, $y = 3$ 이므로 상수함수이다.

9. 다음 보기에서 일차함수 $y = -3x$ 의 그래프를 평행이동하면 겹치는 그래프를 모두 골라라.

보기

- ㉠ $y = -x + 3$ ㉡ $y = -3x + 1$
㉢ $y = -\frac{1}{3}x + 2$ ㉣ $y = 3x$
㉤ $y = -3x + 5$ ㉥ $y = 3x + 1$

[배점 3, 중하]

▶ 답:

▶ 정답: ㉡, ㉤

해설

일차함수 $y = -3x$ 를 x 축 또는 y 축의 방향으로 평행이동하면 $y - b = -3(x - a)$ 의 형태를 가져야 한다. 보기 중 이러한 형태를 가지고 있는 것은 ㉡, ㉤ 뿐이다. 또, 기울기가 다른 그래프는 평행이동하여도 겹칠 수 없다.

10. 일차함수 $y = -\frac{1}{3}x$ 의 그래프에 대한 보기의 설명 중 옳은 것을 모두 고르면?

보기

- ㉠ 원점을 지난다.
 ㉡ 점 $(-1, \frac{1}{3})$ 을 지난다.
 ㉢ 제 1 사분면과 제 3 사분면을 지난다.
 ㉣ x 의 값이 감소하면 y 값은 감소한다.
 ㉤ $y = -\frac{1}{5}x$ 의 그래프가 y 축에서 보다 멀다.

[배점 4, 중중]

- ① ㉠, ㉡ ② ㉠, ㉢, ㉣ ③ ㉠, ㉤
 ④ ㉢, ㉣ ⑤ ㉠, ㉢, ㉤

해설

- ㉠ $y = -\frac{1}{3}x$ 는 $(0, 0)$ 을 지난다.
 ㉡ $(-1, \frac{1}{3})$ 을 함숫값에 대입하면 성립한다.
 ㉢ $y = -\frac{1}{5}x$ 의 기울기의 절댓값이 $y = -\frac{1}{3}x$ 보다 작으므로 y 축에서 멀리 있다.

11. 다음 일차함수 중 그 그래프가 x 축과 가장 가까운 것은?
 [배점 4, 중중]

- ① $y = -4x$ ② $y = 2x$ ③ $y = \frac{1}{2}x$
 ④ $y = -\frac{1}{3}x$ ⑤ $y = x$

해설

기울기의 절댓값이 클수록 y 축과 가깝다.
 반대로 x 축과 가까우려면 기울기의 절댓값이 작으면 된다.
 보기 중 기울기의 절댓값이 가장 작은 함수는 ④ 이다.

12. 다음 보기의 일차함수 중 그 그래프가 왼쪽 위로 향하는 것을 모두 구한 것은?

보기

- ㉠ $y = 8x$ ㉡ $y = -2x$
 ㉢ $y = 6x + 7$ ㉣ $y = \frac{1}{2}x - 9$
 ㉤ $y = -\frac{1}{6}x + 1$ ㉥ $y = -10x + 100$

[배점 4, 중중]

- ① ㉠, ㉢, ㉣ ② ㉠, ㉣, ㉥ ③ ㉢, ㉣, ㉥
 ④ ㉢, ㉤, ㉥ ⑤ ㉣, ㉤, ㉥

해설

그래프가 오른쪽 위로 향하는 것은 기울기가 음수인 것이므로 ㉢, ㉤, ㉥ 이다.

13. 상수 a, b, c 에 대하여 $ab < 0, bc > 0$ 일 때, 일차함수 $ax + by + c = 0$ 의 그래프가 지나지 않는 사분면을 말하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 제 2사분면

해설

$ab < 0, bc > 0$ 에서 $b \neq 0, c \neq 0$ 이다.

$$ax + by + c = 0$$

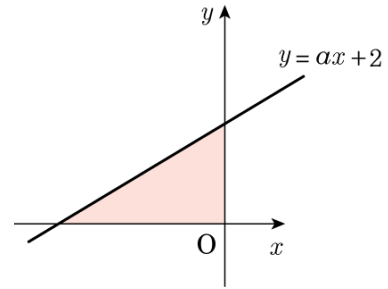
$$by = -ax - c$$

$$y = -\frac{a}{b}x - \frac{c}{b}$$

$ab < 0, bc > 0$ 에서 $b \neq 0, c \neq 0$ 이므로 $\frac{a}{b} < 0, \frac{c}{b} > 0$ 이다.

따라서 $y = -\frac{a}{b}x - \frac{c}{b}$ 의 그래프는 (기울기) > 0 이고 (y 절편) < 0 인 일차함수이므로 제 2 사분면을 제외한 제 1, 3, 4 사분면을 지난다.

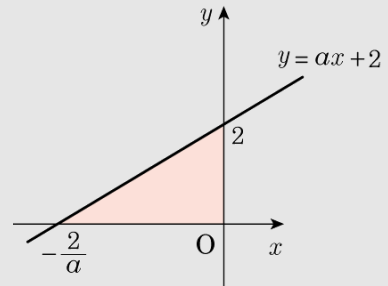
14. 일차함수 $y = ax + 2(a > 0)$ 의 그래프와 x 축, y 축으로 둘러싸인 삼각형의 넓이가 4일 때, a 의 값은?



[배점 5, 중상]

- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 1 ④ $\frac{3}{2}$ ⑤ 2

해설

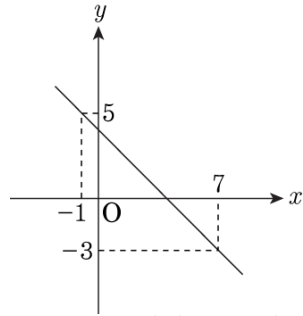


$y = ax + 2$ 의 x, y 절편은 각각 $-\frac{2}{a}, 2$ 이므로

$$(\text{삼각형의 넓이}) = \frac{1}{2} \times \frac{2}{a} \times 2 = 4$$

$$\therefore a = \frac{1}{2}$$

15. 일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프가 오른쪽 그림과 같을 때, 다음 중 이 그래프 위의 점은?



[배점 5, 중상]

- ① $(-4, 3)$ ② $(-3, 5)$ ③ $(-1, 5)$
④ $(0, 3)$ ⑤ $(1, 4)$

해설

$y = ax + b$ 가 두 점 $(-1, 5)$, $(7, -3)$ 을 지나므로

$$\begin{cases} 5 = -a + b \\ -3 = 7a + b \end{cases} \text{가 성립한다.}$$

연립일차방정식을 풀면 $a = -1$, $b = 4$ 이므로, 주어진 함수는 $y = -x + 4$ 이다.

③ $5 = -(-1) + 4$ 이므로 $(-1, 5)$ 는 $y = -x + 4$ 위의 점이다.

16. x 절편이 y 절편의 $\frac{1}{2}$ 인 일차함수의 그래프가 두 점 $(m, -3)$, $(2, 4m)$ 을 지날 때, m 의 값을 구하여라.
[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{7}{2}$

해설

y 절편을 $2a$ 로 놓으면 x 절편은 a 이므로

직선의 기울기는 $\frac{2a - 0}{0 - a} = -2$

즉, 일차함수 $y = -2x + b$ 로 놓으면 이 그래프는 두 점 $(m, -3)$, $(2, 4m)$ 를 지나므로

$$-3 = -2m + b$$

$$4m = -4 + b$$

위의 두 식을 연립하면 $m = -\frac{7}{2}$ 이다.

17. 일차함수 $y = ax - 1$ 이 $1 \leq x \leq b$ 인 범위에서 $0 \leq y \leq 4$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

1) $a > 0$ 일 때,

x 의 값이 증가함에 따라 y 의 값도 증가하므로 일차함수 $y = ax - 1$ 은 두 점 $(1, 0), (b, 4)$ 를 지난다.

$$0 = a - 1$$

$$4 = ab - 1$$

$$\therefore a = 1, b = 5$$

2) $a < 0$ 일 때,

x 의 값이 증가함에 따라 y 의 값은 감소하므로 일차함수 $y = ax - 1$ 은 두 점 $(1, 4), (b, 0)$ 을 지난다.

$$4 = a - 1$$

$$0 = ab - 1$$

$$\therefore a = 5, b = \frac{1}{5} \text{ (그러나 } a < 0 \text{ 인 조건에 만족하지 못하므로 적합하지 않다.)}$$

따라서 $a + b$ 의 값은 6 이다.

18. $y = 2x + 5, y = 4x + a$ 의 그래프가 만나는 점의 x 좌표는 0 이고, $y = 4x + a, y = -bx + 3$ 의 그래프가 만나는 점의 y 좌표는 0 이라고 할 때, 직선 $y = ax + b$ 의 식을 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

$$\triangleright \text{정답 : } y = 5x - \frac{12}{5}$$

해설

$y = 2x + 5, y = 4x + a$ 의 그래프가 만나는 점의 x 좌표는 0 이므로 y 절편이 같다.

$$\therefore a = 5$$

$y = 4x + a, y = -bx + 3$ 의 그래프가 만나는 점의 y 좌표는 0 이므로 x 절편이 같다.

$$\therefore b = -\frac{12}{5}$$

따라서 $y = ax + b$ 는 $y = 5x - \frac{12}{5}$ 이다.

19. 일차함수 $f(x) = ax + b$ 에 대하여 $2 \leq f(2) \leq 4, 7 \leq f(3) \leq 11$ 를 만족하는 a 의 값이 최대일 때, $f(x)$ 의 그래프의 x 절편을 구하여라. [배점 6, 상중]

▶ 답 :

$$\triangleright \text{정답 : } \frac{16}{9}$$

해설

$$2 \leq f(2) \leq 4 \text{ 이므로 } 2 \leq 2a + b \leq 4 \dots \textcircled{1}$$

$$7 \leq f(3) \leq 11 \text{ 이므로 } 7 \leq 3a + b \leq 11 \dots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{2} - \textcircled{1} \text{ 을 하면 } 3 \leq a \leq 9$$

즉 a 의 최댓값이 9 이므로 $2a + b = 2$ 에 $a = 9$ 를 대입하면 $b = -16$

$$\therefore f(x) = 9x - 16$$

따라서 일차함수 $y = f(x)$ 의 x 절편은 $\frac{16}{9}$ 이다.

20. 일차함수 $f(x) = px + q$ 의 그래프는 x 값이 4 만큼 증가할 때 y 의 값은 k 만큼 증가하고 x 값이 1 에서 10 으로 변할 때, y 의 값은 r 만큼 증가한다. 또한 실수 a, b 에 대하여 다음 식을 만족할 때, kr 의 값을 구하여라.

$$\frac{f(a) - f(b)}{3} = \frac{b}{2} - \frac{a}{2}$$

[배점 6, 상중]

▶ 답 :

▶ 정답 : 81

해설

$$\frac{f(a) - f(b)}{3} = \frac{b}{2} - \frac{a}{2} \text{ 에서}$$

$$2f(a) - 2f(b) = 3b - 3a$$

$$2f(a) - f(b) = -3(a - b)$$

$$\therefore \frac{f(a) - f(b)}{a - b} = -\frac{3}{2}$$

즉, 이 직선의 기울기 $p = -\frac{3}{2}$ 이다.

따라서, x 값이 4 만큼 증가할 때 y 의 값은 k 만큼 증가하므로 $\frac{k}{4} = -\frac{3}{2} \therefore k = -6$

또한, x 값이 9 만큼 증가할 때 y 의 값은 r 만큼 증가하므로 $\frac{r}{9} = -\frac{3}{2} \therefore r = -\frac{27}{2}$

$$\therefore kr = (-6) \times \left(-\frac{27}{2}\right) = 81$$

21. $\langle a, b, c \rangle$ 는 a, b, c 중 크지 않은 수로 정의할 때, 함수 $f(x) = \langle 5 - 2x, 2x + 7, x + 2 \rangle$ 의 최댓값을 구하여라. [배점 6, 상중]

▶ 답 :

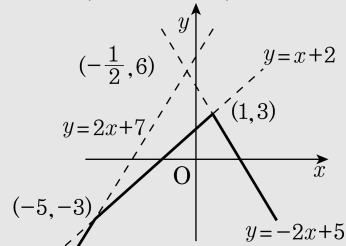
▶ 정답 : 3

해설

$\langle a, b, c \rangle$ 는 a, b, c 중 작거나 같은 수를 나타내므로 아래 그림에서

$$f(x) = 2x + 7 \quad (x \leq -5),$$

$$x + 2 \quad (-5 \leq x \leq 1), \quad -2x + 5 \quad (x \geq 1)$$



따라서 위의 그림에

서 $f(x)$ 의 최댓값은 3이다.