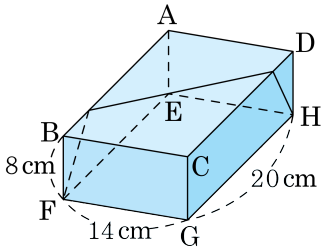
단원테스트 1차

1. 다음 그림과 같은 직육면체의 겉면을 따라 모서리 AB , CD 를 거쳐 점 F 에서 점 H 까지 가는 최단거리를 구하여라.

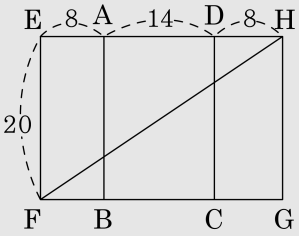


[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : $10\sqrt{13}\,\mathrm{cm}$

해설



$\overline{FH} = \sqrt{20^2 + 30^2}$
$= \sqrt{400 + 900}$
$= \sqrt{1300}$
$= 10\sqrt{13}\ (\mathrm{cm})$

2. 꼭짓점의 좌표가 다음과 같은 △ABC 는 어떤 삼각형인지 말하여라.

A(3, 5) B(3, 2) C(5, 2)

[배점 3, 중하]

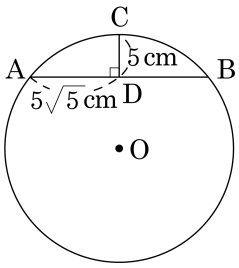
▶ 답 :

▷ 정답 : 직각삼각형

해설

$\overline{AB} = \sqrt{(3-3)^2 + (5-2)^2} = \sqrt{0+9} = \sqrt{9}$
$\overline{BC} = \sqrt{(3-5)^2 + (2-2)^2} = \sqrt{4+0} = \sqrt{4}$
$\overline{CA} = \sqrt{(5-3)^2 + (2-5)^2} = \sqrt{4+9} = \sqrt{13}$
$\overline{AB}^2 + \overline{BC}^2 = \overline{CA}^2$ 이므로 직각삼각형

3. 다음 그림과 같이 호 AB 는 원 O 의 일부분이고, $\overline{AD} = \overline{BD}$, $\overline{AB} \perp \overline{CD}$ 일 때, 이 원의 반지름의 길이를 구하여라.

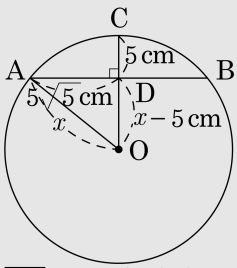


[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 15 cm

해설



$\overline{AO}$ 를 x 라 하면

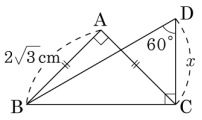
$x^2 = (5\sqrt{5})^2 + (x-5)^2$

$x^2 = 125 + x^2 - 10x + 25$

$10x = 150$

$\therefore x = 15$(cm)

4. 다음 그림에서 $\overline{AB} = 2\sqrt{3}$ cm 일 때, x 의 길이를 구하여라.



[배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : $2\sqrt{2}$ cm

해설

$\overline{AB}$: $\overline{BC} = 1 : \sqrt{2}$

$2\sqrt{3}$: $\overline{BC} = 1 : \sqrt{2}$

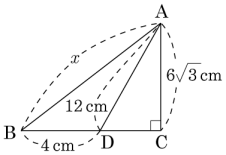
$\overline{BC} = 2\sqrt{6}$(cm)

$\overline{BC}$: $\overline{CD} = \sqrt{3} : 1$

$2\sqrt{6}$: $x = \sqrt{3} : 1$

$\therefore x = 2\sqrt{2}$(cm)

5. 다음 그림과 같은 직각삼각형에서 x 의 길이를 구하여라.



[배점 4, 중중]

① $\sqrt{13}$cm ② $2\sqrt{13}$cm ③ $3\sqrt{13}$cm

④ $4\sqrt{13}$cm ⑤ $5\sqrt{13}$cm

해설

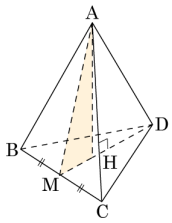
$\overline{CD} = \sqrt{12^2 - (6\sqrt{3})^2} = \sqrt{144 - 108}$

$= \sqrt{36} = 6$ (cm)

$x = \sqrt{10^2 + (6\sqrt{3})^2} = \sqrt{100 + 108}$

$= \sqrt{208} = 4\sqrt{13}$(cm)

6. 다음 그림은 한 모서리의 길이가 12cm인 정사면체이다. 점 M은 $\overline{BC}$의 중점이고 $\overline{AH}$는 정사면체의 높이일 때, △AMH의 넓이를 구하여라.



[배점 5, 중상]

① $12\sqrt{2}\text{cm}^2$ ② $13\sqrt{2}\text{cm}^2$ ③ $14\sqrt{2}\text{cm}^2$
④ $15\sqrt{2}\text{cm}^2$ ⑤ $16\sqrt{2}\text{cm}^2$

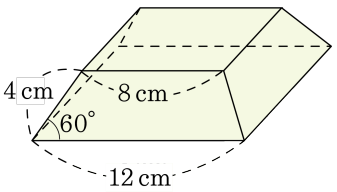
해설

$\overline{AH} = \frac{\sqrt{6}}{3} \times 12 = 4\sqrt{6}(\text{cm})$

$\overline{MH} = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 12 \times \frac{1}{3} = 2\sqrt{3}(\text{cm})$

$(\therefore$ △AMH의넓이$) = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{3} \times 4\sqrt{6} = 12\sqrt{2}$

7. 다음 그림과 같이 두 밑면이 모두 정사각형이고 옆면이 모두 합동인 사각뿔대의 부피를 구하여라.

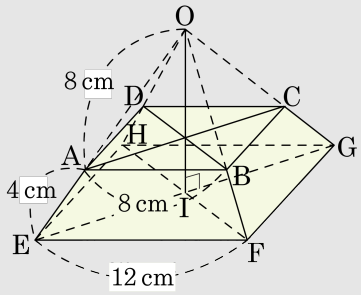


[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{608\sqrt{2}}{3}\text{cm}^3$

해설



사각뿔 O – EFGH ∽ 사각뿔 O – ABCD 이고 닮음비는 3 : 2 이므로 부피비는 $3^3 : 2^3 = 27 : 8$ 이다.

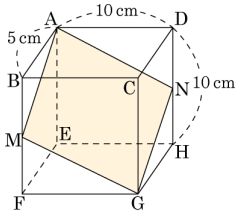
사각뿔 O – EFGH 에서 $\overline{EI} = \frac{1}{2}\overline{EG} = 6\sqrt{2}(\text{cm})$,

$\overline{OI} = \sqrt{12^2 - (6\sqrt{2})^2} = 6\sqrt{2}(\text{cm})$

사각뿔대의 부피는 사각뿔 O – EFGH 의 부피의 $\frac{27-8}{27} = \frac{19}{27}$ 이므로

따라서 사각뿔대의 부피는 $\frac{1}{3} \times 12 \times 12 \times 6\sqrt{2} \times \frac{19}{27} = \frac{608\sqrt{2}}{3}(\text{cm}^3)$ 이다.

8. 다음 그림과 같은 직육면체에서 $\overline{BF}$ 의 중점을 M , $\overline{DH}$ 의 중점을 N 이라 할 때, □AMGN 의 넓이를 구하여라.



[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : $75\,\mathrm{cm}^2$

해설

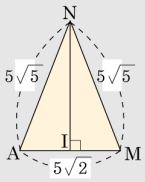
□AMGN 은 평행사변형이므로

□AMGN $= 2\triangle AMN$

$\overline{AM} = \sqrt{5^2+5^2} = 5\sqrt{2}(\mathrm{cm})$

$\overline{AN} = \sqrt{10^2+5^2} = 5\sqrt{5}(\mathrm{cm})$

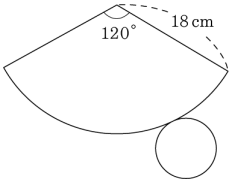
△AMN 은 $\overline{AN} = \overline{MN}$ 인 이등변삼각형이다.



$$\overline{NI} = \sqrt{\overline{AN}^2 - \overline{AI}^2}$$
$$= \sqrt{(5\sqrt{5})^2 - \left(\frac{5\sqrt{2}}{2}\right)^2} = \frac{15\sqrt{2}}{2}(\mathrm{cm})$$

(□AMGN의 넓이) $= 2 \times$ (△AMN의 넓이)
$$= 2 \times \frac{1}{2} \times \overline{AM} \times \overline{NI}$$
$$= 5\sqrt{2} \times \frac{15\sqrt{2}}{2}$$
$$= 75(\mathrm{cm}^2)$$

9. 다음 그림은 원뿔의 전개도이다. 이 전개도로 만들어지는 원뿔의 부피를 구하여라.



[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : $144\sqrt{2}\pi\,\mathrm{cm}^3$

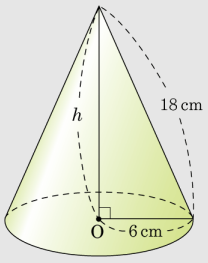
해설

부채꼴의 호의 길이 : $18 \times 2 \times \pi \times \frac{1}{3} = 12\pi(\mathrm{cm})$

밑면의 반지름을 r 라고 하면 $2\pi r = 12\pi \therefore r = 6(\mathrm{cm})$

원뿔의 높이 $h = \sqrt{18^2-6^2} = \sqrt{288} = 12\sqrt{2}(\mathrm{cm})$

따라서 원뿔의 부피는 $\frac{1}{3} \times 6^2 \times \pi \times 12\sqrt{2} = 144\sqrt{2}\pi(\mathrm{cm}^3)$ 이다.



10. 두 점 $A(2, 2a+1), B(a-5, 2)$ 사이의 거리가 $\sqrt{85}$ 일 때, a 의 값을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답:

▶ 답:

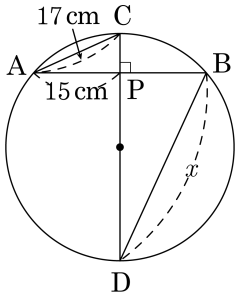
▷ 정답: $-\frac{7}{5}$

▷ 정답: 5

해설

$\overline{AB} = \sqrt{(a-5-2)^2 + (2-2a-1)^2} =$
$\sqrt{(a-7)^2 + (-2a+1)^2} = \sqrt{85}$
$(a-7)^2 + (2a-1)^2 = 85$
$a^2 - 14a + 49 + 4a^2 - 4a + 1 = 85$
$5a^2 - 18a - 35 = 0$, $(5a+7)(a-5) = 0$
$a = -\frac{7}{5}, 5$

11. 다음 그림과 같이 원의 두 현 AB, CD 의 교점을 P 라 할 때, $\overline{AP} = 15\,\text{cm}$, $\overline{AC} = 17\,\text{cm}$, $\angle CPB = 90°$ 이다. $\overline{BD}$ 의 길이를 구하여라.



[배점 5, 중상]

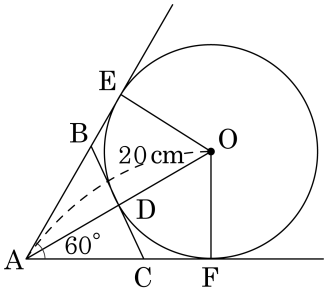
▶ 답:

▷ 정답: $\frac{255}{8}\,\text{cm}$

해설

$\overline{BC}$ 를 그으면
$\triangle CAP \equiv \triangle CBP$
$\angle CBD = 90°$ 이므로
$\angle CAP = \angle CBP = \angle BDP$ 이므로
$\triangle CAP \backsim \triangle BDP$ (AA 닮음)
$\overline{AC} : \overline{DB} = \overline{CP} : \overline{BP}$
$17 : x = 8 : 15$
$\therefore x = \frac{255}{8}(\text{cm})$

12. 다음 그림과 같이 반직선 AE, AF 가 원 O 의 접선일 때, 삼각형 ABC 의 둘레의 길이를 구하여라. (단, $\angle BAC = 60°$, $\overline{AO} = 20\,\text{cm}$)



[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : $20\sqrt{3}\,\text{cm}$

해설

$\angle EAO = 30°$ 이므로

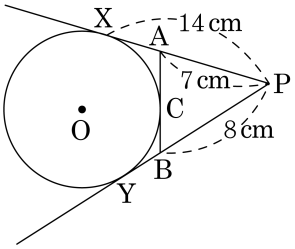
$\overline{EO} = 10\,\text{cm}$

$\overline{AE} = \overline{AF} = 10\sqrt{3}\,\text{cm}$

$\overline{BE} = \overline{BD}$, $\overline{CF} = \overline{CD}$

$\therefore$(△ABC 의 둘레의 길이)$= \overline{AE} + \overline{AF} = 2\overline{AE} = 2 \times 10\sqrt{3} = 20\sqrt{3}(\,\text{cm})$

13. 다음 그림에서 반직선 PX , PY 는 각각 점 X, Y 에서 접하는 원 O 의 접선이고, 호 XY 위의 점 C 를 접점으로 하는 원 O 의 접선과 $\overrightarrow{PX}$, $\overrightarrow{PY}$ 와의 교점을 각각 A, B 라 한다. 이 때, 선분 AB 의 길이를 구하여라.



[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 13 cm

해설

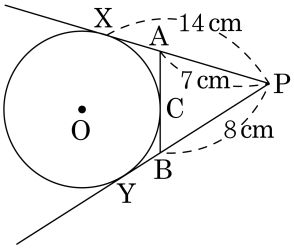
$\overline{AX} = \overline{AC} = 14 - 7 = 7(\,\text{cm})$

$\overline{PX} = \overline{PY} = 14(\,\text{cm})$

$\overline{BY} = \overline{BC} = 14 - 8 = 6(\,\text{cm})$

$\therefore \overline{AB} = \overline{AC} + \overline{BC} = 7 + 6 = 13(\,\text{cm})$

14. 다음 그림에서 반직선 PX , PY 는 각각 점 X, Y 에서 접하는 원 O 의 접선이고, 호 XY 위의 점 C 를 접점으로 하는 원 O 의 접선과 $\overrightarrow{PX}$, $\overrightarrow{PY}$ 와의 교점을 각각 A, B 라 한다. 이 때, 선분 AB 의 길이를 구하여라.



[배점 5, 중상]

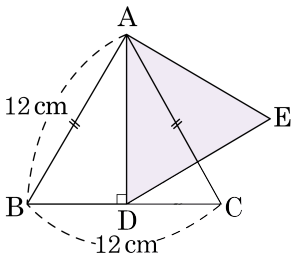
▶ 답 :

▷ 정답 : 13 cm

해설

$\overline{AX} = \overline{AC} = 14 - 7 = 7(\text{cm})$
$\overline{PX} = \overline{PY} = 14(\text{cm})$
$\overline{BY} = \overline{BC} = 14 - 8 = 6(\text{cm})$
$\therefore \overline{AB} = \overline{AC} + \overline{BC} = 7 + 6 = 13(\text{cm})$

15. 다음 그림과 같이 한 변의 길이가 12 cm 인 정삼각형 ABC 에서 $\overline{BC}$ 의 중점을 D 라 할 때, $\overline{AD}$ 를 한 변으로 하는 정삼각형 ADE 의 넓이를 구하여라.



[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : $27\sqrt{3}\,\text{cm}^2$

해설

$\overline{AD} = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 12 = 6\sqrt{3}(\text{cm})$
△ADE 는 한 변의 길이가 $6\sqrt{3}$ cm 인 정삼각형이므로
$\frac{\sqrt{3}}{4} \times (6\sqrt{3})^2 = 27\sqrt{3}(\text{cm}^2)$

16. x 가 3 보다 큰 자연수이고, 삼각형의 세 변의 길이가 5 , $x+8$, $x+9$ 인 삼각형이 직각삼각형이 되도록 하는 x 의 값을 구하여라.

[배점 5, 중상]

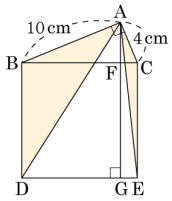
▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$(x+9)^2 = (x+8)^2 + 5^2$
$x^2 + 18x + 81 = x^2 + 16x + 64 + 25$
$2x = 8$
$\therefore x = 4$

17. 다음 그림과 같이 $\angle A = 90°$, $\overline{AB} = 10\text{cm}$, $\overline{AC} = 4\text{cm}$ 인 $\triangle ABC$ 가 있다. $\overline{BC}$ 를 한 변으로 하는 정사각형 BDEC 를 그렸을 때, 색칠한 부분의 넓이를 구하면?



[배점 5, 상하]

① 56cm^2 ② 57cm^2 ③ 58cm^2

④ 59cm^2 ⑤ 60cm^2

해설

$\triangle ABC$ 에서 $\overline{BC} = \sqrt{10^2 + 4^2} = \sqrt{116}(\text{cm})$

(△ABD의 넓이) = (△BDF의 넓이)

(△AEC의 넓이) = (△FEC의 넓이)

(색칠한 부분의 넓이) = △BDF + △FEC = $\frac{1}{2}$(□BDEC) = $58(\text{cm}^2)$