

실력 확인 문제

1. 삼각형 ABC 에서 $\overline{AB} = c, \overline{BC} = a, \overline{CA} = b$ (단, c 가 가장 긴 변) 이라 하자. $c^2 - a^2 > b^2$ 이 성립한다고 할 때, 다음 중 옳은 것은? [배점 3, 하상]

- ① $\angle C < 90^\circ$ 이고 $\triangle ABC$ 는 둔각삼각형이다.
- ② $\angle C > 90^\circ$ 이고 $\triangle ABC$ 는 둔각삼각형이다.
- ③ $\angle C < 90^\circ$ 이고 $\triangle ABC$ 는 예각삼각형이다.
- ④ $\angle C > 90^\circ$ 이고 $\triangle ABC$ 는 예각삼각형이다.
- ⑤ $\angle C = 90^\circ$ 이고 $\triangle ABC$ 는 직각삼각형이다.

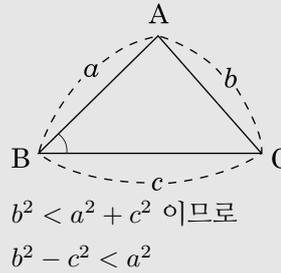
해설

삼각형의 가장 긴 변의 대각의 크기에 따라 둔각삼각형, 직각삼각형, 예각삼각형인지 결정된다. 변 c 의 대각은 $\angle C$ 이고, c 가 가장 긴 변이므로 $c^2 > a^2 + b^2$ 이 성립하게 되면 삼각형 ABC 는 둔각삼각형이고 이때, $\angle C > 90^\circ$ 이다.

2. 삼각형 ABC 에서 $\angle B < 90^\circ$ 이고 $\overline{BC} = a, \overline{AC} = b, \overline{AB} = c$ 일 때, 다음 중 항상 옳은 것은? [배점 3, 하상]

- ① $b^2 = a^2 + c^2$
- ② $c^2 = a^2 + b^2$
- ③ $a^2 = b^2 + c^2$
- ④ $b^2 - c^2 < a^2$
- ⑤ $c^2 < a^2 + b^2$

해설



3. 다음 안에 알맞은 수를 써넣어라.
세 변의 길이가 5, 12, 13 인 삼각형은 $5^2 + 12^2 = 13^2$ 이므로 빗변의 길이가 인 직각삼각형이다. [배점 3, 하상]

▶ 답:

▷ 정답: 13

해설

[피타고라스 정리의 역]

세 변의 길이가 각각 a, b, c 인 $\triangle ABC$ 에서 $a^2 + b^2 = c^2$ 이면 이 삼각형은 c 를 빗변의 길이로 하는 직각삼각형이다.

따라서 $a = 5, b = 12, c = 13$ 해당하므로 13 을 빗변의 길이로 하는 직각삼각형이다.

4. 각 변의 길이가 각각 10cm , 12cm , $x\text{cm}$ 인 삼각형을 예각삼각형으로 만들려고 할 때, x 의 값은 몇 cm 로 해야 하는가? (단, $x > 12$) [배점 3, 중하]

- ① $12 < x < \sqrt{61}$ ② $12 < x < 2\sqrt{59}$
 ③ $12 < x < \sqrt{59}$ ④ $12 < x < 2\sqrt{61}$
 ⑤ $12 < x < 2\sqrt{62}$

해설

$$x^2 < 10^2 + 12^2$$

$$x^2 < 100 + 144 = 244$$

$$x < 2\sqrt{61}$$

5. 각 변의 길이가 $(x-2)\text{cm}$, $x\text{cm}$, 8cm 인 직각삼각형이 있다. 이때 x 의 값으로 바르게 짝지어진 것은? [배점 3, 중하]

- ① $16, \sqrt{31}$ ② $16, 1 + \sqrt{31}$
 ③ $17, -1 + \sqrt{31}$ ④ $17, 1 + \sqrt{31}$
 ⑤ $18, -1 + \sqrt{31}$

해설

(i) $x \geq 8$ 일 때

$$x^2 = (x-2)^2 + 64$$

$$x^2 = x^2 - 4x + 4 + 64$$

$$4x = 68$$

$$\therefore x = 17$$

(ii) $x < 8$ 일 때

$$64 = (x-2)^2 + x^2$$

$$64 = x^2 - 4x + 4 + x^2$$

$$2x^2 - 4x - 60 = 0$$

$$\therefore x = 1 + \sqrt{31} (\because x > 0)$$

6. 세 변의 길이가 6cm , $a\text{cm}$, $(a+2)\text{cm}$ 인 삼각형이 둔각삼각형이 되기 위한 a 의 값의 범위는? (단, $a > 6$) [배점 3, 중하]

- ① $a > 8$ ② $a > 5$ ③ $a > 6$
 ④ $a > 7$ ⑤ $a > 4$

해설

$$(a+2)^2 > a^2 + 6^2$$

$$a^2 + 4a + 4 > a^2 + 36$$

$$4a > 32 \quad \therefore a > 8$$

7. 세 변의 길이가 7cm , 8cm , $x\text{cm}$ 인 삼각형이 둔각삼각형이 되기 위한 x 의 값의 범위를 구하여라. (단, $x > 8$) [배점 4, 중중]

- ① $\sqrt{113} < x < 15$ ② $8 < x < 15$
 ③ $x > \sqrt{113}$ ④ $x > 14$
 ⑤ $\sqrt{115} \leq x < 13$

해설

둔각삼각형의 결정 조건

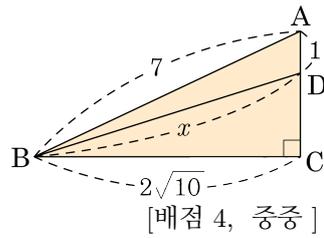
$$x > 8 \text{ 이므로 } x \text{ 가 가장 긴 변이므로 } x^2 > 7^2 + 8^2, x^2 > 113, x > \sqrt{113}$$

삼각형의 결정 조건

$$x < 7 + 8, x < 15$$

따라서 두 조건을 모두 만족시키는 값은 $\sqrt{113} < x < 15$

8. 다음 그림에서 x 의 값은?



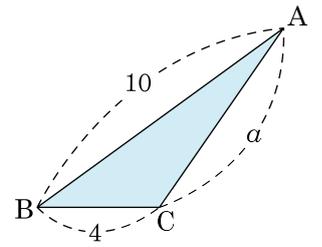
[배점 4, 중중]

- ① 6 ② $3\sqrt{10}$ ③ 3
 ④ $2\sqrt{10}$ ⑤ $2\sqrt{11}$

해설

$\triangle ABC$ 에서
 $(\overline{CD} + 1)^2 + (2\sqrt{10})^2 = 7^2$
 $(\overline{CD} + 1)^2 = 49 - 40 = 9$
 $\overline{CD} + 1 = 3 (\because \overline{CD} + 1 > 0)$
 $\therefore \overline{CD} = 2$
 $\triangle DBC$ 에서 $x^2 = 2^2 + (2\sqrt{10})^2 = 4 + 40 = 44$
 $\therefore x = 2\sqrt{11} (\because x > 0)$

9. 다음 $\triangle ABC$ 에서 $\angle C$ 가 둔각이 되기 위한 \overline{AC} 의 길이 a 의 값의 범위는?



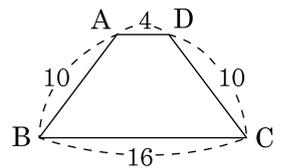
[배점 4, 중중]

- ① $a > 14$ ② $a > 6$
 ③ $6 < a < 14$ ④ $6 < a \leq 2\sqrt{21}$
 ⑤ $6 < a < 2\sqrt{21}$

해설

둔각삼각형의 결정조건에 의해
 가장 긴 변 10에 대하여 $10^2 > 4^2 + a^2$, $84 > a^2$
 $a < 2\sqrt{21}$
 삼각형의 결정조건에 의해
 $10 < a + 4$, $a > 6$
 따라서 두 조건에 의해 $6 < a < 2\sqrt{21}$

10. 다음 그림과 같은 사다리꼴 ABCD의 넓이를 구하여라.



[배점 4, 중중]

▶ 답:

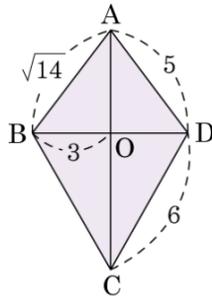
▷ 정답: 80

해설

사다리꼴 ABCD의 높이를 h 라 하면
 $h^2 = 100 - 36 = 64$
 $h = 8$
 $\therefore (\text{사다리꼴의 넓이}) = (4 + 16) \times 8 \times \frac{1}{2} = 80$

14. 다음 그림과 같은 사각형 ABCD 에서 $\overline{AC} \perp \overline{BD}$ 일 때, \overline{OC} 의 길이를 구하여라.

[배점 5, 중상]



- ① 5
- ② 4
- ③ $2\sqrt{5}$
- ④ $1 + \sqrt{14}$
- ⑤ $3\sqrt{13}$

해설

$$(\sqrt{14})^2 + 6^2 = 5^2 + \overline{BC}^2$$

$$\overline{BC}^2 = 25, \overline{BC} = 5 \text{ 이므로}$$

$$\triangle OBC \text{ 에서 } \overline{BC}^2 = 3^2 + \overline{OC}^2, 5^2 = 3^2 + \overline{OC}^2$$

$$\therefore \overline{OC} = 4$$

15. 세 변의 길이가 $a+1, a+2, a+3$ 인 삼각형이 직각 삼각형이 되기 위한 a 의 값을 구하여라.

[배점 5, 중상]

- ▶ 답:
- ▷ 정답: 2

해설

$$a+3 \text{ 이 가장 긴 변의 길이이므로}$$

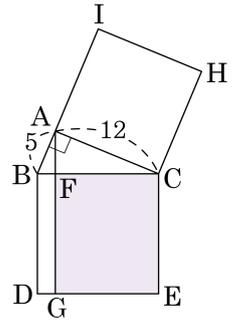
$$(a+3)^2 = (a+2)^2 + (a+1)^2, a^2 + 6a + 9 =$$

$$a^2 + 4a + 4 + a^2 + 2a + 1$$

$$a^2 = 4, a = 2 (\because a > -1)$$

16. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 는 직각 삼각형이고, $\square BDEC$ 는 \overline{BC} 를 한 변으로 하는 정사각형이다. $\square FGEC$ 의 넓이는?

[배점 5, 중상]

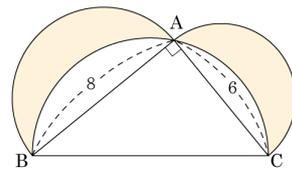


- ① 125 cm^2
- ② 135 cm^2
- ③ 142 cm^2
- ④ 144 cm^2
- ⑤ 148 cm^2

해설

$\triangle BCH \equiv \triangle ECA$ (SAS 합동)
 $\triangle ACH = \triangle BCH$ (\because 밑변과 높이가 서로 같다.)
 $\triangle FCE = \triangle ECA$ (\because 밑변과 높이가 서로 같다.)
 $\therefore \triangle ACH = \triangle FCE$
 $\square FGEC$ 는 $\square ACHI$ 와 넓이가 같으므로
 $\square FGEC = \square ACHI = 12 \times 12 = 144 (\text{cm}^2)$

17. 다음 그림은 직각삼각형 ABC 의 세 변을 각각 지름으로 하는 세 개의 반원을 그린 것이다. $\overline{AB} = 8, \overline{AC} = 6$ 일 때, 색칠한 부분의 넓이를 구하여라.



[배점 5, 상하]

- ▶ 답:
- ▷ 정답: 24

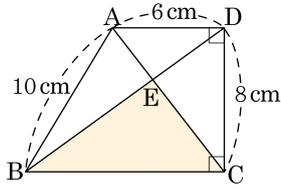
해설

$$(\text{색칠한 부분의 넓이}) = \triangle ABC$$

$$= \frac{1}{2} \times 8 \times 6$$

$$= 24$$

18. 다음 그림과 같은 사다리꼴 ABCD 에서 $\angle C = \angle D = 90^\circ$, $\overline{AD} = 6\text{cm}$, $\overline{AB} = 10\text{cm}$, $\overline{DC} = 8\text{cm}$ 일 때, $\triangle EBC$ 의 넓이를 구하여라.



[배점 5, 상하]

▶ 답:

▶ 정답: 32cm^2

해설

점 A 에서 \overline{BC} 에 내린 수선의 발을 H라고 하면

$$\overline{BH} = \sqrt{10^2 - 8^2} = 6(\text{cm})$$

$$\therefore \overline{BC} = 6 + 6 = 12(\text{cm})$$

또한,

$$\triangle AED \sim \triangle CEB$$

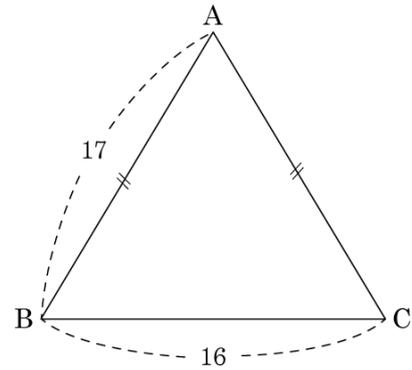
$$\overline{BE} : \overline{ED} = 12 : 6 = 2 : 1$$

$$\triangle ABC = \triangle BCD$$

$$\triangle BCE = \frac{2}{3}\triangle BCD$$

$$= \frac{2}{3} \times \frac{1}{2} \times 12 \times 8 = 32(\text{cm}^2)$$

19. 다음 그림과 같은 이등변 삼각형 ABC 의 넓이를 구하여라.



[배점 5, 상하]

▶ 답:

▶ 정답: 120

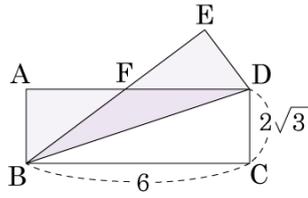
해설

점 A 에서 \overline{BC} 에 내린 수선의 발을 H 라고 하면

$$\overline{AH} = \sqrt{17^2 - 8^2} = 15$$

$$\therefore \triangle ABC = \frac{1}{2} \times 15 \times 16 = 120$$

20. 다음 그림은 가로의 길이가 6, 세로의 길이가 $2\sqrt{3}$ 인 직사각형 ABCD를 대각선 BD를 접는 선으로 하여 접은 것이다. 다음 중 옳지 않은 것은?



[배점 5, 상하]

- ① $\angle DBC = \angle DBE$
- ② $\angle FBD = \angle FDB$
- ③ $\angle E = 90^\circ$
- ④ $2\overline{AF} = \overline{FD}$
- ⑤ $\triangle EFD = 4\sqrt{3}$

해설

$$\angle DBC = \angle DBE$$

$$\angle DBC = \angle ADB (\because \overline{AD} \parallel \overline{BC})$$

따라서 $\triangle FBD$ 는 이등변 삼각형이다.

$$\overline{FD} = \overline{FB} = x \text{ 라 하면, } \triangle EFD \text{ 에서 } \overline{EF} = 6 - x$$

이므로

$$(6 - x)^2 + (2\sqrt{3})^2 = x^2 \quad \therefore x = 4$$

$$\triangle EFD = \frac{1}{2} \cdot \overline{EF} \cdot \overline{ED} = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 2\sqrt{3} = 2\sqrt{3}$$