문제 풀이 과제

1. 일차방정식 $2x-5y=-6$ 의 해가 $(2,\ k)$ 일 때, k 의 값을 구하여라. [배점 2, 하중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$2x-5y=-6$ 에 $(2,\ k)$ 를 대입하면

$4-5k=-6$

$-5k=-10$

$k=2$

2. 직선의 방정식 $7x+4y=21$ 위의 한 점의 좌표가 $x,\ y$ 의 절댓값은 같고 부호는 다르다고 한다. 이 점의 좌표로 맞는 것은? [배점 2, 하중]

① $(11,-11)$ ② $(-11,11)$ ③ $(9,-9)$

④ $(-9,9)$ ⑤ $(7,-7)$

해설

$x,\ y$ 의 절댓값은 같고 부호는 다르므로, 좌표를 $(a,\ -a)$ 라 두고 방정식에 대입하면

$7a-4a=21,\ \therefore a=7$

따라서 $(7,-7)$

3. 일차방정식 $x-3y+5=0$ 의 하나의 해가 $(2a,a)$ 일 때, a 의 값은? [배점 2, 하중]

① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

해설

$(2a,a)$ 를 $x-3y+5=0$ 에 대입하면 $2a-3a+5=0, a=5$

4. 일차함수 $y=-3x+3$ 의 그래프는 x 의 값이 3 만큼 증가할 때, y 의 값은 얼마만큼 증가하는가? [배점 3, 하상]

① -3 ② -9 ③ -6

④ 6 ⑤ $-\dfrac{2}{3}$

해설

$(\text{기울기})=\dfrac{(y\text{의 증가량})}{(x\text{의 증가량})}=\dfrac{\square}{3}=-3$

$\therefore\ \square=-9$

5. 일차함수 $y=ax-2$ 의 그래프에서 x 절편이 2일 때 상수 a 의 값은? [배점 3, 하상]

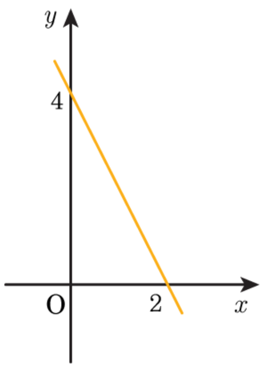
① -3 ② -2 ③ -1 ④ 0 ⑤ 1

해설

$y=ax-2$ 에 $(2,\ 0)$ 을 대입하면

$0=2a-2,\ 2a=2\ \therefore\ a=1$

6. 다음 그림과 같은 일차함수의 그래프의 기울기를 a, x절편을 b, y절편을 c라고 할 때, $a-b+c$의 값은? [배점 3, 하상]



① -3 ② -2

③ -1 ④ 0

⑤ 1

해설

$(2,\ 0)$을 지나므로 x절편은 2

$(0,\ 4)$를 지나므로 y절편은 4

기울기는 $\dfrac{0-4}{2-0}=-2$

$\therefore\ a-b+c=-2-2+4=0$이다.

7. 일차함수 $f(x)=-5x+1$ 에서 $f(x)=-14$ 일 때, x의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$f(x)=-5x+1=-14$

$-5x=-15$

$x=3$

8. 다음 보기 중 일차함수가 아닌 것을 골라라. [배점 3, 중하]

① $y=x+2$ ② $x=1-y$

③ $y=\dfrac{2}{3}x+3$ ④ $y+x^2=x^2+x$

⑤ $y+x=x+3$

해설

① $y=x+2$ 는 일차함수이다.

② $x=1-y$, $y=-x+1$ 이므로 일차함수이다.

③ $y=\dfrac{2}{3}x+3$ 는 일차함수이다. (계수가 분수라고 분수함수가 아니다.)

④ $y+x^2=x^2+x$ 는 $y=x$ 이므로 일차함수이다.

⑤ $y+x=x+3$, $y=3$ 이므로 상수함수이다.

9. 다음 보기에서 일차함수 $y=-3x$ 의 그래프를 평행이동하면 겹치는 그래프를 모두 골라라.

보기

㉠ $y=-x+3$ ㉡ $y=-3x+1$

㉢ $y=-\dfrac{1}{3}x+2$ ㉣ $y=3x$

㉤ $y=-3x+5$ ㉥ $y=3x+1$

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉡, ㉤

해설

일차함수 $y=-3x$ 를 x 축 또는 y 축의 방향으로 평행이동하면 $y-b=-3(x-a)$ 의 형태를 가져야 한다. 보기 중 이러한 형태를 가지고 있는 것은 ㉡, ㉤ 뿐이다. 또, 기울기가 다른 그래프는 평행이동 하여도 겹칠 수 없다.

10. 일차함수 $y=-\frac{1}{3}x$ 의 그래프에 대한 보기의 설명 중 옳은 것을 모두 고르면?

보기

㉠ 원점을 지난다.

㉡ 점 $(-1,\ \frac{1}{3})$ 을 지난다.

㉢ 제 1 사분면과 제 3 사분면을 지난다.

㉣ x 의 값이 감소하면 y 값은 감소한다.

㉤ $y=-\frac{1}{5}x$ 의 그래프가 y축에서 보다 멀다.

[배점 4, 중중]

① ㉠, ㉡ ② ㉠, ㉡, ㉢ ③ ㉠, ㉤

④ ㉡, ㉢ ⑤ ㉠, ㉡, ㉤

해설

㉠ $y=-\frac{1}{3}x$ 는 $(0,0)$ 을 지난다.
㉡ $(-1,\ \frac{1}{3})$ 을 함숫값에 대입하면 성립한다.
㉤ $y=-\frac{1}{5}x$ 의 기울기의 절댓값이 $y=-\frac{1}{3}x$ 보다 작으므로 y 축에서 멀리 있다.

11. 다음 일차함수 중 그 그래프가 x 축과 가장 가까운 것은? [배점 4, 중중]

① $y=-4x$ ② $y=2x$ ③ $y=\frac{1}{2}x$

④ $y=-\frac{1}{3}x$ ⑤ $y=x$

해설

기울기의 절댓값이 클수록 y 축과 가깝다.
반대로 x 축과 가까우려면 기울기의 절댓값이 작으면 된다.
보기 중 기울기의 절댓값이 가장 작은 함수는 ④ 이다.

12. 다음 보기의 일차함수 중 그 그래프가 왼쪽 위로 향하는 것을 모두 구한 것은?

보기

㉠ $y=8x$ ㉡ $y=-2x$

㉢ $y=6x+7$ ㉣ $y=\frac{1}{2}x-9$

㉤ $y=-\frac{1}{6}x+1$ ㉥ $y=-10x+100$

[배점 4, 중중]

① ㉠, ㉡, ㉢ ② ㉠, ㉢, ㉤ ③ ㉡, ㉢, ㉣

④ ㉡, ㉤, ㉥ ⑤ ㉣, ㉤, ㉥

해설

그래프가 오른쪽 위로 향하는 것은 기울기가 음수인 것이므로 ㉡, ㉤, ㉥ 이다.

13. 상수 $a,\ b,\ c$ 에 대하여 $ab<0,\ bc>0$ 일 때, 일차함수 $ax+by+c=0$ 의 그래프가 지나지 않는 사분면을 말하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 제 2사분면

해설

$ab<0,\ bc>0$ 에서 $b\neq 0,\ c\neq 0$ 이다.

$ax+by+c=0$

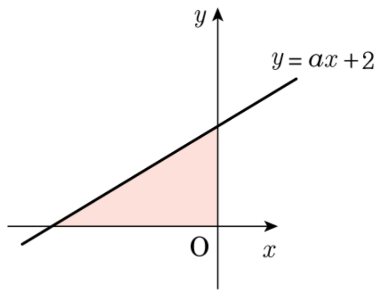
$by=-ax-c$

$y=-\frac{a}{b}x-\frac{c}{b}$

$ab<0,\ bc>0$ 에서 $b\neq 0,\ c\neq 0$ 이므로 $\frac{a}{b}<0,\ \frac{c}{b}>0$ 이다.

따라서 $y=-\frac{a}{b}x-\frac{c}{b}$ 의 그래프는 (기울기) >0 이고 (y절편) <0 인 일차함수이므로 제 2 사분면을 제외한 제 1, 3, 4 사분면을 지난다.

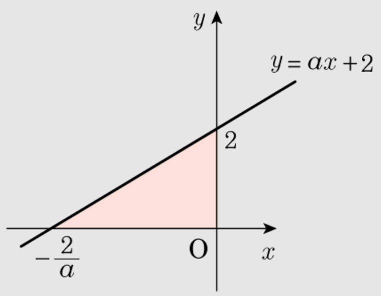
14. 일차함수 $y=ax+2(a>0)$ 의 그래프와 x축, y축으로 둘러싸인 삼각형의 넓이가 4일 때, a의 값은?



[배점 5, 중상]

① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 1 ④ $\frac{3}{2}$ ⑤ 2

해설

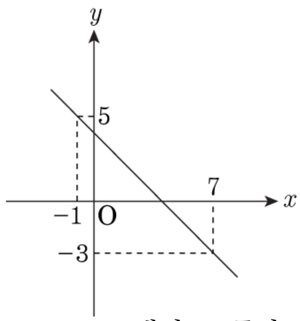


$y=ax+2$ 의 $x,\ y$ 절편은 각각 $-\frac{2}{a},\ 2$ 이므로

(삼각형의 넓이) $=\frac{1}{2}\times\frac{2}{a}\times 2=4$

$\therefore\ a=\frac{1}{2}$

15. 일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프가 오른쪽 그림과 같을 때, 다음 중 이 그래프 위의 점은?



[배점 5, 중상]

① $(-4,\ 3)$ ② $(-3,\ 5)$ ③ $(-1,\ 5)$

④ $(0,\ 3)$ ⑤ $(1,\ 4)$

해설

$y = ax+b$ 가 두 점 $(-1,\ 5)$, $(7,\ -3)$ 을 지나므로

$$\begin{cases} 5 = -a + b \\ -3 = 7a + b \end{cases}$$ 가 성립한다.

연립일차방정식을 풀면 $a = -1,\ b = 4$ 이므로, 주어진 함수는 $y = -x + 4$ 이다.

③ $5 = -(-1) + 4$ 이므로 $(-1,\ 5)$ 는 $y = -x + 4$ 위의 점이다.

16. x 절편이 y 절편의 $\frac{1}{2}$ 인 일차함수의 그래프가 두 점 $(m,\ -3)$, $(2,\ 4m)$ 을 지날 때, m 의 값을 구하여라.

[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{7}{2}$

해설

y 절편을 $2a$ 로 놓으면 x 절편은 a 이므로

직선의 기울기는 $\frac{2a - 0}{0 - a} = -2$

즉, 일차함수 $y = -2x + b$ 로 놓으면 이 그래프는 두 점 $(m,\ -3)$, $(2,\ 4m)$ 를 지나므로

$-3 = -2m + b$

$4m = -4 + b$

위의 두 식을 연립하면 $m = -\frac{7}{2}$ 이다.

17. 일차함수 $y = ax - 1$ 이 $1 \le x \le b$ 인 범위에서 $0 \le y \le 4$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

1) $a > 0$ 일 때,

x 의 값이 증가함에 따라 y 의 값도 증가하므로 일차함수 $y = ax - 1$ 은 두 점 $(1,\ 0)$, $(b,\ 4)$ 를 지난다.

$0 = a - 1$

$4 = ab - 1$

$\therefore\ a = 1,\ b = 5$

2) $a < 0$ 일 때,

x 의 값이 증가함에 따라 y 의 값은 감소하므로 일차함수 $y = ax - 1$ 은 두 점 $(1,\ 4)$, $(b,\ 0)$ 을 지난다.

$4 = a - 1$

$0 = ab - 1$

$\therefore\ a = 5,\ b = \frac{1}{5}$ (그러나 $a < 0$ 인 조건에 만족하지 못하므로 적합하지 않다.)

따라서 $a + b$ 의 값은 6 이다.

18. $y = 2x + 5$, $y = 4x + a$ 의 그래프가 만나는 점의 x 좌표는 0 이고, $y = 4x + a$, $y = -bx + 3$ 의 그래프가 만나는 점의 y 좌표는 0 이라고 할 때, 직선 $y = ax + b$ 의 식을 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : $y = 5x - \frac{12}{5}$

해설

$y = 2x + 5$, $y = 4x + a$ 의 그래프가 만나는 점의 x 좌표는 0 이므로 y 절편이 같다.

$\therefore\ a = 5$

$y = 4x + a$, $y = -bx + 3$ 의 그래프가 만나는 점의 y 좌표는 0 이므로 x 절편이 같다.

$\therefore\ b = -\frac{12}{5}$

따라서 $y = ax + b$ 는 $y = 5x - \frac{12}{5}$ 이다.

19. 일차함수 $f(x) = ax + b$ 에 대하여 $2 \le f(2) \le 4$, $7 \le f(3) \le 11$ 를 만족하는 a 의 값이 최대일 때, $f(x)$ 의 그래프의 x 절편을 구하여라. [배점 6, 상중]

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{16}{9}$

해설

$2 \le f(2) \le 4$ 이므로 $2 \le 2a + b \le 4 \cdots$ ㉠

$7 \le f(3) \le 11$ 이므로 $7 \le 3a + b \le 11 \cdots$ ㉡

㉡ − ㉠ 을 하면 $3 \le a \le 9$

즉 a 의 최댓값이 9 이므로 $2a + b = 2$ 에 $a = 9$ 를 대입하면 $b = -16$

$\therefore\ f(x) = 9x - 16$

따라서 일차함수 $y = f(x)$ 의 x 절편은 $\frac{16}{9}$ 이다.

20. 일차함수 $f(x) = px + q$ 의 그래프는 x 값이 4 만큼 증가할 때 y 의 값은 k 만큼 증가하고 x 값이 1 에서 10 으로 변할 때, y 의 값은 r 만큼 증가한다. 또한 실수 $a,\ b$ 에 대하여 다음 식을 만족할 때, kr 의 값을 구하여라.

$$\frac{f(a) - f(b)}{3} = \frac{b}{2} - \frac{a}{2}$$

[배점 6, 상중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 81

해설

$\dfrac{f(a) - f(b)}{3} = \dfrac{b}{2} - \dfrac{a}{2}$ 에서

$2f(a) - 2f(b) = 3b - 3a$

$2f(a) - f(b) = -3(a - b)$

$\therefore\ \dfrac{f(a) - f(b)}{a - b} = -\dfrac{3}{2}$

즉, 이 직선의 기울기 $p = -\dfrac{3}{2}$ 이다.

따라서, x 값이 4 만큼 증가할 때 y 의 값은 k 만큼 증가하므로 $\dfrac{k}{4} = -\dfrac{3}{2}$ $\quad\therefore\ k = -6$

또한, x 값이 9 만큼 증가할 때 y 의 값은 r 만큼 증가하므로 $\dfrac{r}{9} = -\dfrac{3}{2}$ $\quad\therefore\ r = -\dfrac{27}{2}$

$\therefore\ kr = (-6) \times \left(-\dfrac{27}{2}\right) = 81$

21. $< a,\ b,\ c >$ 는 $a,\ b,\ c$ 중 크지 않은 수로 정의할 때, 함수 $f(x) =< 5 - 2x,\ 2x + 7,\ x + 2 >$ 의 최댓값을 구하여라. [배점 6, 상중]

▶ 답 :

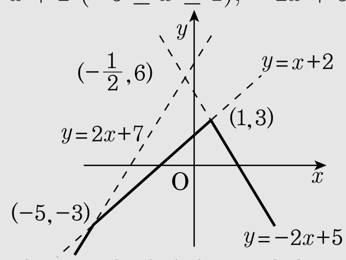
▷ 정답 : 3

해설

$< a,\ b,\ c >$ 는 $a,\ b,\ c$ 중 작거나 같은 수를 나타내므로 아래 그림에서

$f(x) = 2x + 7\ (x \le -5)$,

$x + 2\ (-5 \le x \le 1),\ -2x + 5\ (x \ge 1)$



따라서 위의 그림에서 $f(x)$ 의 최댓값은 3이다.