

실력 확인 문제

1. 다음 중 삼각형의 세 변의 길이가 보기와 같을 때 직각삼각형이 될 수 없는 것은 몇 개인가?

보기

- ㄱ. 6, 8, 10
 ㄴ. $\sqrt{2}, \sqrt{5}, \sqrt{6}$
 ㄷ. 5, 12, 13
 ㄹ. 11, 12, 13

[배점 2, 하중]

- ① 1개 ② 2개 ③ 3개
 ④ 4개 ⑤ 5개

해설

ㄴ. $\sqrt{6^2} \neq \sqrt{5^2} + \sqrt{2^2}$, ㄹ. $13^2 \neq 11^2 + 12^2$

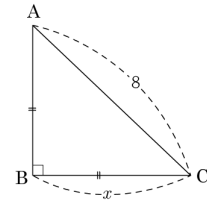
2. 철수는 철사로 빗변의 길이가 20cm, 한 변의 길이가 10cm 인 직각삼각형을 만들었다. 나머지 한 변의 길이는?
 [배점 2, 하중]

- ① $9\sqrt{3}\text{cm}$ ② $10\sqrt{2}\text{cm}$ ③ $10\sqrt{3}\text{cm}$
 ④ $11\sqrt{3}\text{cm}$ ⑤ $11\sqrt{2}\text{cm}$

해설

나머지 한 변의 길이를 x 라고 하면
 $x^2 = 20^2 - 10^2 = 300$
 $x = \sqrt{300} = 10\sqrt{3}(\text{cm})$

3. 다음의 $\triangle ABC$ 는 직각이등변삼각형이다. 이때 x 의 값은?



[배점 2, 하중]

- ① $3\sqrt{2}$ ② $4\sqrt{2}$ ③ $5\sqrt{2}$
 ④ $6\sqrt{2}$ ⑤ $7\sqrt{2}$

해설

$\overline{AB} = \overline{AC}$ 이므로 $x^2 + x^2 = 8^2$, $2x^2 = 64$
 $x^2 = 32$, $x > 0$ 이므로 $x = \sqrt{32} = 4\sqrt{2}$

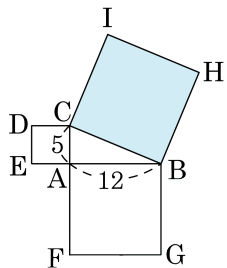
4. 삼각형 ABC 에서 $\overline{AB} = c, \overline{BC} = a, \overline{CA} = b$ (단, c 가 가장 긴 변) 이라 하자. $c^2 - a^2 > b^2$ 이 성립한다고 할 때, 다음 중 옳은 것은? [배점 3, 하상]

- ① $\angle C < 90^\circ$ 이고 $\triangle ABC$ 는 둔각삼각형이다.
 ② $\angle C > 90^\circ$ 이고 $\triangle ABC$ 는 둔각삼각형이다.
 ③ $\angle C < 90^\circ$ 이고 $\triangle ABC$ 는 예각삼각형이다.
 ④ $\angle C > 90^\circ$ 이고 $\triangle ABC$ 는 예각삼각형이다.
 ⑤ $\angle C = 90^\circ$ 이고 $\triangle ABC$ 는 직각삼각형이다.

해설

삼각형의 가장 긴 변의 대각의 크기에 따라 둔각삼각형, 직각삼각형, 예각삼각형인지 결정된다.
 변 c 의 대각은 $\angle C$ 이고,
 c 가 가장 긴 변이므로
 $c^2 > a^2 + b^2$ 이 성립하게 되면
 삼각형 ABC 는 둔각삼각형이고
 이때, $\angle C > 90^\circ$ 이다.

5. 다음 그림과 같이 직각삼각형의 세 변을 각각 한 변으로 하는 정사각형을 그렸을 때, $\square BHIC$ 의 넓이를 구하여라.



[배점 3, 하상]

▶ 답:

▶ 정답: 169

해설

$$\begin{aligned} \overline{BC}^2 &= \overline{AC}^2 + \overline{AB}^2 \text{ 이므로} \\ \overline{BC}^2 &= 5^2 + 12^2 = 169 \\ \overline{BC} &= \sqrt{169} = 13 (\because \overline{BC} > 0) \\ \therefore \square BHIC &= 13^2 = 169 \end{aligned}$$

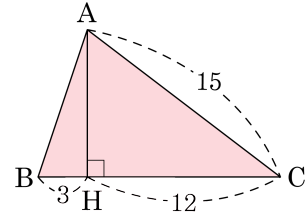
6. 세 변의 길이가 각각 다음과 같을 때, 직각삼각형이 아닌 것은? [배점 3, 하상]

- ① 3, 5, 4 ② 4, 2, $2\sqrt{3}$
 ③ $\sqrt{3}, 2\sqrt{2}, \sqrt{5}$ ④ $\sqrt{15}, 6, \sqrt{21}$
 ⑤ 4, 5, $2\sqrt{2}$

해설

세 변의 길이가 a, b, c 인 삼각형에서 가장 긴 변의 길이를 c 라고 하고, $a^2 + b^2 = c^2$ 이 성립하면 직각삼각형이고, $a^2 + b^2 \neq c^2$ 이면 직각삼각형이 아니다. ⑤에서 가장 긴 변은 5 인데, $4^2 + (2\sqrt{2})^2 \neq 5^2$ 이므로 직각삼각형이 아니다.

7. 다음 그림과 같은 삼각형 ABC 에 대하여 $\overline{AB}$ 의 길이를 구하여라.



[배점 3, 중하]

- ① $7\sqrt{2}$ ② 13 ③ $6\sqrt{2}$
 ④ $3\sqrt{10}$ ⑤ 5

해설

$$\begin{aligned} \triangle AHC \text{ 에서 } \overline{AH} &= \sqrt{15^2 - 12^2} = \sqrt{81} = 9 \\ \triangle ABH \text{ 에서 } \overline{AB} &= \sqrt{9^2 + 3^2} = \sqrt{90} = 3\sqrt{10} \end{aligned}$$

8. 각 변의 길이가 $(x-2)\text{cm}$, $x\text{cm}$, 8cm 인 직각삼각형이 있다. 이때 x 의 값으로 바르게 짝지어진 것은?

[배점 3, 중하]

- ① $16, \sqrt{31}$ ② $16, 1 + \sqrt{31}$
 ③ $17, -1 + \sqrt{31}$ ④ $17, 1 + \sqrt{31}$
 ⑤ $18, -1 + \sqrt{31}$

해설

(i) $x \geq 8$ 일 때

$$x^2 = (x-2)^2 + 64$$

$$x^2 = x^2 - 4x + 4 + 64$$

$$4x = 68$$

$$\therefore x = 17$$

(ii) $x < 8$ 일 때

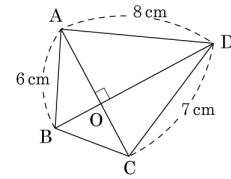
$$64 = (x-2)^2 + x^2$$

$$64 = x^2 - 4x + 4 + x^2$$

$$2x^2 - 4x - 60 = 0$$

$$\therefore x = 1 + \sqrt{31} (\because x > 0)$$

9. 두 대각선이 서로 수직이고 각 변의 길이가 $\overline{AB} = 6\text{cm}$, $\overline{AD} = 8\text{cm}$, $\overline{CD} = 7\text{cm}$, 사각형 ABCD에서 변 BC의 길이는 몇cm 인가?



[배점 3, 중하]

- ① $\sqrt{17}\text{cm}$ ② $\sqrt{19}\text{cm}$ ③ $\sqrt{21}\text{cm}$
 ④ $\sqrt{23}\text{cm}$ ⑤ $\sqrt{26}\text{cm}$

해설

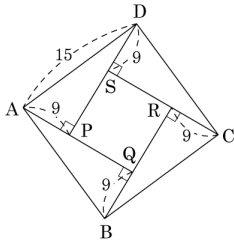
$$\overline{BC}^2 + \overline{AD}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{CD}^2 \text{ 에서}$$

$$\overline{BC}^2 + 64 = 36 + 49$$

$$\overline{BC}^2 = 21$$

$$\therefore \overline{BC} = \sqrt{21}(\text{cm})$$

10. □ABCD 는 한 변의 길이가 15 인 정사각형이고 $\overline{AP} = \overline{BQ} = \overline{CR} = \overline{DS} = 9$ 일 때, □PQRS 의 넓이로 적절한 것은?



[배점 3, 중하]

- ① 1 ② 3 ③ 5 ④ 9 ⑤ 11

해설

$$\overline{AQ} = \sqrt{15^2 - 9^2} = \sqrt{225 - 81} = 12$$

$$\overline{PQ} = 12 - 9 = 3$$

□PQRS 는 정사각형이므로 넓이는 $3 \times 3 = 9$

11. 다음 □안에 알맞은 말을 써넣어라.

각 변의 길이가 $a^2 + 4, 4a, a^2 - 4$ 인 삼각형은
□ 삼각형이다.

[배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 직각

해설

$$a^2 + 4 - 4a = (a - 2)^2$$

$$a^2 - 4 \neq 0 \text{ 이므로 } a \neq \pm 2$$

$$(a - 2)^2 > 0$$

따라서 가장 긴 변의 길이는 $a^2 + 4$ 이다.

$$(a^2 + 4)^2 = a^4 + 8a^2 + 16 \cdots \textcircled{㉠}$$

$$(4a)^2 + (a^2 - 4)^2$$

$$= 16a^2 + a^4 - 8a^2 + 16$$

$$= a^4 + 8a^2 + 16 \cdots \textcircled{㉡}$$

$$\textcircled{㉠} = \textcircled{㉡} \text{ 이므로 직각삼각형이다.}$$

12. 두 변의 길이가 6 cm, 7 cm 인 직각삼각형에서 남은 한 변의 길이를 모두 고르면? (정답 2개)

[배점 4, 중중]

- ① 8 ② $\sqrt{13}$ ③ 13
④ $5\sqrt{3}$ ⑤ $\sqrt{85}$

해설

직각삼각형에서 세변의 길이를 6, 7, x 라고 두자.

7을 가장 긴 변으로 하면

$$7^2 = 6^2 + x^2 \text{ 에서}$$

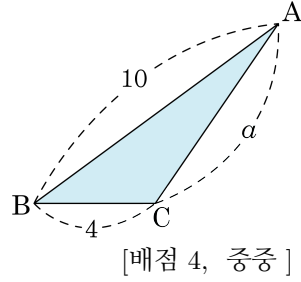
$$x^2 = 7^2 - 6^2 = 13 \therefore x = \sqrt{13}$$

x 를 가장 긴 변으로 하면

$$x = \sqrt{7^2 + 6^2} = \sqrt{85}$$

$$\therefore x = \sqrt{13} \text{ 또는 } \sqrt{85}$$

13. 다음 $\triangle ABC$ 에서 $\angle C$ 가 둔각이 되기 위한 $\overline{AC}$ 의 길이 a 의 값의 범위는?

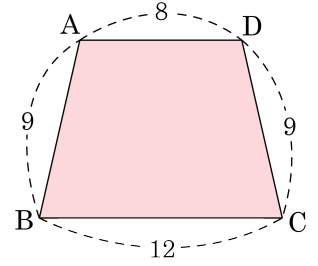


- ① $a > 14$ ② $a > 6$
 ③ $6 < a < 14$ ④ $6 < a \leq 2\sqrt{21}$
 ⑤ $6 < a < 2\sqrt{21}$

해설

둔각삼각형의 결정조건에 의해
 가장 긴 변 10에 대하여 $10^2 > 4^2 + a^2$, $84 > a^2$
 $a < 2\sqrt{21}$
 삼각형의 결정조건에 의해
 $10 < a + 4$, $a > 6$
 따라서 두 조건에 의해 $6 < a < 2\sqrt{21}$

14. 다음 그림과 같은 사다리꼴 ABCD 의 넓이는?
 [배점 4, 중중]

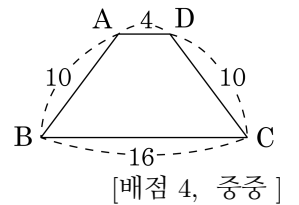


- ① $20\sqrt{77}$
 ② $10\sqrt{77}$
 ③ 180
 ④ 90
 ⑤ $30\sqrt{5}$

해설

사다리꼴 ABCD의 높이를 h 라 하면
 $h^2 = 9^2 - 2^2 = 77$, $h = \sqrt{77}$
 $\therefore$ (사다리꼴의 넓이) $= \frac{1}{2} \times (8 + 12) \times \sqrt{77} = 10\sqrt{77}$

15. 다음 그림과 같은 사다리꼴 ABCD 의 넓이를 구하여라.

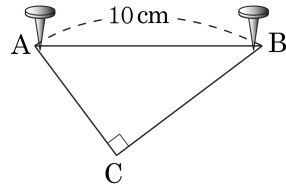


- ▶ 답 :
 ▷ 정답 : 80

해설

사다리꼴 ABCD의 높이를 h 라 하면
 $h^2 = 100 - 36 = 64$
 $h = 8$
 $\therefore$ (사다리꼴의 넓이) $= (4 + 16) \times 8 \times \frac{1}{2} = 80$

16. 10 cm 거리에 있는 두 못 A, B 에 길이 24 cm 의 끈을 걸어서 다음 그림과 같이, $\angle C$ 가 직각이 되게 하려고 한다. 변 AC 를 몇 cm 로 하여야 하는가? (단, $\overline{AC} < \overline{BC}$)



[배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 6 cm

해설

$\overline{AC} = x$ cm, $\overline{BC} = 14 - x$ cm 라고 하면

$$x^2 + (14 - x)^2 = 10^2,$$

$$x^2 + 196 - 28x + x^2 = 100,$$

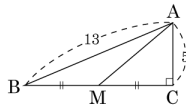
$$2x^2 - 28x + 96 = 0,$$

$$x^2 - 14x + 48 = 0, (x - 6)(x - 8) = 0$$

이므로 $x = 6$ 또는 $x = 8$ 이다.

$\overline{AC} < \overline{BC}$ 이므로 $\overline{AC} = 6$ cm, $\overline{BC} = 8$ cm 이다.

17. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 점 M 이 변 BC 의 중점일 때, $\overline{AM}$ 의 길이를 구하여라



[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : $\sqrt{61}$

해설

$$\overline{BC} = \sqrt{13^2 - 5^2} = 12, \therefore \overline{MC} = 6$$

$$\therefore \overline{AM} = \sqrt{6^2 + 5^2} = \sqrt{61}$$

18. 세 변의 길이가 다음과 같을 때 둔각삼각형인 것은?
[배점 5, 중상]

① 4, 5, 6

② $\sqrt{6}, 2\sqrt{3}, \sqrt{15}$

③ 6, 8, 10

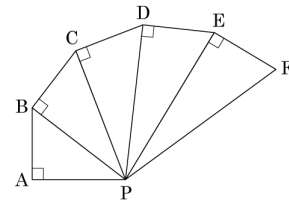
④ $1, \sqrt{2}, \sqrt{3}$

⑤ $\sqrt{5}, \sqrt{11}, 5$

해설

$5^2 > (\sqrt{5})^2 + (\sqrt{11})^2$ 이므로 둔각삼각형이다.

19. 다음 그림에서 $\overline{PF}$ 의 길이를 구하여라. (단, $\overline{AP} = \overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD} = \overline{DE} = \overline{EF} = 1$ cm)



[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : $\sqrt{6}$ cm

해설

$\triangle PAB, \triangle PBC, \triangle PCD, \triangle PDE,$

$\triangle PEF$ 는 모두 직각삼각형이므로

피타고라스의 정리를 이용하면

$$\overline{PB} = \sqrt{2}(\text{cm}), \overline{PC} = \sqrt{3}(\text{cm}),$$

$$\overline{PD} = 2(\text{cm}), \overline{PE} = \sqrt{5}(\text{cm})$$

$$\overline{PF} = \sqrt{6}(\text{cm})$$

20. 세 변의 길이가 다음과 같은 삼각형 중에서 직각삼각형인 것은? [배점 5, 중상]

① $\sqrt{2}, \sqrt{2}, \sqrt{5}$

② 4, 5, 6

③ 2, 3, $\sqrt{10}$

④ $\sqrt{5}, \sqrt{11}, 4$

⑤ 7, 8, 10

해설

$$(\sqrt{5})^2 + (\sqrt{11})^2 = 4^2$$