

단원 형성 평가

1. 다음 두 식이 완전제곱식일 때, $a+b$ 의 값을 구하여라.
(단, $a > 0$)

$$4x^2 + ax + 1, 9x^2 + 24x + b \quad [\text{배점 2, 하중}]$$

▶ 답 :

▶ 정답 : 20

해설

$$4x^2 + ax + 1 = (2x + 1)^2$$

$$a = 2 \times 2 \times 1, \quad a = 4$$

$$9x^2 + 24x + b = (3x + 4)^2$$

$$b = 4^2, \quad b = 16$$

$$\therefore a + b = 4 + 16 = 20$$

2. 이차식 $x^2 - x + A$ 를 완전제곱식으로 고치면 $(x - B)^2$ 가 된다고 한다. 이 때, $A + B$ 의 값을 구하여라.

[배점 2, 하중]

▶ 답 :

▶ 정답 : $\frac{3}{4}$

해설

$$\begin{aligned} (x - B)(x - B) &= x^2 - 2Bx + B^2 \\ &= x^2 - x + A \end{aligned}$$

$$2B = 1, \quad B = \frac{1}{2}$$

$$A^2 = B^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4} = A$$

$$\therefore A + B = \frac{1}{4} + \frac{1}{2} = \frac{3}{4}$$

3. 다음 중 완전제곱식이 되지 않는 것은?

[배점 2, 하중]

① $x^2 - 6x + 9$

② $4x^2 + 16x + 16$

③ $x^2 + 12x + 36$

④ $2x^2 + 4xy + 4y^2$

⑤ $x^2 + 4xy + 4y^2$

해설

④ $2x^2 + 4xy + 4y^2$

$$= x^2 + 4xy + 4y^2 + x^2$$

$$= (x + 2y)^2 + x^2$$

4. $x + \frac{2}{x} = 3\sqrt{2}$ 일 때, $3x^2 + \frac{12}{x^2}$ 의 값을 구하여라.

[배점 2, 하중]

▶ 답 :

▶ 정답 : 42

해설

$$x^2 + \frac{4}{x^2} = \left(x + \frac{2}{x}\right)^2 - 4$$

$$= (3\sqrt{2})^2 - 4$$

$$= 18 - 4$$

$$= 14$$

$$\therefore 3x^2 + \frac{12}{x^2} = 3\left(x^2 + \frac{4}{x^2}\right)$$

$$= 3 \times 14$$

$$= 42$$

5. 다음 각 식의 공통인수를 () 안에 바르게 나타낸 것은?
[배점 3, 하상]

- ① $4xy + 8xz$ (xy)
 ② $3ab + 3ac + 12ad$ ($3a$)
 ③ $5a^2b - 7ab^2$ (a^2b^2)
 ④ $3x + 6x^2 + 9x^3$ ($3x^2$)
 ⑤ $3a^2 + 6b^2$ ($3ab$)

해설

- ① $4x(y + 2z)$
 ② $3a(b + c + 4d)$
 ③ $ab(5a - 7b)$
 ④ $3x(1 + 2x + 3x^2)$
 ⑤ $3(a^2 + 2b^2)$

6. $a^2x + a^2y$ 에서 각 항에 공통으로 들어 있는 인수를 찾으려면?
[배점 3, 하상]

- ① x ② y ③ ax ④ ay ⑤ a^2

해설

$a^2x + a^2y = a^2(x + y)$ 이므로 공통인수는 a^2

7. $6x^2 - x - 2$, $4x^2 - 4x - 3$, $2x^2 + ax - 2$ 가 x 에 대한 일차식을 공통인수로 가질 때, a 의 값을 구하면?
[배점 3, 하상]

- ① 9 ② 6 ③ 3 ④ -3 ⑤ -9

해설

$$6x^2 - x - 2 = (2x + 1)(3x - 2)$$

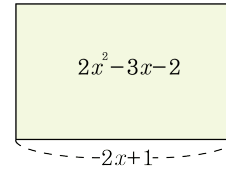
$$4x^2 - 4x - 3 = (2x + 1)(2x - 3)$$

공통인수는 $2x + 1$ 이다.

$$2x^2 + ax - 2 = (2x + 1)(x - 2) = 2x^2 - 3x - 2$$

$$\therefore a = -3$$

8. 넓이가 $2x^2 - 3x - 2$ 인 직사각형의 가로의 길이가 $2x + 1$ 일 때, 세로의 길이를 x 에 대한 일차식으로 나타내면?



[배점 3, 하상]

- ① $x - 2$ ② $x + 2$ ③ $-x + 2$
 ④ $-x - 2$ ⑤ $x - 1$

해설

세로의 길이를 A 라 하면 $2x^2 - 3x - 2 = (2x + 1) \times A$ 이므로 $A = x - 2$ 이다.

9. 두 다항식 $x^2 - 4x + 3$ 과 $2x^2 - 3x - 9$ 의 공통인수를 구하여라. [배점 3, 하상]

- ① $x - 1$ ② $2x - 3$ ③ $x + 3$
 ④ $2x + 3$ ⑤ $x - 3$

해설

$$\begin{aligned} x^2 - 4x + 3 &= (x - 3)(x - 1) \\ 2x^2 - 3x - 9 &= (2x + 3)(x - 3) \end{aligned}$$

10. 두 이차식 $xy + x + y + 1$, $x^2 + x - xy - y$ 에 공통으로 들어 있는 인수는? [배점 3, 중하]

- ① $x - 1$ ② $x + 1$ ③ $y - 1$
 ④ $y + 1$ ⑤ $x + y$

해설

$$\begin{aligned} xy + x + y + 1 &= x(y + 1) + (y + 1) \\ &= (x + 1)(y + 1) \\ x^2 + x - xy - y &= x(x + 1) - y(x + 1) \\ &= (x + 1)(x - y) \end{aligned}$$

11. $4x - 3$ 이 $4x^2 - ax + 6$ 의 인수일 때, a 의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 11

해설

$$\begin{aligned} 4x^2 - ax + 6 &= (4x - 3)(x + p) \\ &= 4x^2 + 4px - 3x - 3p \\ &= 4x^2 + (4p - 3)x - 3p \\ -3p &= 6, \quad p = -2 \text{ 이고,} \\ 4p - 3 &= -a, \quad a = 11 \text{ 이다.} \end{aligned}$$

12. $(2x + y)(-x + 2y)$ 의 전개식에서 xy 의 계수를 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 3

해설

$$\begin{aligned} (\text{준식}) &= -2x^2 + 4xy - xy + 2y^2 \\ &= -2x^2 + 3xy + 2y^2 \end{aligned}$$

13. $x^2 + Ax + 24$ 가 $(x+a)(x+b)$ 로 인수분해될 때, 정수 A 의 최댓값과 최솟값의 합을 구하여라.

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 0

해설

$ab = 24$ 이므로 (a, b) 를 구해보면
 $(1, 24), (2, 12), (3, 8), (4, 6), (-1, -24),$
 $(-2, -12), (-3, -8), (-4, -6)$ 이다.
 $A = a + b$ 이므로
 최댓값 : $1 + 24 = 25$
 최솟값 : $-1 - 24 = -25$
 $\therefore 25 - 25 = 0$

14. $(\sqrt{12} - a)(\sqrt{3} + 2)$ 는 유리수일 때, 유리수 a 의 값을 구하여라.

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 4

해설

(준식) $= \sqrt{36} + 2\sqrt{12} - a\sqrt{3} - 2a$
 $= 6 + 4\sqrt{3} - a\sqrt{3} - 2a$
 $= (6 - 2a) + (4 - a)\sqrt{3}$
 따라서 $4 - a = 0, a = 4$ 이다.

15. 다음 중 $a^3 - 4a^2$ 의 인수가 아닌 것은?

[배점 4, 중중]

① $a - 4$

② a

③ a^2

④ a^3

⑤ $a^2(a - 4)$

해설

$$a^3 - 4a^2 = a^2(a - 4)$$

16. $x = \sqrt{7}, x - y + 2 = 0$ 일 때, $x^3 + y - x - x^2y + 2$ 의 값은?

[배점 4, 중중]

① 5

② -1

③ -6

④ -10

⑤ -12

해설

$$\begin{aligned} x = \sqrt{7}, x - y = -2 \text{ 이므로} \\ x^3 + y - x - x^2y + 2 &= x^3 - x^2y - x + y + 2 \\ &= x^2(x - y) - (x - y) + 2 \\ &= (x - y)(x^2 - 1) + 2 \\ &= -2 \times (7 - 1) + 2 \\ &= -10 \end{aligned}$$

17. $x = \frac{1}{\sqrt{5}-2}$ 일 때, $x^2 - \frac{1}{x^2}$ 의 값을 구하여라.

[배점 4, 중중]

▶ 답:

▶ 정답: $8\sqrt{5}$

해설

$$\begin{aligned} x &= \frac{1}{\sqrt{5}-2} = \frac{(\sqrt{5}+2)}{(\sqrt{5}-2)(\sqrt{5}+2)} \\ &= \frac{\sqrt{5}+2}{5-4} = \sqrt{5}+2 \\ \frac{1}{x} &= \frac{\sqrt{5}-2}{1} = \sqrt{5}-2 \\ x^2 - \frac{1}{x^2} &= (\sqrt{5}+2)^2 - (\sqrt{5}-2)^2 \\ &= 9+4\sqrt{5} - (9-4\sqrt{5}) \\ &= 8\sqrt{5} \end{aligned}$$

18. $(x-3)(x+1) - (x-3)^2 + 6(x+1)^2$ 을 인수분해하면?

[배점 4, 중중]

- ① $(3x+2)(x+2)$ ② $2(3x-1)(x+3)$
 ③ $2(3x+1)(x-3)$ ④ $4(2x-2)(x+3)$
 ⑤ $-2(3x-2)(x-3)$

해설

$$\begin{aligned} x+1 &= A, \quad x-3 = B \text{로 치환하면} \\ 6(x+1)^2 + (x-3)(x+1) - (x-3)^2 \\ &= 6A^2 + AB - B^2 = (2A+B)(3A-B) \\ &= \{2(x+1) + (x-3)\} \{3(x+1) - (x-3)\} \\ &= (3x-1)(2x+6) = 2(3x-1)(x+3) \end{aligned}$$

19. 자연수 n 에 대하여 $n^2 + 6n - 27$ 이 소수가 될 때, 이 소수를 구하면? [배점 5, 중상]

- ① 13 ② 15 ③ 18 ④ 20 ⑤ 24

해설

$$\begin{aligned} n^2 + 6n - 27 &= (n+9)(n-3) \\ \text{이것이 소수가 되려면, } n+9, n-3 \text{ 중에 하나는} \\ &1 \text{ 이 되어야 한다.} \\ n-3 < n+9 \text{ 이므로 } n-3 &= 1 \\ \therefore n &= 4, \quad n^2 + 6n - 27 = 16 + 24 - 27 = 13 \end{aligned}$$

20. 다음 중 $x^2y^2 - x^2y - xy^2 + xy$ 의 인수는?

[배점 5, 중상]

- ① $x-1$ ② $x+1$ ③ $y+1$
 ④ $x+y$ ⑤ $x-y$

해설

$$\begin{aligned} x^2y^2 - x^2y - xy^2 + xy \\ &= xy(xy - x - y + 1) \\ &= xy \{x(y-1) - (y-1)\} \\ &= xy(x-1)(y-1) \end{aligned}$$