

단원 형성 평가

1. 두 다항식 $x^2 - ax - 15$, $2x^2 - 9x + b$ 의 공통인수가 $x-3$ 일 때, $a+b$ 의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 7

해설

$$\begin{aligned} x^2 - ax - 15 &= (x-3)(x+5) \\ -a &= -3+5, a = -2 \\ 2x^2 - 9x + b &= (x-3)(2x+q) \\ q-6 &= -9, q = -3 \\ b &= -3 \times (-3), b = 9 \\ \therefore a+b &= 7 \end{aligned}$$

2. $(\sqrt{12}-a)(\sqrt{3}+2)$ 는 유리수일 때, 유리수 a 의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 4

해설

$$\begin{aligned} (\text{준식}) &= \sqrt{36} + 2\sqrt{12} - a\sqrt{3} - 2a \\ &= 6 + 4\sqrt{3} - a\sqrt{3} - 2a \\ &= (6-2a) + (4-a)\sqrt{3} \end{aligned}$$

따라서 $4-a=0$, $a=4$ 이다.

3. $(a-b+3)(a+b-3)$ 을 간단히 하면?

[배점 3, 중하]

① $a^2 - b^2 - 9$

② $a^2 + b^2 - 9$

③ $a^2 - b^2 + 6b - 9$

④ $a^2 - b^2 - 9b - 9$

⑤ $a^2 - b^2 + 6b + 9$

해설

$$\begin{aligned} b-3 &= A \text{ 로 치환하면} \\ (\text{준식}) &= (a-A)(a+A) \\ &= a^2 - A^2 \\ &= a^2 - (b^2 - 6b + 9) \\ &= a^2 - b^2 + 6b - 9 \end{aligned}$$

4. $-8a^3b + 12a^2b$ 의 인수가 아닌 것은?

[배점 4, 중중]

① $-4b$

② $-4ab$

③ a^2b

④ ab^2

⑤ $2a-3$

해설

$$-8a^3b + 12a^2b = -4a^2b(2a-3)$$

5. $4a^2(x-5) - 2a(5-x)$ 를 인수분해하면?
[배점 4, 중중]

- ① $2a(x+5)(2a-1)$ ② $2a(x-5)(a+1)$
 ③ $2a(x-5)(2a+1)$ ④ $2a(5-x)(2a+1)$
 ⑤ $2a(x-5)(1-a)$

해설

$$4a^2(x-5) - 2a(5-x) = 4a^2(x-5) + 2a(x-5) \\ = 2a(x-5)(2a+1)$$

6. 다음 보기 중 $a^2(x-y) + 2ab(y-x)$ 의 인수를 모두 고른 것은?

보기

- ㉠ $a(y+x)$ ㉡ $a(x-y)(a-b)$
 ㉢ $a(a-2b)$ ㉣ $x(a-2b)$
 ㉤ $x-y$ ㉥ $(x-y)(a-2b)$

[배점 4, 중중]

- ① ㉠, ㉢, ㉤ ② ㉡, ㉣, ㉤ ③ ㉢, ㉣, ㉥
 ④ ㉢, ㉤, ㉥ ⑤ ㉣, ㉤, ㉥

해설

$$a^2(x-y) + 2ab(y-x) = a^2(x-y) - 2ab(x-y) \\ = a(x-y)(a-2b)$$

7. $x = \frac{\sqrt{3} + \sqrt{2}}{2}$, $y = \frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{2}$ 일 때, $x^2 - y^2$ 의 값은?
[배점 4, 중중]

- ① $\sqrt{6}$ ② $2\sqrt{3}$ ③ $2\sqrt{2}$
 ④ $-\sqrt{6}$ ⑤ 0

해설

$$x^2 - y^2 = (x+y)(x-y) \\ = \left(\frac{\sqrt{3} + \sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{2} \right) \left(\frac{\sqrt{3} + \sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{2} \right) \\ = \left(\frac{2\sqrt{3}}{2} \right) \times \left(\frac{2\sqrt{2}}{2} \right) \\ = \sqrt{3} \times \sqrt{2} = \sqrt{6}$$

8. 두 다항식 $4x^2 - 2xy$ 와 $2x^2 - 6xy^2$ 의 공통 인수는?
[배점 5, 중상]

- ① $2x$ ② $3x$ ③ xy
 ④ $2xy$ ⑤ $2x^2$

해설

$$4x^2 - 2xy = 2x(2x - y) \\ 2x^2 - 6xy^2 = 2x(x - 3y^2) \\ \text{따라서 두 다항식의 공통인수는 } 2x \text{ 이다.}$$

9. $(2x-y)(x+y)-3(2x-y)$ 는 x 와 y 의 계수가 1인 두 일차식의 곱으로 인수분해 된다. 이 때, 두 일차식의 합은? [배점 5, 중상]

- ① 0 ② $x+y-1$
 ③ $2x+2y-3$ ④ $3x-3$
 ⑤ $3x-5$

해설

$(2x-y)(x+y)-3(2x-y)$ 의 공통인수는 $2x-y$ 이므로
 $(2x-y)(x+y)-3(2x-y) = (2x-y)(x+y-3)$
 따라서 두 일차식 $2x-y$ 와 $x+y-3$ 의 합은 $3x-3$ 이다.

10. $1+\sqrt{2}$ 의 정수 부분을 x , 소수 부분을 y 라고 할 때, $(2+\sqrt{x})^2 - \frac{2}{y}$ 의 값을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답:

▶ 정답: $4+2\sqrt{2}$

해설

$1+\sqrt{2} = 2. \times \times$ 이므로 $x=2, y=\sqrt{2}-1$
 (준식) $= (2+\sqrt{2})^2 - \frac{2(\sqrt{2}+1)}{(\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+1)}$
 $= 4+4\sqrt{2}+2-2\sqrt{2}-2$
 $= 4+2\sqrt{2}$

11. $[a, b, c] = (a-b)(a-c)$ 라 할 때, $[a, b, c] - [b, a, c]$ 를 인수분해하면, $(xa+yb+zc)(pa+qb+rc)$ 이다. 이 때, $x+y+z+p+q+r$ 의 값은? [배점 5, 중상]

- ① -1 ② 3 ③ 0 ④ 2 ⑤ -2

해설

$(a-b)(a-c) - (b-a)(b-c)$
 $= (a-b)(a-c) + (a-b)(b-c)$
 $= (a-b)\{(a-c) + (b-c)\}$
 $= (a-b)(a+b-2c)$
 $x+y+z+p+q+r = 1+(-1)+0+1+1+(-2) = 0$

12. 다음은 x^4-81y^4 을 인수분해 한 것이다. 이 때, □안에 알맞은 세 자연수의 합을 구하면?

$$x^4 - 81y^4 = (x^2 + \square y^2)(x + \square y)(x - \square y)$$

[배점 5, 중상]

- ① 13 ② 15 ③ 18 ④ 20 ⑤ 24

해설

$x^4 - 81y^4 = (x^2 + 9y^2)(x^2 - 9y^2)$
 $= (x^2 + 9y^2)(x + 3y)(x - 3y)$
 $\therefore 9+3+3 = 15$

13. $2(2x+3)(3x-2) - (2x+5)(2x-5)$ 를 간단히 할 때, x^2 의 계수는? [배점 5, 상하]

① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

해설

$$\begin{aligned} & 2(2x+3)(3x-2) - (2x+5)(2x-5) \\ &= 2(6x^2 + 5x - 6) - (4x^2 - 25) \\ &= 8x^2 + 10x + 13 \end{aligned}$$

14. $\sqrt{33 \times 34 \times 35 \times 36 + 1}$ 의 값을 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 1189

해설

$$\begin{aligned} & 33 = t \text{ 라 하면} \\ & \sqrt{t(t+1)(t+2)(t+3)+1} \\ &= \sqrt{(t^2+3t)(t^2+3t+2)+1} \\ & t^2+3t = A \text{ 라 하면} \\ & \therefore \sqrt{A(A+2)+1} = \sqrt{(A+1)^2} \\ & \quad = A+1 \\ & \quad = (33^2+3 \times 33)+1 \\ & \quad = 1189 \end{aligned}$$

15. $8^{32} - 1$ 이 60 과 70 사이의 자연수에 의해 나누어 떨어질 때, 이 자연수를 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 65

해설

$$\begin{aligned} 8^{32} - 1 &= (2^3)^{32} - 1 = 2^{96} - 1 \\ &= (2^{48} + 1)(2^{24} + 1)(2^{12} + 1) \\ &\quad (2^6 + 1)(2^3 + 1)(2^3 - 1) \end{aligned}$$

따라서 60 과 70 사이의 자연수는 $2^6 + 1 = 65$ 이다.

16. $5x^2 - ax - 3 = (x+b)(5x+c)$ 로 인수분해 될 때, a 의 값을 모두 구하여라. (단, a, b, c 는 정수) [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : -14

▷ 정답 : -2

▷ 정답 : 2

▷ 정답 : 14

해설

식을 전개하면

$$\begin{aligned} 5x^2 - ax - 3 &= (x+b)(5x+c) \\ &= 5x^2 + (c+5b)x + bc \text{ 이므로} \end{aligned}$$

$$\begin{cases} bc = -3 & \dots \text{ ①} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 5b + c = -a & \dots \text{ ②} \end{cases}$$

①에서 $(b, c) = (\pm 1, \mp 3), (\pm 3, \mp 1)$

②에서 $a = -5b - c$ 이므로

$$\therefore a = \pm 2, \pm 14$$

17. $4x^2 - 4x - a$ 가 두 일차식의 곱으로 인수분해되고, 이 중 한 인수가 $2x + 3$ 일 때, a 의 값은?

[배점 5, 상하]

- ① -15 ② -6 ③ 3
④ 6 ⑤ 15

해설

$$\begin{aligned} 4x^2 - 4x - a &= (2x + 3)(bx + c) \text{로 놓으면} \\ 2b &= 4, \quad b = 2 \\ 2c + 3b &= -4, \quad c = -5 \\ -a &= 3c = -15, \quad a = 15 \end{aligned}$$

18. 다음은 $A = 2a^2 - 4ab, B = a^2b - 2a$ 에 대한 설명이다. 옳지 않은 것을 모두 고른 것은?

보기

- ㉠ A 에서 $2a$ 는 각 항의 공통인수이다.
㉡ B 의 인수는 a 와 $ab - 2$ 로 모두 2 개이다.
㉢ A 와 B 의 공통인수는 a^2 이다.

[배점 6, 상중]

- ① ㉠ ② ㉡ ③ ㉠, ㉡
④ ㉡, ㉢ ⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

- ㉡ B 의 인수는 $a(ab - 2)$ 도 포함한다.
㉢ A 와 B 의 공통인수는 a 이다.

19. $a - b = 1, b - c = 3$ 일 때, $a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca$ 의 값을 구하여라. [배점 6, 상중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 13

해설

$$\begin{aligned} a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca &= \frac{1}{2} \{ (a - b)^2 + (b - c)^2 + (c - a)^2 \} \\ \text{이때, } a - b &= 1, \quad b - c = 3 \text{ 의 두 식을 더하면} \\ a - c &= 4 \quad \therefore c - a = -4 \\ \therefore \frac{1}{2} \{ 1^2 + 3^2 + (-4)^2 \} &= 13 \end{aligned}$$

20. 0 이 아닌 두 실수 a, b 에 대하여 $\frac{b}{a} + \frac{a}{b} = \frac{1}{ab} - 1$ 일 때, $a^4 + b^4 + (a + b)^4$ 의 값을 구하여라. [배점 6, 상중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$\begin{aligned} \frac{b}{a} + \frac{a}{b} &= \frac{1}{ab} - 1 \text{ 에서} \\ \frac{b^2 + a^2}{ab} &= \frac{1 - ab}{ab}, \quad a^2 + b^2 + ab = 1 \\ \therefore (a + b)^2 &= 1 + ab \\ \therefore a^4 + b^4 + (a + b)^4 &= a^4 + b^4 + (1 + ab)^2 \\ &= a^4 + b^4 + a^2b^2 + 2ab + 1 \\ &= (a^2 + ab + b^2)(a^2 - ab + b^2) + 2ab + 1 \\ &= (a^2 - ab + b^2) + 2ab + 1 \\ &= a^2 + ab + b^2 + 1 \\ &= 2 \end{aligned}$$