

약점 보강 1

1. 다음은 미술 재료인 붓 20 개와 물감 30 개를 가능한 여러 학급에게 똑같이 나누어 줄 때, 최대 몇 개 학급에 나누어 줄 수 있는지 구하는 과정이다. □ 안에 알맞은 것을 차례대로 써넣어라.

붓과 물감을 같은 수로 나누어야 하므로 나누어 줄 수 있는 학급의 수는 20 과 30 의 공약수 □, □, □, □이다.
가능한 많은 학급에 나누어 줄 때의 학급 수는 20 과 30 의 □이다.
따라서 최대 □개 학급에게 나누어 줄 수 있다.

[배점 2, 하중]

- ▶ 답 :
▶ 답 :
▶ 답 :
▶ 답 :
▶ 답 :

- ▷ 정답 : 1
▷ 정답 : 2
▷ 정답 : 5
▷ 정답 : 10
▷ 정답 : 최대공약수
▷ 정답 : 10

해설

20 의 약수 : 1, 2, 4, 5, 10, 20
30 의 약수 : 1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30
20 과 30 의 공약수 : 1, 2, 5, 10
가능한 많은 학급에 나누어 줄때의 학급 수는 20 과 30 의 최대공약수이다.
따라서 최대 10 개 학급에게 나누어 줄 수 있다.

2. 다음 두 수의 최소공배수를 소인수의 곱으로 나타낸 것은?

36 , 48

[배점 2, 하중]

- ① 2×3 ② 2×3^2 ③ $2^2 \times 3^2$
④ $2^4 \times 3$ ⑤ $2^4 \times 3^2$

해설

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 36} \\ 2 \overline{) 18} \\ 3 \overline{) 9} \\ 3 \end{array} \quad \begin{array}{r} 2 \overline{) 48} \\ 2 \overline{) 24} \\ 2 \overline{) 12} \\ 2 \overline{) 6} \\ 2 \overline{) 3} \\ 3 \end{array}$$

$$\therefore 36 = 2^2 \times 3^2 \quad \therefore 48 = 2^4 \times 3$$

따라서 최소공배수는 $2^4 \times 3^2$ 이다.

3. 5^2 에 대한 다음 설명 중 옳은 것은?

[배점 2, 하중]

- ① 10 과 같다. ② 5 의 제곱이다.
③ 지수는 5 이다. ④ 밑은 2 이다.
⑤ 2^5 보다 크다.

해설

- ① $5^2 = 5 \times 5 = 25$ 이므로 10 과 같지 않다.
③ 지수는 2 이다.
④ 밑은 5 이다.
⑤ $2^5 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 32$ 이므로 5^2 은 2^5 보다 작다.

4. 다음 중에서 두 수가 서로소인 것은?

[배점 2, 하중]

- ① (14, 22) ② (21, 49) ③ (27, 72)
 ④ (15, 58) ⑤ (2, 20)

해설

각각의 두 수의 최대공약수를 구해 보면

- ① (14, 22) $\Rightarrow 2$
 ② (21, 49) $\Rightarrow 7$
 ③ (27, 72) $\Rightarrow 9$
 ④ (15, 58) $\Rightarrow 1$
 ⑤ (2, 20) $\Rightarrow 2$

5. 한 업체가 고객들에게 사과 56개, 배 84권, 귤 70개를 모두 나누어주려고 한다. 각 고객들에게 똑같이 나누어주고자 할 때, 최대 몇 명의 사람들에게 나누어 줄 수 있는가? [배점 3, 하상]

- ① 15명 ② 14명 ③ 13명
 ④ 12명 ⑤ 11명

해설

$56 = 2^3 \times 7$, $84 = 2^2 \times 3 \times 7$, $70 = 2 \times 5 \times 7$
 56, 84, 70의 최대공약수는 $2 \times 7 = 14$

6. 자연수 300을 소인수분해 하였을 때, 소인수들의 합을 구하면? [배점 3, 하상]

- ① 10 ② 12 ③ 14 ④ 24 ⑤ 39

해설

$$300 = 2^2 \times 3 \times 5^2, 2 + 3 + 5 = 10$$

7. 다음 중 가장 작은 수는?

[배점 3, 하상]

- ① $1111_{(2)}$ ② 4×2 ③ 10
 ④ $111_{(2)}$ ⑤ 2^3

해설

- ① $1111_{(2)} = 15$
 ② $4 \times 2 = 8$
 ④ $111_{(2)} = 7$
 ⑤ $2^3 = 8$

8. $5^x = 125$ 를 만족하는 x 를 구하여라.

[배점 3, 하상]

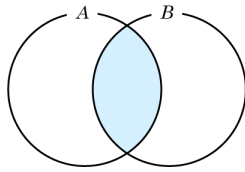
▶ 답 :

▶ 정답 : 3

해설

$125 = 5^3$ 이다. 따라서 $x = 3$ 이다.

9. 70의 약수의 집합을 A , $2 \times 3^5 \times 7^4$ 의 약수의 집합을 B 라 할 때, 어두운 부분의 원소의 합을 구하여라.



[배점 3, 하상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 24

해설

어두운 부분은 $A \cap B$,

$A \cap B = \{x \mid x \text{는 } 70 \text{과 } 2 \times 3^5 \times 7^4 \text{의 공약수}\}$

$70 = 2 \times 5 \times 7$, $2 \times 3^5 \times 7^4$ 의 최대공약수는 2×7

$\therefore A \cap B = \{1, 2, 7, 14\}$

10. 다음 중 세 수 96, 120, 150의 공약수는?

[배점 3, 하상]

① 2×5

② 2^2

③ 3^2

④ 2×3

⑤ $2 \times 3 \times 5$

해설

세 수의 최대공약수는 2×3 이고

공약수는 최대공약수의 약수이다.

따라서 세 수의 공약수는 1, 2, 3, 2×3 이다

11. 두 분수 $\frac{15}{16}$, $\frac{5}{12}$ 의 어느 것에 곱해도 그 결과가 자연수가 되는 분수 중에서 가장 작은 기약분수를 구하여라.

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : $\frac{48}{5}$

해설

$$\frac{(16, 12 \text{의 최소공배수})}{(15, 5 \text{의 최대공약수})} = \frac{48}{5}$$

12. 세 자연수 $4a$, $6a$, $16a$ 의 최소공배수가 336일 때, 자연수 a 의 값을 구하여라.

[배점 4, 중중]

▶ 답 :

▶ 정답 : 7

해설

$$2^2 \times a, 2 \times 3 \times a, 2^4 \times a$$

$$\text{최소공배수는 } 2^4 \times 3 \times a = 336 = 2^4 \times 3 \times 7 \text{ 이다.}$$

$$\therefore a = 7$$

13. $6 \times x$, $8 \times x$, $10 \times x$ 의 최소공배수가 720이라고 할 때, x 의 값은 얼마인가? (단, x 는 한 자리의 자연수이다.)

[배점 4, 중중]

① 6

② 7

③ 8

④ 9

⑤ 10

해설

$$2 \times 3 \times x, 2^3 \times x, 2 \times 5 \times x \text{의 최소공배수는}$$

$$2^3 \times 3 \times 5 \times x = 720 = 2^4 \times 3^2 \times 5 \text{ 이다.}$$

$$\therefore x = 2 \times 3 = 6$$

14. 두 자연수의 곱이 1280 이고 최소공배수가 160 일 때,
두 수의 최대공약수를 구하면? [배점 4, 중중]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

해설

두 수 A, B 의 최대공약수를 G , 최소공배수를 L
이라 하면 $A \times B = L \times G$ 이므로
 $1280 = 160 \times G$ 이다.
 $\therefore G = 8$

15. 두 자연수의 곱이 1440 이고, 최대공약수가 6 일 때,
이 두 수의 최소공배수를 구하면? [배점 4, 중중]

- ① 240 ② 300 ③ 360
④ 480 ⑤ 540

해설

두 수 A, B 의 최대공약수를 G , 최소공배수를 L
이라 하면 $A \times B = L \times G$ 이므로
 $1440 = L \times 6$ 이다.
 $\therefore L = 240$

16. 72 의 약수의 개수를 이진법의 수로 고치면?

[배점 4, 중중]

- ① $110_{(2)}$ ② $1100_{(2)}$ ③ $10000_{(2)}$
④ $11010_{(2)}$ ⑤ $11111_{(2)}$

해설

$72 = 2^3 \times 3^2$
약수의 개수는 $4 \times 3 = 12$ (개)
 $\therefore 12 = 2^3 + 2^2 = 1100_{(2)}$

17. 다음 수를 4로 나누었을 때 나머지를 구하여라.

$ab111_{(2)}$

[배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$\boxed{a} \boxed{b} 111_{(2)}$
 $= \frac{a \times 2^4 + b \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2 + 1 \times 1}{4 \text{의 배수}}$
따라서 4로 나눈 나머지는 3이다.

18. 다음 중 두 수의 대소 관계가 옳은 것을 고르면?

[배점 4, 중중]

- ① $11_{(2)} > 11$ ② $101_{(2)} < 5$
 ③ $1011_{(2)} = 13$ ④ $10101_{(2)} < 21$
 ⑤ $10111_{(2)} < 25$

해설

- ① $11_{(2)} = 3 < 11$
 ② $101_{(2)} = 5$
 ③ $1011_{(2)} = 11 < 13$
 ④ $10101_{(2)} = 21$
 ⑤ $10111_{(2)} = 23 < 25$

19. 다음 중 소인수의 집합이 다른 것은?

[배점 4, 중중]

- ① 28 ② 56 ③ 112
 ④ 128 ⑤ 196

해설

- ① $28 = 2^2 \times 7$ 이므로
 28의 소인수의 집합은 {2, 7}
 ② $56 = 2^3 \times 7$ 이므로
 56의 소인수의 집합은 {2, 7}
 ③ $112 = 2^4 \times 7$ 이므로
 112의 소인수의 집합은 {2, 7}
 ④ $128 = 2^7$ 이므로
 128의 소인수의 집합은 {2}
 ⑤ $196 = 2^2 \times 7^2$ 이므로
 196의 소인수의 집합은 {2, 7}

20. 어떤 분수에 $\frac{20}{9}$, $\frac{25}{12}$ 의 어느 것을 곱하여도 그 결과는 자연수라고 한다. 이를 만족하는 분수 중 가장 작은 분수를 A 라 할 때, $A \times \frac{20}{9}$ 을 구하여라.

[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 16

해설

구하려는 분수를 $A = \frac{b}{a}$ 라고 하자.

$$\frac{20}{9} \times \frac{b}{a} = (\text{자연수}) \rightarrow \begin{cases} b \text{는 } 9 \text{의 배수} \\ a \text{는 } 20 \text{의 약수} \end{cases}$$

$$\frac{25}{12} \times \frac{b}{a} = (\text{자연수}) \rightarrow \begin{cases} b \text{는 } 12 \text{의 배수} \\ a \text{는 } 25 \text{의 약수} \end{cases}$$

즉, $\frac{b}{a} = \frac{(9, 12 \text{의 공배수})}{(20, 25 \text{의 공약수})} \dots \text{㉠ 이다.}$

㉠을 만족하는 가장 작은 분수

$$\frac{b}{a} = \frac{(9, 12 \text{의 최소공배수})}{(20, 25 \text{의 최대공약수})}$$

$$A = \frac{b}{a} = \frac{36}{5}$$

따라서 $A \times \frac{20}{9} = \frac{36}{5} \times \frac{20}{9} = 4 \times 4 = 16$ 이다.