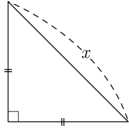


실력 확인 문제

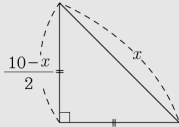
1. 다음 그림과 같은 이등변삼각형의 둘레의 길이가 10이라고 할 때, x 의 값을 구하면?



[배점 2, 하중]

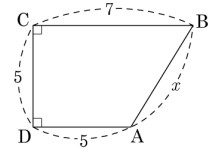
- ① $-9 + \sqrt{110}$ ② $-10 + 10\sqrt{2}$
 ③ $-10 + \sqrt{111}$ ④ $-11 + 10\sqrt{2}$
 ⑤ $-10 + \sqrt{111}$

해설



$$\begin{aligned} x^2 &= \left(\frac{10-x}{2}\right)^2 + \left(\frac{10-x}{2}\right)^2 \\ x^2 &= \frac{(10-x)^2}{4} + \frac{(10-x)^2}{4} \\ 4x^2 &= 2(10-x)^2 \\ 2x^2 &= 100 - 20x + x^2 \\ x^2 + 20x - 100 &= 0 \\ x &= -10 \pm \sqrt{200} \\ x &= -10 \pm 10\sqrt{2} \\ \therefore (\text{빗변의 길이}) &= -10 + 10\sqrt{2} (\because x > 0) \end{aligned}$$

2. 다음 그림을 보고 x 의 값으로 적절한 것을 고르면?



[배점 2, 하중]

- ① $\sqrt{21}$ ② $\sqrt{22}$ ③ $\sqrt{23}$
 ④ $\sqrt{29}$ ⑤ $\sqrt{31}$

해설

점 A에서 $\overline{BC}$ 에서 수선을 내리면

$$x^2 = 25 + 4,$$

$$x > 0 \text{ 이므로 } \therefore x = \sqrt{29}$$

3. x 가 2보다 큰 수일 때, 삼각형의 세 변의 길이가 $6, x+3, x+5$ 인 삼각형이 직각삼각형이 되도록 하는 x 의 값으로 알맞은 것은? [배점 2, 하중]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

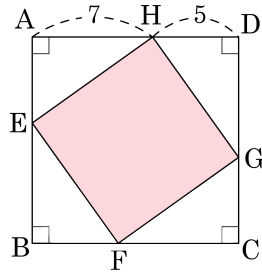
$x+5$ 가 빗변의 길이이므로

$$(x+5)^2 = (x+3)^2 + 36$$

$$x^2 + 10x + 25 = x^2 + 6x + 45$$

$$4x = 20, x = 5$$

4. 다음 그림과 같이 $\angle A = 90^\circ$ 인 $\triangle AEH$ 와 이와 합동인 세 개의 삼각형을 이용하여 정사각형 ABCD 를 만들었다. 이때, 정사각형 EFGH의 넓이를 구하여라.



[배점 3, 하상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 74

해설

$\overline{AH} = 7, \overline{HD} = \overline{AE} = 5$ 이고 $\triangle AEH$ 는 직각삼각형이므로 $\overline{EH}^2 = \overline{AH}^2 + \overline{AE}^2 = 7^2 + 5^2 = 74$ 이다.

사각형 EFGH 는 정사각형이므로 $\overline{EH} = \overline{FE} = \overline{GF} = \overline{GH}$ 이다.

따라서 정사각형 EFGH 의 넓이는 $\overline{EH}^2 = 74$ 이다.

5. 다음 $\square$ 안에 알맞은 수를 각각 써 넣어라.
직각삼각형의 빗변의 길이를 10, 다른 두 변의 길이를 각각 6, 8 이라 할 때, 다음이 성립한다.

$$\square^2 + \square^2 = \square^2$$

[배점 3, 하상]

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

▷ 정답 : 8

▷ 정답 : 10

해설

[피타고라스 정리]

직각삼각형에서 직각을 끼고 있는 두 변의 길이를 각각 a, b 라고 하고 빗변의 길이를 c 라고 할 때, $a^2 + b^2 = c^2$ 이 성립한다.

6. 다음 $\square$ 안에 알맞은 수를 써넣어라.
세 변의 길이가 5, 12, 13 인 삼각형은 $5^2 + 12^2 = 13^2$ 이므로 빗변의 길이가 $\square$ 인 직각삼각형이다.

[배점 3, 하상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 13

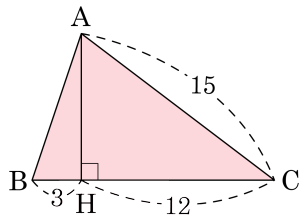
해설

[피타고라스 정리의 역]

세 변의 길이가 각각 a, b, c 인 $\triangle ABC$ 에서 $a^2 + b^2 = c^2$ 이면 이 삼각형은 c 를 빗변의 길이로 하는 직각삼각형이다.

따라서 $a = 5, b = 12, c = 13$ 해당하므로 13 을 빗변의 길이로 하는 직각삼각형이다.

7. 다음 그림과 같은 삼각형 ABC 에 대하여 $\overline{AB}$ 의 길이를 구하여라.



[배점 3, 중하]

- ① $7\sqrt{2}$ ② 13 ③ $6\sqrt{2}$
 ④ $3\sqrt{10}$ ⑤ 5

해설

$$\begin{aligned} \triangle AHC \text{ 에서 } \overline{AH} &= \sqrt{15^2 - 12^2} = \sqrt{81} = 9 \\ \triangle ABH \text{ 에서 } \overline{AB} &= \sqrt{9^2 + 3^2} = \sqrt{90} = 3\sqrt{10} \end{aligned}$$

8. 세 자연수 $x+2$, $x+4$, $x+6$ 이 피타고라스의 수가 되도록 하는 x 의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▶ 정답: 4

해설

$$\begin{aligned} (x+6)^2 &= (x+4)^2 + (x+2)^2 \\ x^2 + 12x + 36 &= x^2 + 8x + 16 + x^2 + 4x + 4 \\ x^2 &= 16, x = \pm 4 \\ \therefore x &= 4 (\because x > 0) \end{aligned}$$

9. 다음 □안에 알맞은 말을 써넣어라.

각 변의 길이가 $a^2 + 4$, $4a$, $a^2 - 4$ 인 삼각형은 □ 삼각형이다.

[배점 3, 중하]

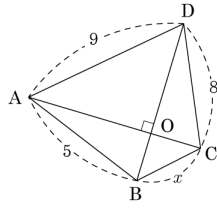
▶ 답:

▶ 정답: 직각

해설

$$\begin{aligned} a^2 + 4 - 4a &= (a-2)^2 \\ a^2 - 4 &\neq 0 \text{ 이므로 } a \neq \pm 2 \\ (a-2)^2 &> 0 \\ \text{따라서 가장 긴 변의 길이는 } a^2 + 4 \text{ 이다.} \\ (a^2 + 4)^2 &= a^4 + 8a^2 + 16 \cdots \textcircled{㉠} \\ (4a)^2 + (a^2 - 4)^2 &= 16a^2 + a^4 - 8a^2 + 16 \\ &= a^4 + 8a^2 + 16 \cdots \textcircled{㉡} \\ \textcircled{㉠} &= \textcircled{㉡} \text{ 이므로 직각삼각형이다.} \end{aligned}$$

10. 다음 그림처럼 $\overline{AC} \perp \overline{BD}$ 이고 $\overline{AB} = 5, \overline{CD} = 8, \overline{AD} = 9$ 일 때, x 의 값으로 적절한 것을 고르면?



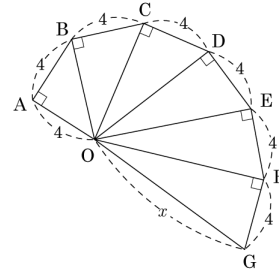
[배점 3, 중하]

- ① 1 ② $\sqrt{2}$ ③ 2
 ④ $2\sqrt{2}$ ⑤ 4

해설

$$\begin{aligned} \overline{AB}^2 + \overline{CD}^2 &= \overline{AD}^2 + \overline{BC}^2 \text{ 이므로} \\ 5^2 + 8^2 &= 9^2 + x^2 \\ 25 + 64 &= 81 + x^2 \\ x^2 &= 8, x > 0 \text{ 이므로 } x = 2\sqrt{2} \end{aligned}$$

11. 다음 그림에서 x 의 값으로 적절한 것을 고르면?



[배점 3, 중하]

- ① $4\sqrt{7}$ ② $6\sqrt{7}$ ③ $8\sqrt{7}$
 ④ $10\sqrt{7}$ ⑤ $12\sqrt{7}$

해설

$$\begin{aligned} \overline{BO} &= 4\sqrt{2}, \overline{CO} = 4\sqrt{3}, \overline{DO} = 8 \\ \overline{EO} &= 4\sqrt{5}, \overline{FO} = 4\sqrt{6} \\ x &= \overline{GO} = 4\sqrt{7} \end{aligned}$$

12. 세 변의 길이가 7 cm, 8 cm, x cm 인 삼각형이 둔각삼각형이 되기 위한 x 의 값의 범위를 구하여라. (단, $x > 8$)
 [배점 4, 중중]

- ① $\sqrt{113} < x < 15$ ② $8 < x < 15$
 ③ $x > \sqrt{113}$ ④ $x > 14$
 ⑤ $\sqrt{115} \leq x < 13$

해설

둔각삼각형의 결정 조건
 $x > 8$ 이므로 x 가 가장 긴 변이므로 $x^2 > 7^2 + 8^2$, $x^2 > 113$, $x > \sqrt{113}$
 삼각형의 결정 조건
 $x < 7 + 8, x < 15$
 따라서 두 조건을 모두 만족시키는 값은 $\sqrt{113} < x < 15$

13. 두 변의 길이가 6 cm, 7 cm 인 직각삼각형에서 남은 한 변의 길이를 모두 고르면? (정답 2개)

[배점 4, 중중]

- ① 8 ② $\sqrt{13}$ ③ 13
④ $5\sqrt{3}$ ⑤ $\sqrt{85}$

해설

직각삼각형에서 세변의 길이를 6, 7, x 라고 두자.

7을 가장 긴 변으로 하면

$$7^2 = 6^2 + x^2 \text{ 에서}$$

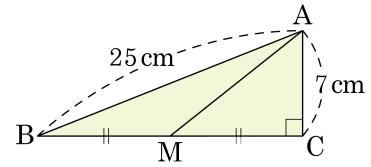
$$x^2 = 7^2 - 6^2 = 13 \therefore x = \sqrt{13}$$

x 를 가장 긴 변으로 하면

$$x = \sqrt{7^2 + 6^2} = \sqrt{85}$$

$$\therefore x = \sqrt{13} \text{ 또는 } \sqrt{85}$$

14. 다음 그림에서 $\angle C = 90^\circ$, $\overline{BM} = \overline{CM}$, $\overline{AB} = 25$ cm, $\overline{AC} = 7$ cm 이다. 이때, $\overline{AM}$ 의 길이는?



[배점 4, 중중]

- ① $\sqrt{190}$ cm ② $\sqrt{191}$ cm ③ $\sqrt{193}$ cm
④ $\sqrt{194}$ cm ⑤ $\sqrt{199}$ cm

해설

$\triangle ABC$ 에서

$$\overline{BC}^2 = 25^2 - 7^2 = 576$$

$$\therefore \overline{BC} = 24$$

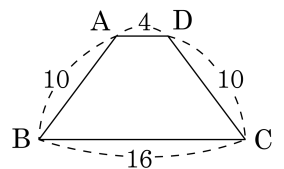
$$\overline{MC} = \frac{1}{2}\overline{BC} \therefore \overline{MC} = 12(\text{cm})$$

$\triangle AMC$ 에서

$$\overline{AM}^2 = 7^2 + 12^2 = 193$$

$$\therefore \overline{AM} = \sqrt{193}(\text{cm})$$

15. 다음 그림과 같은 사다리꼴 ABCD 의 넓이를 구하여라.



[배점 4, 중중]

▶ 답 :

▶ 정답 : 80

해설

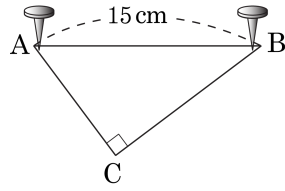
사다리꼴 ABCD 의 높이를 h 라 하면

$$h^2 = 100 - 36 = 64$$

$$h = 8$$

$$\therefore (\text{사다리꼴의 넓이}) = (4 + 16) \times 8 \times \frac{1}{2} = 80$$

16. 15 cm 거리에 있는 두 못 A, B 에 길이 36 cm 의 끈을 걸어서 다음 그림과 같이, $\angle C$ 가 직각이 되게 하려고 한다. 변 AC 를 몇 cm 로 하여야 하는가? (단, $\overline{AC} < \overline{BC}$)



[배점 4, 중중]

- ① 9 cm ② 10 cm ③ 11 cm
④ 12 cm ⑤ 13 cm

해설

$\overline{AB} = 15$ cm, $\overline{AC} = x$ cm, $\overline{BC} = 21 - x$ cm 로 둘 수 있다. ($\because$ 둘레의 길이가 36 cm)

$$15^2 = x^2 + (21 - x)^2$$

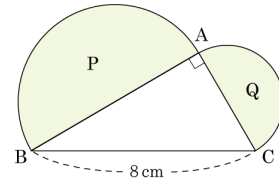
$$2x^2 - 42x + 216 = 0$$

$$x^2 - 21x + 108 = 0$$

$$(x - 9)(x - 12) = 0$$

$$\therefore x = 9 (\because \overline{AC} < \overline{BC})$$

17. 다음 그림에서 $\angle BAC = 90^\circ$ 이고, $\overline{AB}$ 와 $\overline{AC}$ 를 지름으로 하는 반원의 넓이를 각각 P, Q 라 할 때, P + Q 의 값을 구하여라.



[배점 5, 중상]

▶ 답 :

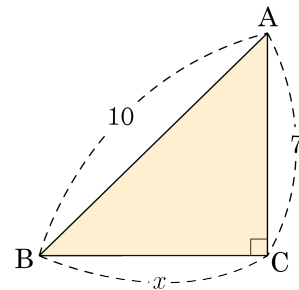
▷ 정답 : 8π cm²

해설

P + Q 는 $\overline{BC}$ 를 지름으로 하는 반원의 넓이와 같으므로

$$P + Q = \frac{1}{2} \times 4^2 \times \pi = 8\pi (\text{cm}^2)$$

18. 다음 그림과 같은 직각삼각형에서 x 의 값은?



[배점 5, 중상]

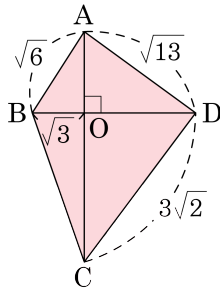
- ① $\sqrt{51}$ ② $\sqrt{149}$ ③ 8
④ 9 ⑤ 51

해설

$$x = \sqrt{10^2 - 7^2} = \sqrt{100 - 49} = \sqrt{51}$$

19. 다음 그림의 $\square ABCD$ 에서
 $\overline{CO}$ 의 길이를 구하여라. (단,
 $\overline{AC} \perp \overline{BD}$)

[배점 5, 중상]



- ① $2\sqrt{2}$ ② $\sqrt{11}$
 ③ $\sqrt{13}$ ④ $\sqrt{19}$
 ⑤ $2\sqrt{5}$

해설

$$\begin{aligned} \overline{BC}^2 + \sqrt{13}^2 &= \sqrt{6}^2 + (3\sqrt{2})^2 \\ \therefore \overline{BC} &= \sqrt{11} \\ \triangle BCO \text{에서 } \overline{CO}^2 &= \overline{BC}^2 - \overline{BO}^2 = 11 - 3 = 8 \\ \therefore \overline{CO} &= 2\sqrt{2} \end{aligned}$$

20. $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = c$, $\overline{BC} = a$, $\overline{AC} = b$ 라 할 때,
 다음 중 옳지 않은 것은? [배점 5, 중상]

- ① $b^2 - a^2 = c^2$ 이면 $\angle C = 90^\circ$ 이다.
 ② $\angle C = 45^\circ$ 이면 $c^2 < a^2 + b^2$ 이다.
 ③ $\angle B = 100^\circ$ 이면 $b^2 > a^2 + c^2$ 이다
 ④ $\angle A = 90^\circ$ 이면 $a^2 = b^2 + c^2$ 이다
 ⑤ $c^2 > a^2 + b^2$ 이면 $\triangle ABC$ 는 둔각삼각형이다.

해설

$$\begin{aligned} \text{① } b^2 &= a^2 + c^2 \text{에서 빗변이 } b \text{가 되므로 } \angle B = 90^\circ \\ &\text{인 직각삼각형이다.} \end{aligned}$$