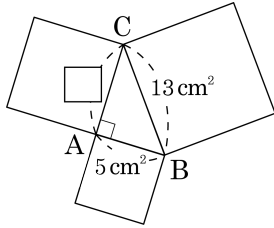


실력 확인 문제

1. 다음 그림과 같이 $\triangle ABC$ 가 직각삼각형일 때 $\square$ 안에 알맞은 수는 ?



[배점 2, 하중]

- ① 11 ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15

해설

$$\sqrt{13^2 - 5^2} = \sqrt{144} = 12$$

2. 다음 중 둔각삼각형이 될 수 없는 것은?

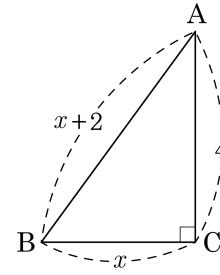
[배점 2, 하중]

- ① 5, 7, 9 ② 11, 12, 19
③ $6, 6\sqrt{2}, 11$ ④ 4, 5, 7
⑤ $5, 7, 2\sqrt{10}$

해설

⑤ $7^2 < 5^2 + (2\sqrt{10})^2$
따라서 예각 삼각형이다.

3. 다음 그림에서 x 의 값을 구하여라.



[배점 2, 하중]

▶ 답:

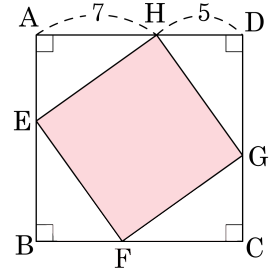
▶ 정답: $x = 3$

해설

$$\begin{aligned} (x+2)^2 &= x^2 + 4^2 \\ x^2 + 4x + 4 &= x^2 + 16 \\ 4x &= 12 \therefore x = 3 \end{aligned}$$

4. 다음 그림과 같이 $\angle A = 90^\circ$ 인 $\triangle AEH$ 와 이와 합동인 세 개의 삼각형을 이용하여 정사각형 ABCD를 만들었다. 이때, 정사각형 EFGH의 넓이를 구하여라.

[배점 3, 하상]



▶ 답:

▶ 정답: 74

해설

$\overline{AH} = 7, \overline{HD} = \overline{AE} = 5$ 이고 $\triangle AEH$ 는 직각삼각형이므로 $\overline{EH}^2 = \overline{AH}^2 + \overline{AE}^2 = 7^2 + 5^2 = 74$ 이다.
사각형 EFGH는 정사각형이므로 $\overline{EH} = \overline{FE} = \overline{GF} = \overline{GH}$ 이다.
따라서 정사각형 EFGH의 넓이는 $\overline{EH}^2 = 74$ 이다.

5. 직각을 낀 두 변의 길이가 각각 4cm, 5cm 인 직각삼각형의 빗변의 길이는? . [배점 3, 하상]

- ① 3cm ② 6cm ③ $\sqrt{41}$ cm
④ $2\sqrt{6}$ cm ⑤ $3\sqrt{4}$ cm

해설

$$\begin{aligned}(\text{빗변})^2 &= 4^2 + 5^2 = 41 \\(\text{빗변}) &= \sqrt{41} (\because \text{빗변} > 0)\end{aligned}$$

6. 다음 안에 알맞은 수를 써넣어라.
세 변의 길이가 5, 12, 13 인 삼각형은 $5^2 + 12^2 = 13^2$ 이므로 빗변의 길이가 인 직각삼각형이다.
[배점 3, 하상]

▶ 답:

▶ 정답: 13

해설

[피타고라스 정리의 역]
세 변의 길이가 각각 a, b, c 인 $\triangle ABC$ 에서 $a^2 + b^2 = c^2$ 이면 이 삼각형은 c 를 빗변의 길이로 하는 직각삼각형이다.
따라서 $a = 5, b = 12, c = 13$ 해당하므로 13 을 빗변의 길이로 하는 직각삼각형이다.

7. 각 변의 길이가 각각 10cm, 12cm, x cm 인 삼각형을 예각삼각형으로 만들려고 할 때, x 의 값은 몇cm 로 해야 하는가? (단, $x > 12$) [배점 3, 중하]

- ① $12 < x < \sqrt{61}$ ② $12 < x < 2\sqrt{59}$
③ $12 < x < \sqrt{59}$ ④ $12 < x < 2\sqrt{61}$
⑤ $12 < x < 2\sqrt{62}$

해설

$$\begin{aligned}x^2 &< 10^2 + 12^2 \\x^2 &< 100 + 144 = 244 \\x &< 2\sqrt{61}\end{aligned}$$

8. $a + 3, \sqrt{3}a, a - 3$ 을 세 변의 길이로 하는 직각삼각형이 있다. a 의 값으로 알맞은 것을 모두 고르면? (단, $a > 3$) [배점 3, 중하]

- ① $3\sqrt{2}$ ② $3\sqrt{3}$ ③ 4
④ $4\sqrt{2}$ ⑤ $4\sqrt{3}$

해설

- (1) $\sqrt{3}a$ 가 빗변의 길이일 때
 $(\sqrt{3}a)^2 = (a + 3)^2 + (a - 3)^2$
 $3a^2 = a^2 + 6a + 9 + a^2 - 6a + 9$
 $a^2 = 8 \quad \therefore a = 3\sqrt{2} (\because a > 3)$
(2) $(a + 3)$ 가 빗변의 길이일 때
 $(a + 3)^2 = (\sqrt{3}a)^2 + (a - 3)^2$
 $a^2 + 6a + 9 = 3a^2 + a^2 - 6a + 9$
 $3a^2 - 12a = 0$
 $3a(a - 4) = 0$
 $\therefore a = 4 (\because a > 3)$

9. $a+3, \sqrt{3}a, a-3$ 을 세 변의 길이로 하는 직각삼각형이 있다. a 의 값으로 알맞은 것을 모두 고르면? (단, $a > 3$) [배점 3, 중하]

- ① $3\sqrt{2}$ ② $3\sqrt{3}$ ③ 4
④ $4\sqrt{2}$ ⑤ $4\sqrt{3}$

해설

- (1) $\sqrt{3}a$ 가 빗변의 길이일 때

$$(\sqrt{3}a)^2 = (a+3)^2 + (a-3)^2$$

$$3a^2 = a^2 + 6a + 9 + a^2 - 6a + 9$$

$$a^2 = 8 \quad \therefore a = 3\sqrt{2} (\because a > 3)$$

- (2) $(a+3)$ 가 빗변의 길이일 때

$$(a+3)^2 = (\sqrt{3}a)^2 + (a-3)^2$$

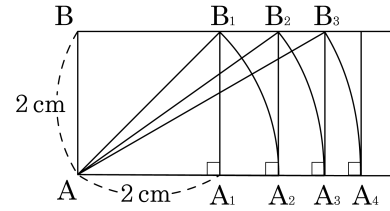
$$a^2 + 6a + 9 = 3a^2 + a^2 - 6a + 9$$

$$3a^2 - 12a = 0$$

$$3a(a-4) = 0$$

$$\therefore a = 4 (\because a > 3)$$

10. 다음 그림과 같이 $\square AA_1B_1B$ 는 한 변의 길이가 2cm 인 정사각형이고, 점 A 를 중심으로 하여 $\overline{AB_1}$, $\overline{AB_2}$, $\overline{AB_3}$ 을 반지름으로 하는 호를 그릴 때, $\overline{AA_4}$ 의 길이를 구하여라.



[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

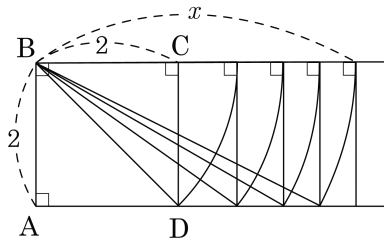
해설

$$\overline{AA_2} = \overline{AB_1} = 2\sqrt{2}$$

$$\overline{AA_3} = \overline{AB_2} = \sqrt{(2\sqrt{2})^2 + 2^2} = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$$

$$\overline{AA_4} = \overline{AB_3} = \sqrt{(2\sqrt{3})^2 + 2^2} = \sqrt{16} = 4$$

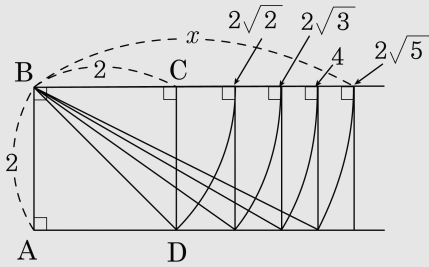
11. 그림을 보고 x 의 값으로 알맞은 것은 어느 것인가?



[배점 3, 중하]

- ① $2\sqrt{2}$ ② $2\sqrt{5}$ ③ $2\sqrt{6}$
 ④ $2\sqrt{7}$ ⑤ $4\sqrt{2}$

해설



12. 세 변의 길이가 7 cm, 8 cm, x cm 인 삼각형이 둔각삼각형이 되기 위한 x 의 값의 범위를 구하여라. (단, $x > 8$)
 [배점 4, 중중]

- ① $\sqrt{113} < x < 15$ ② $8 < x < 15$
 ③ $x > \sqrt{113}$ ④ $x > 14$
 ⑤ $\sqrt{115} \leq x < 13$

해설

둔각삼각형의 결정 조건

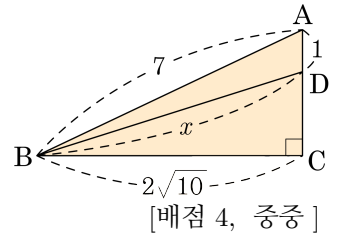
$x > 8$ 이므로 x 가 가장 긴 변이므로 $x^2 > 7^2 + 8^2$, $x^2 > 113$, $x > \sqrt{113}$

삼각형의 결정 조건

$x < 7 + 8$, $x < 15$

따라서 두 조건을 모두 만족시키는 값은 $\sqrt{113} < x < 15$

13. 다음 그림에서 x 의 값은?



[배점 4, 중중]

- ① 6 ② $3\sqrt{10}$ ③ 3
 ④ $2\sqrt{10}$ ⑤ $2\sqrt{11}$

해설

$\triangle ABC$ 에서

$$(\overline{CD} + 1)^2 + (2\sqrt{10})^2 = 7^2$$

$$(\overline{CD} + 1)^2 = 49 - 40 = 9$$

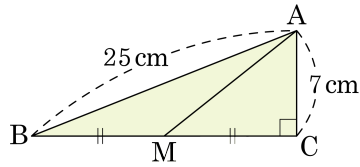
$$\overline{CD} + 1 = 3 (\because \overline{CD} + 1 > 0)$$

$$\therefore \overline{CD} = 2$$

$$\triangle DBC \text{ 에서 } x^2 = 2^2 + (2\sqrt{10})^2 = 4 + 40 = 44$$

$$\therefore x = 2\sqrt{11} (\because x > 0)$$

14. 다음 그림에서 $\angle C = 90^\circ$, $\overline{BM} = \overline{CM}$, $\overline{AB} = 25 \text{ cm}$, $\overline{AC} = 7 \text{ cm}$ 이다. 이때, $\overline{AM}$ 의 길이는?



[배점 4, 중중]

- ① $\sqrt{190} \text{ cm}$ ② $\sqrt{191} \text{ cm}$ ③ $\sqrt{193} \text{ cm}$
 ④ $\sqrt{194} \text{ cm}$ ⑤ $\sqrt{199} \text{ cm}$

해설

$\triangle ABC$ 에서

$$\overline{BC}^2 = 25^2 - 7^2 = 576$$

$$\therefore \overline{BC} = 24$$

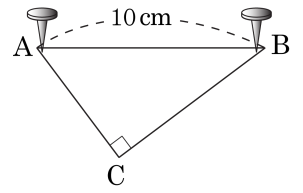
$$\overline{MC} = \frac{1}{2} \overline{BC} \therefore \overline{MC} = 12(\text{cm})$$

$\triangle AMC$ 에서

$$\overline{AM}^2 = 7^2 + 12^2 = 193$$

$$\therefore \overline{AM} = \sqrt{193}(\text{cm})$$

15. 10 cm 거리에 있는 두 못 A, B 에 길이 24 cm 의 끈을 걸어서 다음 그림과 같이, $\angle C$ 가 직각이 되게 하려고 한다. 변 AC 를 몇 cm 로 하여야 하는가? (단, $\overline{AC} < \overline{BC}$)



[배점 4, 중중]

▶ 답:

▷ 정답: 6 cm

해설

$\overline{AC} = x \text{ cm}$, $\overline{BC} = 14 - x \text{ cm}$ 라고 하면

$$x^2 + (14 - x)^2 = 10^2,$$

$$x^2 + 196 - 28x + x^2 = 100,$$

$$2x^2 - 28x + 96 = 0,$$

$$x^2 - 14x + 48 = 0, (x - 6)(x - 8) = 0$$

이므로 $x = 6$ 또는 $x = 8$ 이다.

$\overline{AC} < \overline{BC}$ 이므로 $\overline{AC} = 6 \text{ cm}$, $\overline{BC} = 8 \text{ cm}$ 이다.

16. 세 변의 길이가 $x, 6, 10$ 인 삼각형이 예각삼각형일 때, x 의 값의 범위는? (단, $x > 6$) [배점 4, 중중]

- ① $\emptyset$ ② $x < \sqrt{136}$
 ③ $10 \leq x < 2\sqrt{34}$ ④ $8 < x < 2\sqrt{34}$
 ⑤ $6 < x < 10$

해설

(i) $6 < x < 10$ 일 때
 예각삼각형이므로 가장 긴 변인 10 에 대하여
 $10^2 < 6^2 + x^2$ 이 성립한다.
 $x^2 > 64$ 이므로
 $\therefore 8 < x < 10$
 (ii) $x \geq 10$ 일 때
 예각삼각형이므로 가장 긴 변인 x 에 대하여
 $x^2 < 6^2 + 10^2$ 이 성립한다.
 $x < \sqrt{136}(= 2\sqrt{34})$ 이므로
 $\therefore 10 \leq x < 2\sqrt{34}$
 (i), (ii)에 의해서 $8 < x < 2\sqrt{34}$

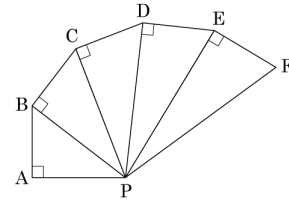
17. 세변의 길이가 각각 다음과 같을 때, 직각삼각형이 아닌 것은? [배점 5, 중상]

- ① 3, 5, 4 ② 4, 2, $2\sqrt{3}$
 ③ $\sqrt{3}, 2\sqrt{2}, \sqrt{5}$ ④ $\sqrt{15}, 6, \sqrt{21}$
 ⑤ 4, 5, $2\sqrt{2}$

해설

세 변의 길이가 a, b, c 인 삼각형에서 가장 긴 변의 길이를 c 라고 할 때, $a^2 + b^2 = c^2$ 성립하면 직각삼각형이고, $a^2 + b^2 \neq c^2$ 이면 직각삼각형이 아니다. ⑤에서 가장 긴 변은 5 인데, $4^2 + (2\sqrt{2})^2 \neq 5^2$ 이므로 직각삼각형이 아니다.

18. 다음 그림에서 $\overline{PF}$ 의 길이를 구하여라. (단, $\overline{AP} = \overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD} = \overline{DE} = \overline{EF} = 1\text{cm}$)



[배점 5, 중상]

▶ 답 :

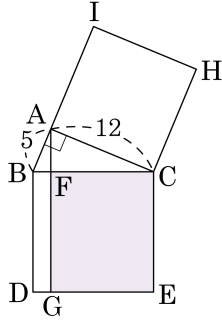
▶ 정답 : $\sqrt{6}\text{cm}$

해설

$\triangle PAB, \triangle PBC, \triangle PCD, \triangle PDE,$
 $\triangle PEF$ 는 모두 직각삼각형이므로
 피타고라스의 정리를 이용하면
 $\overline{PB} = \sqrt{2}(\text{cm}), \overline{PC} = \sqrt{3}(\text{cm}),$
 $\overline{PD} = 2(\text{cm}), \overline{PE} = \sqrt{5}(\text{cm})$
 $\overline{PF} = \sqrt{6}(\text{cm})$

19. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 는 직각삼각형이고, $\square BDEC$ 는 $\overline{BC}$ 를 한 변으로 하는 정사각형이다. $\square FGEC$ 의 넓이는?

[배점 5, 중상]



- ① 125 cm^2 ② 135 cm^2
 ③ 142 cm^2 ④ 144 cm^2 ⑤ 148 cm^2

해설

$\triangle BCH \equiv \triangle ECA$ (SAS 합동)
 $\triangle ACH = \triangle BCH$ ($\because$ 밑변과 높이가 서로 같다.)
 $\triangle FCE = \triangle ECA$ ($\because$ 밑변과 높이가 서로 같다.)
 $\therefore \triangle ACH = \triangle FCE$
 $\square FGEC$ 는 $\square ACHI$ 와 넓이가 같으므로
 $\square FGEC = \square ACHI = 12 \times 12 = 144 (\text{cm}^2)$

20. 세 변의 길이가 각각 $x - 14$, x , $x + 4$ 인 삼각형이 직각삼각형일 때, 빗변의 길이는? [배점 5, 중상]

- ① 6 ② 10 ③ 22 ④ 30 ⑤ 34

해설

가장 긴 변이 $x+4$ 이므로 $(x+4)^2 = x^2 + (x-14)^2$
 $x^2 + 8x + 16 = x^2 + x^2 - 28x + 196$
 $x^2 - 36x + 180 = 0$
 $(x-30)(x-6) = 0$
 $\therefore x = 30$ 또는 $x = 6$
 그런데 $x - 14 > 0$ 에서 $x > 14$ 이므로 $x = 30$ 이다.
 따라서 빗변의 길이는 $x + 4 = 34$