

문제 풀이 과제

1. 다음 이차방정식 $16x^2 - 24x + 9 = 0$ 을 풀면?

[배점 2, 하중]

- ① $x = \frac{1}{4}$ 또는 $x = \frac{3}{4}$
 ② $x = \frac{1}{4}$ 또는 $x = -\frac{3}{4}$
 ③ $x = -\frac{1}{4}$ 또는 $x = \frac{3}{4}$
 ④ $x = \frac{1}{4}$ (중근)
 ⑤ $x = \frac{3}{4}$ (중근)

해설

$$\begin{aligned} 16x^2 - 24x + 9 &= 0 \\ (4x - 3)^2 &= 0 \\ x &= \frac{3}{4} \end{aligned}$$

2. 이차방정식 $3x^2 + ax + b = 0$ 의 해가 $x = -3$ 또는 $x = \frac{5}{3}$ 일 때, $a - b$ 의 값을 구하여라.

[배점 2, 하중]

▶ 답:

▶ 정답: 19

해설

$$\begin{aligned} 3x^2 + ax + b &= 0 \text{ 의 해가} \\ x &= -3 \text{ 또는 } x = \frac{5}{3} \text{ 이므로} \\ (x + 3)(3x - 5) &= 0 \\ 3x^2 + 4x - 15 &= 0 \\ \therefore a &= 4, b = -15 \\ a - b &= 4 - (-15) = 19 \end{aligned}$$

3. 이차방정식 $3x^2 + ax + b = 0$ 의 해가 $x = -3$ 또는 $x = \frac{5}{3}$ 일 때, $a - b$ 의 값을 구하여라.

[배점 2, 하중]

▶ 답:

▶ 정답: 19

해설

$$\begin{aligned} 3x^2 + ax + b &= 0 \text{ 의 해가} \\ x &= -3 \text{ 또는 } x = \frac{5}{3} \text{ 이므로} \\ (x + 3)(3x - 5) &= 0 \\ 3x^2 + 4x - 15 &= 0 \\ \therefore a &= 4, b = -15 \\ a - b &= 4 - (-15) = 19 \end{aligned}$$

4. 이차방정식 $x^2 - 2(x + A) - 5 = 0$ 이 $x = B$ 를 중근으로 가질 때, 상수 A, B 에 대하여 AB 의 값을 구하여라.

[배점 2, 하중]

▶ 답:

▶ 정답: -3

해설

$$\begin{aligned} x^2 - 2x - 2A - 5 &= 0 \text{ 이 중근을 가지므로} \\ -2A - 5 &= \left(\frac{-2}{2}\right)^2 = 1 \\ \therefore A &= -3 \\ \text{즉, } x^2 - 2x + 1 &= 0 \text{ 이므로 } (x - 1)^2 = 0, x = 1 \\ \therefore A &= -3, B = 1 \\ \text{그러므로 } AB &= -3 \text{ 이다.} \end{aligned}$$

5. 다음 이차방정식 중 해가 다른 하나는?

[배점 2, 하중]

- ① $(x + \frac{1}{3})(x - \frac{1}{4}) = 0$
 ② $(\frac{1}{3} + x)(\frac{1}{4} - x) = 0$
 ③ $(3x + 1)(4x - 1) = 0$
 ④ $(4x + 1)(3x - 1) = 0$
 ⑤ $(6x + 2)(8x - 2) = 0$

해설

①, ②, ③, ⑤ $x = -\frac{1}{3}$ 또는 $x = \frac{1}{4}$
 ④ $(4x + 1)(3x - 1) = 0$ 에서
 $4x + 1 = 0$ 또는 $3x - 1 = 0$
 $\therefore x = -\frac{1}{4}$ 또는 $x = \frac{1}{3}$

6. $(x+2)(x-5) = 0$ 이 참이 되게 하는 x 의 값들의 합을 구하면?

[배점 3, 하상]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ -3 ⑤ -4

해설

$x + 2 = 0$ 또는 $x - 5 = 0$
 $x = -2$ 또는 $x = 5$
 $\therefore -2 + 5 = 3$

7. $\{x|x^2 - 3x + a = 0\} \cap \{x|x^2 - 5x - b = 0\} = \{2\}$ 일 때, $a - b$ 의 값은?

[배점 3, 하상]

- ① 4 ② -6 ③ -8 ④ 8 ⑤ -4

해설

2는 두 이차방정식의 공통근이므로 각각의 이차 방정식에 $x = 2$ 를 대입하면

$$2^2 - 3 \times 2 + a = 0 \therefore a = 2$$

$$2^2 - 5 \times 2 - b = 0 \therefore b = -6$$

$$\therefore a - b = 2 - (-6) = 8$$

8. 이차방정식 $x^2 - 7x + 10 = 0$ 의 해 중 부등식 $2(4-x) > x - 2$ 를 만족하는 것을 구하면?

[배점 3, 하상]

- ① $x = 2$ ② $x = 3$ ③ $x = 4$
 ④ $x = 5$ ⑤ $x = 6$

해설

$$x^2 - 7x + 10 = 0$$

$$(x - 2)(x - 5) = 0$$

$$\therefore x = 2, 5$$

$$2(4 - x) > x - 2$$

$$-3x > -10$$

$$\therefore x < \frac{10}{3}$$

따라서 구하는 값은 $x = 2$ 이다.

9. x 에 대한 이차방정식 $x^2 - 12x + 40 = k$ 가 중근을 가질 때, 상수 k 의 값을 구하여라. [배점 3, 하상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

중근을 가지려면 $x^2 - 12x + 40 - k = 0$ 이 완전제곱식이 되어야 하므로 $40 - k = 36$
 $\therefore k = 4$

10. x 에 대한 이차방정식 $x^2 + 8x + 15 - k = 0$ 이 중근을 가질 때, 상수 k 의 값은? [배점 3, 하상]

- ① $k = -1$ ② $k = 1$ ③ $k = -2$
 ④ $k = 2$ ⑤ $k = 0$

해설

중근을 가지려면 $x^2 + 8x + 15 - k$ 가 완전제곱식이 되어야 하므로 $15 - k = 16$
 $\therefore k = -1$

11. 이차방정식 $2x^2 + 5x - a = 0$ 의 한 근이 $x = 1$ 일 때, 다른 한 근을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{7}{2}$

해설

$2x^2 + 5x - a = 0$ 의 한 근이 1이므로
 $x = 1$ 을 대입하면
 $2 + 5 - a = 0$, $a = 7$
 $2x^2 + 5x - 7 = 0$
 $(2x + 7)(x - 1) = 0$
 $x = -\frac{7}{2}$ 또는 $x = 1$

12. 이차방정식 $2x^2 - 9x - ax + 3a + 8 = 0$ 이 정수의 근을 가질 때, 정수 a 의 값들의 합을 구하면?

[배점 3, 중하]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

해설

주어진 식을 a 에 관하여 정리하면 $-a(x - 3) + 2x^2 - 9x + 8 = 0$ 이다.
 $a = \frac{2x^2 - 9x + 8}{x - 3}$
 $= \frac{(x - 3)(2x - 3) - 1}{x - 3}$
 $= 2x - 3 - \frac{1}{x - 3}$
 a 는 정수이므로 $x - 3 = \pm 1$ 이다.
 $x = 2$ 또는 $x = 4$ 이므로
 (i) $x = 2$ 일 때, $a = 2$
 (ii) $x = 4$ 일 때, $a = 4$ 이다.
 따라서 정수 a 의 값들의 합은 $2 + 4 = 6$ 이다.

13. 이차방정식 $x^2 + 6x - a = 0$ 이 중근을 가질 때, 이차방정식 $2x^2 + ax - a = 0$ 의 근을 구하여라.

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = \frac{3}{2}$

▷ 정답 : $x = 3$

해설

중근을 가지므로

$$\frac{D}{4} = 3^2 + a = 0, a = -9$$

$$2x^2 - 9x + 9 = 0$$

$$(2x - 3)(x - 3) = 0$$

$$\therefore x = \frac{3}{2} \text{ 또는 } x = 3$$

14. 집합 $A = \{x \mid x^2 + 3k + 4 = 8x\}$ 에 대하여 원소의 개수가 1개 일 때, 상수 k 의 값을 구하여라.

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : $k = 4$

해설

$A = \{x \mid x^2 + 3k + 4 = 8x\}$ 가 중근을 가지므로

$$3k + 4 = \left(\frac{-8}{2}\right)^2, 3k + 4 = 16$$

$$\therefore k = 4$$

15. 세 이차방정식 $x^2 + 8x + 12 = 0$ 과 $2x^2 + 9x - 18 = 0$, $2x^2 + 4mx - 12m = 0$ 이 공통근을 가질 때, m 의 값을 구하시오.

[배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$x^2 + 8x + 12 = 0 \rightarrow (x + 6)(x + 2) = 0$$

$$\therefore x = -6, -2$$

$$2x^2 + 9x - 18 = 0 \rightarrow (x + 6)(2x - 3) = 0$$

$$\therefore x = -6, \frac{3}{2}$$

이므로 두 방정식의 공통근은 $x = -6$ 이다.

따라서 이차방정식 $2x^2 + 4mx - 12m = 0$ 도 근으로 -6 을 가지므로 $x = -6$ 을 대입하면

$$2 \times (-6)^2 + 4 \times (-6)xm - 12m = 0$$

$$36m = 72$$

$$\therefore m = 2$$

16. 이차방정식 $(x + 3)(x - 5) = -(x + 3)$ 의 해를 옳게 구한 것은?

[배점 4, 중중]

① $x = 5$

② $x = -3$ 또는 $x = 4$

③ $x = 3$ 또는 $x = -4$

④ $x = 3$ 또는 $x = 5$

⑤ $x = 4$

해설

$$x^2 - 2x - 15 = -x - 3$$

$$x^2 - x - 12 = 0$$

$$(x + 3)(x - 4) = 0$$

$$\therefore x = -3 \text{ 또는 } x = 4$$

17. 다음 이차방정식 중에서 근의 개수가 1개인 것은?
[배점 4, 중중]

- ① $x^2 + 10x = -24$
 ② $x^2 - 5x - 14 = 0$
 ③ $2x^2 - 8x + 8 = 0$
 ④ $x^2 + 15 = -8x$
 ⑤ $3x^2 + 18x - 48 = 0$

해설

근의 개수가 1개하려면 중근을 가져야 하고,
중근을 가지려면 (완전제곱식) = 0의 꼴이어야 한다.

$$\begin{aligned} \textcircled{3} \quad & 2x^2 - 8x + 8 = 0 \\ & 2(x - 4x + 4) = 0 \\ & 2(x - 2)^2 = 0 \\ \therefore x = 2 \quad & (\text{중근}) \end{aligned}$$

18. 집합 $A = \{x \mid x^2 - 12x + a = 0\}$, 집합 $B = \{x \mid (x - b)^2 = 0\}$ 일 때, $n(A \cup B) = 1$ 이다. $a + b$ 의 값은?
[배점 5, 중상]

- ① 6 ② 12 ③ 24 ④ 36 ⑤ 42

해설

$n(A \cup B) = 1$ 이므로
 $x^2 - 12x + a = 0$ 은 중근을 가지고, $(x - b)^2 = 0$
 도 같은 근을 가진다.
 따라서 $a = 36$, $b = 6$ 이므로
 $a + b = 42$ 이다.

19. [배점 5, 중상]

해설