단원 형성 평가

1. 다음 두 식이 완전제곱식일 때, $a+b$ 의 값을 구하여라. (단, $a>0$)

$4x^2+ax+1, 9x^2+24x+b$ [배점 2, 하중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 20

해설

$4x^2+ax+1=(2x+1)^2$

$a=2\times2\times1,\quad a=4$

$9x^2+24x+b=(3x+4)^2$

$b=4^2,\ b=16$

$\therefore a+b=4+16=20$

2. 이차식 x^2-x+A 를 완전제곱식으로 고치면 $(x-B)^2$ 가 된다고 한다. 이 때, $A+B$ 의 값을 구하여라.

[배점 2, 하중]

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{3}{4}$

해설

$(x-B)(x-B)=x^2-2Bx+B^2$

$=x^2-x+A$

$2B=1,\ B=\frac{1}{2}$

$A^2=B^2=\left(\frac{1}{2}\right)^2=\frac{1}{4}=A$

$\therefore\ A+B=\frac{1}{4}+\frac{1}{2}=\frac{3}{4}$

3. 다음 중 완전제곱식이 되지 않는 것은?

[배점 2, 하중]

① x^2-6x+9 ② $4x^2+16x+16$

③ $x^2+12x+36$ ④ $2x^2+4xy+4y^2$

⑤ $x^2+4xy+4y^2$

해설

④ $2x^2+4xy+4y^2$

$=x^2+4xy+4y^2+x^2$

$=(x+2y)^2+x^2$

4. $x+\frac{2}{x}=3\sqrt{2}$ 일 때, $3x^2+\frac{12}{x^2}$ 의 값을 구하여라.

[배점 2, 하중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 42

해설

$x^2+\frac{4}{x^2}=\left(x+\frac{2}{x}\right)^2-4$

$=\left(3\sqrt{2}\right)^2-4$

$=18-4$

$=14$

$\therefore 3x^2+\frac{12}{x^2}=3\left(x^2+\frac{12}{x^2}\right)$

$=3\times14$

$=42$

5. 다음 각 식의 공통인수를 ( ) 안에 바르게 나타낸 것은? [배점 3, 하상]

① $4xy + 8xz$ (xy)

② $3ab + 3ac + 12ad$ $(3a)$

③ $5a^2b - 7ab^2$ (a^2b^2)

④ $3x + 6x^2 + 9x^3$ $(3x^2)$

⑤ $3a^2 + 6b^2$ $(3ab)$

해설

① $4x(y + 2z)$
② $3a(b + c + 4d)$
③ $ab(5a - 7b)$
④ $3x(1 + 2x + 3x^2)$
⑤ $3(a^2 + 2b^2)$

6. $a^2x + a^2y$ 에서 각 항에 공통으로 들어 있는 인수를 찾으면? [배점 3, 하상]

① x ② y ③ ax ④ ay ⑤ a^2

해설

$a^2x + a^2y = a^2(x + y)$ 이므로 공통인수는 a^2

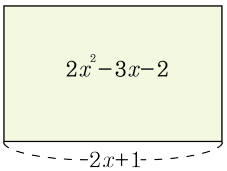
7. $6x^2 - x - 2$, $4x^2 - 4x - 3$, $2x^2 + ax - 2$ 가 x 에 대한 일차식을 공통인수로 가질 때, a 의 값을 구하면? [배점 3, 하상]

① 9 ② 6 ③ 3 ④ -3 ⑤ -9

해설

$6x^2 - x - 2 = (2x + 1)(3x - 2)$
$4x^2 - 4x - 3 = (2x + 1)(2x - 3)$
공통인수는 $2x + 1$ 이다.
$2x^2 + ax - 2 = (2x + 1)(x - 2) = 2x^2 - 3x - 2$
$\therefore\ a = -3$

8. 넓이가 $2x^2 - 3x - 2$ 인 직사각형의 가로의 길이가 $2x + 1$ 일 때, 세로의 길이를 x 에 대한 일차식으로 나타내면?



[배점 3, 하상]

① $x - 2$ ② $x + 2$ ③ $-x + 2$
④ $-x - 2$ ⑤ $x - 1$

해설

세로의 길이를 A라 하면 $2x^2 - 3x - 2 = (2x + 1) \times \mathrm{A}$ 이므로 $\mathrm{A} = x - 2$ 이다.

9. 두 다항식 x^2-4x+3 과 $2x^2-3x-9$ 의 공통인수를 구하여라. [배점 3, 하상]

① $x-1$ ② $2x-3$ ③ $x+3$

④ $2x+3$ ⑤ $x-3$

해설

$x^2-4x+3=(x-3)(x-1)$

$2x^2-3x-9=(2x+3)(x-3)$

10. 두 이차식 $xy+x+y+1$, $x^2+x-xy-y$ 에 공통으로 들어 있는 인수는? [배점 3, 중하]

① $x-1$ ② $x+1$ ③ $y-1$

④ $y+1$ ⑤ $x+y$

해설

$xy+x+y+1=x(y+1)+(y+1)$

$=(x+1)(y+1)$

$x^2+x-xy-y=x(x+1)-y(x+1)$

$=(x+1)(x-y)$

11. $4x-3$ 이 $4x^2-ax+6$ 의 인수일 때, a 의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 11

해설

$4x^2-ax+6$

$=(4x-3)(x+p)$

$=4x^2+4px-3x-3p$

$=4x^2+(4p-3)x-3p$

$-3p=6,\ p=-2$ 이고,

$4p-3=-a,\ a=11$ 이다.

12. $(2x+y)(-x+2y)$ 의 전개식에서 xy 의 계수를 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 3

해설

(준식) $=-2x^2+4xy-xy+2y^2$

$=-2x^2+3xy+2y^2$

13. $x^2+Ax+24$ 가 $(x+a)(x+b)$ 로 인수분해될 때, 정수 A 의 최댓값과 최솟값의 합을 구하여라.

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$ab=24$ 이므로 $(a,\ b)$ 를 구해보면

$(1,24),\quad (2,12),\quad (3,8),\quad (4,6),\quad (-1,-24),$

$(-2,-12),\ (-3,-8),\ (-4,-6)$ 이다.

$A=a+b$ 이므로

최댓값 : $1+24=25$

최솟값 : $-1-24=-25$

$\therefore 25-25=0$

14. $(\sqrt{12}-a)(\sqrt{3}+2)$는 유리수일 때, 유리수 a 의 값을 구하여라.

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= \sqrt{36}+2\sqrt{12}-a\sqrt{3}-2a \\ &= 6+4\sqrt{3}-a\sqrt{3}-2a \\ &= (6-2a)+(4-a)\sqrt{3}\end{aligned}$$

따라서 $4-a=0,\ a=4$ 이다.

15. 다음 중 a^3-4a^2 의 인수가 안닌 것은?

[배점 4, 중중]

① $a-4$ ② a ③ a^2

④ a^3 ⑤ $a^2(a-4)$

해설

$a^3-4a^2=a^2(a-4)$

16. $x=\sqrt{7},\ x-y+2=0$ 일 때, $x^3+y-x-x^2y+2$ 의 값은?

[배점 4, 중중]

① 5 ② -1 ③ -6

④ -10 ⑤ -12

해설

$x=\sqrt{7},\ x-y=-2$ 이므로

$$\begin{aligned}x^3+y-x-x^2y+2 &= x^3-x^2y-x+y+2 \\ &= x^2(x-y)-(x-y)+2 \\ &= (x-y)(x^2-1)+2 \\ &= -2\times(7-1)+2 \\ &= -10\end{aligned}$$

17. $x=\dfrac{1}{\sqrt{5}-2}$일 때, $x^2-\dfrac{1}{x^2}$의 값을 구하여라.

[배점 4, 중중]

▶ 답:

▷ 정답: $8\sqrt{5}$

해설

$$x=\frac{1}{\sqrt{5}-2}=\frac{(\sqrt{5}+2)}{(\sqrt{5}-2)(\sqrt{5}+2)}$$
$$=\frac{\sqrt{5}+2}{5-4}=\sqrt{5}+2$$
$$\frac{1}{x}=\frac{\sqrt{5}-2}{1}=\sqrt{5}-2$$
$$x^2-\frac{1}{x^2}=(\sqrt{5}+2)^2-(\sqrt{5}-2)^2$$
$$=9+4\sqrt{5}-(9-4\sqrt{5})$$
$$=8\sqrt{5}$$

18. $(x-3)(x+1)-(x-3)^2+6(x+1)^2$ 을 인수분해하면?

[배점 4, 중중]

① $(3x+2)(x+2)$ ② $2(3x-1)(x+3)$

③ $2(3x+1)(x-3)$ ④ $4(2x-2)(x+3)$

⑤ $-2(3x-2)(x-3)$

해설

$x+1=A,\ x-3=B$로 치환하면

$6(x+1)^2+(x-3)(x+1)-(x-3)^2$

$=6A^2+AB-B^2=(2A+B)(3A-B)$

$=\{2(x+1)+(x-3)\}\{3(x+1)-(x-3)\}$

$=(3x-1)(2x+6)=2(3x-1)(x+3)$

19. 자연수 n 에 대하여 $n^2+6n-27$ 이 소수가 될 때, 이 소수를 구하면?

[배점 5, 중상]

① 13 ② 15 ③ 18 ④ 20 ⑤ 24

해설

$n^2+6n-27=(n+9)(n-3)$

이것이 소수가 되려면, $n+9,\ n-3$ 중에 하나는 1 이 되어야 한다.

$n-3<n+9$ 이므로 $n-3=1$

$\therefore\ n=4,\ n^2+6n-27=16+24-27=13$

20. 다음 중 $x^2y^2-x^2y-xy^2+xy$ 의 인수는?

[배점 5, 중상]

① $x-1$ ② $x+1$ ③ $y+1$

④ $x+y$ ⑤ $x-y$

해설

$x^2y^2-x^2y-xy^2+xy$

$=xy(xy-x-y+1)$

$=xy\{x(y-1)-(y-1)\}$

$=xy(x-1)(y-1)$