단원테스트 1차

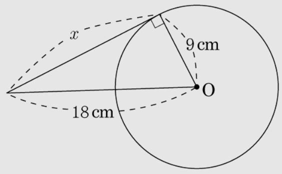
1. 반지름의 길이가 9cm 인 원의 중심으로부터 18cm 떨어진 점에서 그 원에 그은 접선의 길이는?

[배점 5, 중상]

① $9\sqrt{3}$cm ② $10\sqrt{3}$cm ③ $11\sqrt{3}$cm

④ $12\sqrt{3}$cm ⑤ $13\sqrt{3}$cm

해설



$x=\sqrt{18^2-9^2}=\sqrt{9^2\,(4-1)}=9\sqrt{3}(\mathrm{cm})$

2. 다음 표는 어느 반 학생 20 명의 영어와 수학 성적을 조사하여 만든 상관표이다. 다음 물음에 답하여라.

(단위:점)

영어 \ 수학	50	60	70	80	90	100	합계
100					1	1	2
90			2	2			4
80	1	1	3	1			6
70	1	3	1				5
60	1	1					2
50	1						1
합계	4	5	6	3	1	1	20

상호의 영어 성적은 70 점이고 수학 성적은 60 점이다. 상호보다 영어 성적이 높고 수학 성적도 높은 학생은 전체의 몇 %인가? [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 50 %

해설

(단위:점)

영어 \ 수학	50	60	70	80	90	100	합계
100					1	1	2
90			2	2			4
80	1	1	3	1			6
70	1	3	1				5
60	1	1					2
50	1						1
합계	4	5	6	3	1	1	20

$\frac{10}{20}\times 100=50$ (%)

3. 영수네 반의 과학 성적의 남자평균과 여자 평균이 다음 표와 같을 때, 전체 평균을 구하여라.

	남자	여자
학생 수(명)	20	15
평균 점수(점)	76	83

[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 79 점

해설

$$\frac{20 \times 76 + 15 \times 83}{20 + 15} = 79$$

4. 찬수네 반 학생 35 명의 수학점수의 총합은 2800 , 수학점수의 제곱의 총합은 231000 일 때, 찬수네 반 학생 수학 성적의 분산을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 200

해설

$$(\text{분산}) = \frac{\left\{(\text{변량})^2 \text{ 의 총 합}\right\}}{\text{변량의 총 개수}} - (\text{평균})^2$$

$\dfrac{231000}{35} - 80^2 = 200$, 즉 분산은 200 이다.

5. 세호네 반 학생 30 명의 몸무게의 총합은 2100 , 몸무게의 제곱의 총합은 15000 일 때, 세호네 반 학생 몸무게의 표준편차를 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$$(\text{분산}) = \frac{\left\{(\text{변량})^2 \text{ 의 총 합}\right\}}{\text{변량의 총 개수}} - (\text{평균})^2$$

$\dfrac{150000}{30} - 70^2 = 100$, 즉 분산은 100 이다.

따라서, 표준편차는 10 이다.

6. 밑면인 원의 반지름의 길이가 10cm, 모선의 길이가 26cm 인 원뿔의 부피와 겉넓이를 구하여라.

[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 부피 : $800\pi\ \mathrm{cm}^3$

▷ 정답 : 겉넓이 :$\pi\ \mathrm{cm}^2$

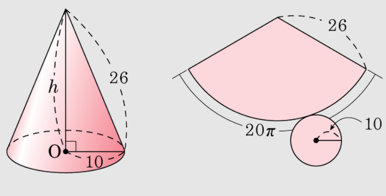
해설

$h = \sqrt{26^2 - 10^2} = \sqrt{576} = 24$

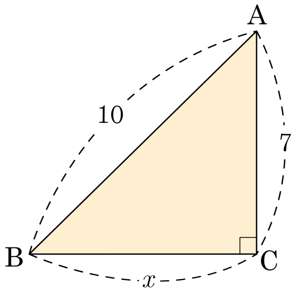
$(\text{부피}) = 10 \times 10 \times \pi \times 24 \times \dfrac{1}{3} = 800\pi(\mathrm{cm}^3)$

$(\text{겉넓이}) = \dfrac{1}{2} \times 26 \times 20\pi + 10 \times 10 \times \pi$

$= 260\pi + 100\pi = 360\pi(\mathrm{cm}^2)$



7. 다음 그림과 같은 직각삼각형에서 x 의 값은?



[배점 5, 중상]

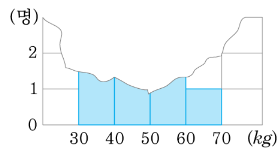
① $\sqrt{51}$ ② $\sqrt{149}$ ③ 8

④ 9 ⑤ 51

해설

$x = \sqrt{10^2 - 7^2} = \sqrt{100 - 49} = \sqrt{51}$

8. 다음은 영웅이네 반 학생 10 명의 몸무게를 조사하여 나타낸 히스토그램인데 일부가 찢어져 버렸다. 이때, 30 kg 이상 40 kg 미만의 상대도수가 0.2 이고, 40 kg 이상 50 kg 미만의 누적도수가 5 명이다. 이 반 학생 10 명의 운동시간의 평균을 구하여라.



[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 49 km

해설

몸무게가 30kg 이상 40kg 미만의 상대도수가 0.2 이므로 $0.2 \times 10 = 2$(명)

몸무게가 40kg 이상 50kg 미만의 누적도수가 5 명이므로

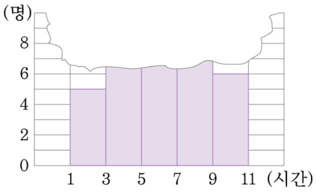
몸무게가 40kg 이상 50kg 미만인 학생은 $5 - 2 = 3$(명)

몸무게가 50kg 이상 60kg 미만인 학생의 수는 $10 - (2 + 3 + 1) = 4$(명)

학생들의 공부시간의 평균은

$$
\begin{aligned}
(\text{평균}) &= \frac{\{(\text{계급값}) \times (\text{도수})\} \text{ 의 총합}}{(\text{도수})\text{의 총합}} \\
&= \frac{35 \times 2 + 45 \times 3 + 55 \times 4 + 65 \times 1}{10} \\
&= \frac{490}{10} \\
&= 49(\text{kg})
\end{aligned}
$$

9. 다음은 영웅이네 반 학생 40 명의 일주일 동안의 운동 시간을 조사하여 나타낸 히스토그램인데 일부가 찢어졌다. 이때, 3 시간 이상 5 시간 미만인 학생이 전체의 25 % 이고, 5 시간 이상 7 시간 미만의 누적도수가 26 명이다. 이 반 학생 40 명의 운동 시간은 ?



[배점 5, 중상]

① 2 시간 ② 4 시간 ③ 6 시간

④ 8 시간 ⑤ 10 시간

해설

3 시간 이상 5 시간 미만인 학생이 전체의 25 % 이므로 $40 \times \dfrac{25}{100} = 10$(명)

5 시간 이상 7 시간 미만의 누적도수가 26 이므로

$5 + 10 + x = 26, \quad x = 11$

7 시간 이상 9 시간 미만의 도수는 $40 - (5 + 10 + 11 + 6) = 8$(명)

$\therefore$ (평균)

$= \dfrac{2 \times 5 + 4 \times 10 + 6 \times 11 + 8 \times 8 + 10 \times 6}{40}$

$= \dfrac{240}{40} = 6$(시간)

10. 세 수 $x,\ y,\ z$ 의 평균을 M , 표준편차를 S 라고 하자. $2x,\ 2y,\ 2z$ 의 평균과 분산의 합을 상수 $a,\ b,\ c,\ d$ 에 대하여 $aS^2 + bS + cM + d$ 로 나타낼 때, $a + b + c + d$ 의 값을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

세 개의 변량 $x,\ y,\ z$ 의 평균과 분산이 각각 M , S^2 이므로

$M = \dfrac{x + y + z}{3}$

$S^2 = \dfrac{(x - M)^2 + (y - M)^2 + (z - M)^2}{3}$

$2x,\ 2y,\ 2z$ 의 평균을 M_1 과 분산을 S_1^2 이라고 하면

$M_1 = \dfrac{2x + 2y + 2z}{3} = \dfrac{2(x + y + z)}{3}$

$= 2M$

$S_1^2 = \dfrac{(2x - 2M)^2 + (2y - 2M)^2 + (2z - 2M)^2}{3}$

$= \dfrac{4(x - M)^2 + 4(y - M)^2 + 4(z - M)^2}{3}$

$= 4S^2$

즉, $2x,\ 2y,\ 2z$ 의 평균과 분산은 각각 $2M,\ 4S^2$ 이므로 평균과 분산의 합 $4S^2 + 2M$ 에서

$a = 4,\ b = 0,\ c = 2,\ d = 0$ 이다.

따라서 $a + b + c + d = 6$ 이다.

11. 세 개의 변량 a, b, c 의 평균을 M, 표준편차를 S 라고 할 때, $a+1, b+1, c+1$ 의 평균과 분산을 차례대로 나열한 것은? [배점 5, 중상]

① M, S^2 ② M, S^2+1

③ $M+1, S^2$ ④ $M+1, S^2+1$

⑤ $M+1, (S+1)^2$

해설

세 개의 변량 a, b, c 의 평균과 분산이 각각 M, S^2 이므로

$M = \dfrac{a+b+c}{3}$

$S^2 = \dfrac{(a-M)^2+(b-M)^2+(c-M)^2}{3}$

$a+1, b+1, c+1$ 의 평균을 M_1 과 분산을 S_1^2 이라고 하면

$M_1 = \dfrac{(a+1)+(b+1)+(c+1)}{3} = \dfrac{(a+b+c)+3}{3} = \dfrac{a+b+c}{3}+1$

$= M+1$

$S_1^2 = \dfrac{(a+1-M-1)^2+(b+1-M-1)^2+(c+1-M-1)^2}{3}$

$= \dfrac{(a-M)^2+(b-M)^2+(c-M)^2}{3}$

$= S^2$

따라서 $a+1, b+1, c+1$ 의 평균과 분산은 각각 $M+1, S^2$ 이다.

12. 다음의 표준편차를 순서대로 x, y, z 라고 할 때, x, y, z 의 대소 관계를 바르게 나타낸 것은?

X : 1 부터 200 까지의 짝수
Y : 1 부터 200 까지의 홀수
Z : 1 부터 400 까지의 4 의 배수

[배점 5, 중상]

① $x=y=z$ ② $x=y<z$ ③ $x<y=z$

④ $x=y>z$ ⑤ $x<y<z$

해설

X, Y, Z 모두 변량의 개수는 100 개이다.
이때, X, Y 는 모두 2 만큼의 간격을 두고 떨어져 있으므로 X, Y 의 표준편차는 같다.
한편, Z 는 4 만큼의 간격을 두고 떨어져 있으므로 X, Y 보다 표준편차가 크다.

13. 다음의 표준편차를 순서대로 x, y, z 라고 할 때, x, y, z 의 대소 관계를 바르게 나타낸 것은?

X : 1 부터 100 까지의 홀수
Y : 1 부터 100 까지의 2 의 배수
Z : 1 부터 150 까지의 3 의 배수

[배점 5, 중상]

① $x=y=z$ ② $x=y<z$ ③ $x<y=z$

④ $x=y>z$ ⑤ $x<y<z$

해설

X, Y, Z 모두 변량의 개수는 50 개이다.
이때, X, Y 는 모두 2 만큼의 간격을 두고 떨어져 있으므로 X, Y 의 표준편차는 같다.
한편, Z 는 3 만큼의 간격을 두고 떨어져 있으므로 X, Y 보다 표준편차가 크다.

14. 세 실수 $a,\ b,\ c$ 가 $a^2+b^2+c^2=24,\ a+b,\ b+c,\ c+a$ 의 평균이 4 일 때, $ab,\ bc,\ ca$ 의 평균을 구하여라.

[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$a+b,\ b+c,\ c+a$ 의 평균이 4 이므로

$\dfrac{2(a+b+c)}{3}=4,\quad a+b+c=6$

$(a+b+c)^2=a^2+b^2+c^2+2(ab+bc+ca)$ 에서

$a^2+b^2+c^2=(a+b+c)^2-2(ab+bc+ca)$

$24=6^2-2(ab+bc+ca)$

$\therefore ab+bc+ca=6$ 따라서 $ab,\ bc,\ ca$ 의 평균은

$\dfrac{ab+bc+ca}{3}=\dfrac{6}{3}=2$ 이다.

15. 세 수 $a,\ b,\ c$ 의 평균이 7 , 분산이 4 일 때, $ab,\ bc,\ ca$ 의 평균을 구하여라.

[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 47

해설

세 수 $a,\ b,\ c$ 의 평균이 7 이므로

$\dfrac{a+b+c}{3}=7$

$\therefore a+b+c=21\quad \cdots\cdots$ ㉠

또한, 세 수 $a,\ b,\ c$ 의 분산이 4 이므로

$\dfrac{(a-7)^2+(b-7)^2+(c-7)^2}{3}=4$

$\dfrac{a^2-14a+49+b^2-14b+49+c^2-14c+49}{3}$

$=4$

$\dfrac{a^2+b^2+c^2-14(a+b+c)+147}{3}=12$

$a^2+b^2+c^2-14(a+b+c)+135=0$

$\therefore\ a^2+b^2+c^2=14(a+b+c)-135\quad \cdots\cdots$ ㉡

㉡의 식에 ㉠을 대입하여 풀면

$\therefore\ a^2+b^2+c^2=14\times 21-135=159\quad \cdots\cdots$ ㉢

$(a+b+c)^2=a^2+b^2+c^2+2(ab+bc+ca)$ 이므로

㉠, ㉢에 의하여

$ab+bc+ca=141$

따라서 $ab,\ bc,\ ca$ 의 평균은

$\dfrac{ab+bc+ca}{3}=\dfrac{141}{3}=47$ 이다.

16. 50 개의 변량 $a_1, a_2,\ a_3,\ \cdots,\ a_{48},\ a_{49},\ a_{50}$ 에 대하여 $a_1+a_2+a_3+\cdots+a_{48}+a_{49}+a_{50}=200$ 이고, $a_1^2+a_2^2+a_3^2+\cdots+a_{48}^2+a_{49}^2+a_{50}^2=1400$ 일 때, 이 변량들의 분산을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

$a_1+a_2+a_3+\cdots+a_{48}+a_{49}+a_{50}=200$ 이므로

평균은 $\dfrac{a_1+a_2+a_3+\cdots+a_{48}+a_{49}+a_{50}}{50}=\dfrac{200}{50}=4$

이므로 각 변량에 대한 편차는 $a_1-4,\ a_2-4,\ a_3-4,\ \cdots,\ a_{48}-4,\ a_{49}-4,\ a_{50}-4$ 이다.

따라서 분산은

$\dfrac{1}{50}\{(a_1-4)^2+(a_2-4)^2+(a_3-4)^2+\cdots+(a_{48}-4)^2+$

$=\dfrac{1}{50}\{(a_1^2+a_2^2+a_3^2+\cdots+a_{48}^2+a_{49}^2+a_{50}^2)-8(a_1+a_2+$

$=\dfrac{1400-8\times200+16\times50}{50}=12$ 이다.

17. 다음 조건을 만족하는 50 개의 변량 $x_1,\ x_2,\ x_3,\ \cdots,\ x_{48},\ x_{49},\ x_{50}$ 의 분산을 구하여라.

㉠ $x_1+x_2+x_3+\cdots+x_{48}+x_{49}+x_{50}=100$
㉡ $x_1^2+x_2^2+x_3^2+\cdots+x_{48}^2+x_{49}^2+x_{50}^2=800$

[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

$x_1+x_2+x_3+\cdots+x_{48}+x_{49}+x_{50}=100$ 이므로

평균은 $\dfrac{x_1+x_2+x_3+\cdots+x_{48}+x_{49}+x_{50}}{50}=\dfrac{100}{50}=2$

이므로 각 변량에 대한 편차는 $x_1-2,\ x_2-2,\ x_3-2,\ \cdots,\ x_{48}-2,\ x_{49}-2,\ x_{50}-2$ 이다.

따라서 분산은

$\dfrac{1}{50}\{(x_1-2)^2+(x_2-2)^2+(x_3-2)^2+\cdots+(x_{48}-2)^2$

$=\dfrac{1}{50}\{(x_1^2+x_2^2+x_3^2+\cdots+x_{48}^2+x_{49}^2+x_{50}^2)-4(x_1+x_2+$

$=\dfrac{800-4\times100+4\times50}{50}=12$

다.

18. 희영이네 반 학생 38 명의 몸무게의 평균이 58kg 이다. 2 명의 학생이 전학을 온 후 총 40 명의 학생의 몸무게의 평균이 58.5kg 이 되었다. 이때, 전학을 온 2 명의 학생의 몸무게의 평균은? [배점 5, 중상]

① 60kg ② 62kg ③ 64kg

④ 66kg ⑤ 68kg

해설

전학을 온 2 명의 학생의 몸무게의 합을 $x$kg 이라고 하면

$\frac{38 \times 58 + x}{40} = 58.5, \quad 2204 + x = 2340 \quad \therefore\ x = 136(\mathrm{kg})$

따라서 전학을 온 2 명의 학생의 몸무게의 평균은

$\frac{136}{2} = 68(\mathrm{kg})$ 이다.

19. 어느 고등학교 동아리 회원 45 명의 몸무게의 평균이 60kg 이다. 5 명의 회원이 탈퇴한 후 나머지 40 명의 몸무게의 평균이 59.5kg 이 되었다. 이때, 동아리를 탈퇴한 5 명의 회원의 몸무게의 평균은?

[배점 5, 중상]

① 60kg ② 61kg ③ 62kg

④ 63kg ⑤ 64kg

해설

동아리를 탈퇴한 5 명의 학생의 몸무게의 합을 $x$kg 이라고 하면

$\frac{60 \times 45 - x}{40} = 59.5, \quad 2700 - x = 2380 \quad \therefore\ x = 320(\mathrm{kg})$

따라서 동아리를 탈퇴한 5 명의 회원의 몸무게의 평균은

$\frac{320}{5} = 64(\mathrm{kg})$ 이다.

20. 세 실수 a, b, c 가 $a^2+b^2+c^2 = 24$, $a+b$, $b+c$, $c+a$ 의 평균이 4 일 때, ab, bc, ca 의 평균을 구하여라.

[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$a+b$, $b+c$, $c+a$ 의 평균이 4 이므로

$\frac{2(a+b+c)}{3} = 4, \quad a+b+c = 6$

$(a+b+c)^2 = a^2+b^2+c^2+2(ab+bc+ca)$ 에서

$a^2+b^2+c^2 = (a+b+c)^2 - 2(ab+bc+ca)$

$24 = 6^2 - 2(ab+bc+ca)$

$\therefore ab+bc+ca = 6$

따라서 ab, bc, ca 의 평균은

$\frac{ab+bc+ca}{3} = \frac{6}{3} = 2$ 이다.

21. 세 수 $a,\ b,\ c$ 의 평균이 7 , 분산이 4 일 때, $ab,\ bc,\ ca$ 의 평균을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 47

해설

세 수 $a,\ b,\ c$ 의 평균이 7 이므로

$$\frac{a+b+c}{3}=7$$

$\therefore a+b+c=21 \quad \cdots\cdots$ ㉠

또한, 세 수 $a,\ b,\ c$ 의 분산이 4 이므로

$$\frac{(a-7)^2+(b-7)^2+(c-7)^2}{3}=4$$

$$\frac{a^2-14a+49+b^2-14b+49+c^2-14c+49}{3}=4$$

$$\frac{a^2+b^2+c^2-14(a+b+c)+147}{3}=12$$

$a^2+b^2+c^2-14(a+b+c)+135=0$

$\therefore\ a^2+b^2+c^2=14(a+b+c)-135 \quad \cdots\cdots$ ㉡

㉡의 식에 ㉠을 대입하여 풀면

$\therefore\ a^2+b^2+c^2=14\times 21-135=159 \quad \cdots\cdots$ ㉢

$(a+b+c)^2=a^2+b^2+c^2+2(ab+bc+ca)$ 이므로

㉠, ㉢에 의하여

$ab+bc+ca=141$

따라서 $ab,\ bc,\ ca$ 의 평균은

$$\therefore \frac{ab+bc+ca}{3}=\frac{141}{3}=47$$

22. 다음은 민영이네 반 학생의 몸무게를 조사하여 만든 도수분포표이다. 몸무게의 평균이 49.75kg 일 때, $\mathrm{B}-2\mathrm{A}$ 의 값을 구하여라.

계급(kg)	도수
35이상 ~ 40미만	1
40 ~ 45	7
45 ~ 50	A
50 ~ 55	8
55 ~ 60	5
60 ~ 65	3
합계	B

[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$1+7+\mathrm{A}+8+5+3=\mathrm{B}$

$\mathrm{A}-\mathrm{B}=-24\cdots$ ㉠

학생의 몸무게의 평균이 49.75kg 이므로

$$\frac{37.5\times 1+42.5\times 7+47.5\times \mathrm{A}+52.5\times 8}{\mathrm{B}}+\frac{57.5\times 5+62.5\times 3}{\mathrm{B}}=49.75$$

$$\frac{37.5+297.5+47.5\mathrm{A}+420+287.5+187.5}{\mathrm{B}}=49.75$$

$47.5\mathrm{A}+1230=49.75$

$\mathrm{B}-1.9\mathrm{A}+1.99\mathrm{B}=49.2$

$-190\mathrm{A}+199\mathrm{B}=492\cdots$ ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $\mathrm{A}=16,\ \mathrm{B}=40$

$\therefore\ \mathrm{B}-2\mathrm{A}=40-2\times 16=8$

23. 다음은 주영이가 10회의 수학 쪽지 시험에서 얻은 점수를 나타낸 표이다. 이때, 중앙값과 최빈값을 차례대로 구하여라.

횟수	1회	2회	3회	4회	5회	6회	7회	8회	9회	10회
점수(점)	62	77	60	71	74	78	62	54	65	80

[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 중앙값 : 68

▷ 정답 : 최빈값 : 62

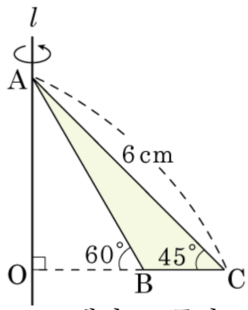
해설

주영이의 수학 점수를 순서대로 나열하면

54, 60, 62, 62, 65, 71, 74, 77, 78, 80 이므로

중앙값은 $\dfrac{65+71}{2} = 68$, 최빈값은 62 이다.

24. 다음 그림과 같은 △ABC 를 직선 l 을 회전축으로 하여 1 회전시켰을 때 생기는 입체도형의 부피를 구하면?



[배점 5, 중상]

① $4\sqrt{3}\pi\,\text{cm}^3$

② $6\sqrt{2}\pi\,\text{cm}^3$

③ $12\sqrt{2}\pi\,\text{cm}^3$

④ $12\sqrt{3}\pi\,\text{cm}^3$

⑤ $24\sqrt{2}\pi\,\text{cm}^3$

해설

△AOC 에서 $\overline{AO} : \overline{CO} : \overline{AC} = 1 : 1 : \sqrt{2}$ 이므로 $\overline{AO} : \overline{AC} = 1 : \sqrt{2}$, $\overline{AO} : 6 = 1 : \sqrt{2}$,

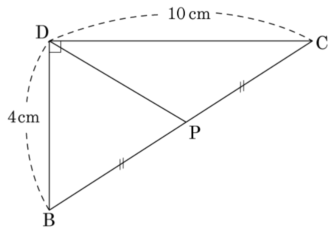
$\therefore\ \overline{AO} = \overline{CO} = 3\sqrt{2}$ (cm)

△AOB 에서 $\overline{AO} : \overline{BO} = \sqrt{3} : 1$

$\therefore\ \overline{BO} = \sqrt{6}$ (cm)

따라서 부피는 $\left(\dfrac{1}{3} \times \pi \times (3\sqrt{2})^2 \times 3\sqrt{2}\right) - \left(\dfrac{1}{3} \times \pi \times (\sqrt{6})^2 \times 3\sqrt{2}\right) = 18\sqrt{2}\pi - 6\sqrt{2}\pi = 12\sqrt{2}\pi$ (cm^3) 이다.

25. 직각삼각형 BCD 에서 $\overline{BD}=4\text{cm}$, $\overline{CD}=10\text{cm}$ 이고, 점 P 가 $\overline{BC}$ 를 이등분할 때, $\overline{PD}$ 의 길이는?



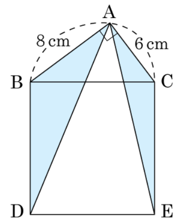
[배점 5, 중상]

① $\sqrt{29}$ cm ② $\sqrt{30}$ cm ③ $\sqrt{31}$ cm
④ $4\sqrt{2}$ cm ⑤ $\sqrt{33}$ cm

해설

피타고라스 정리에 따라서
$\overline{BC}^2=\overline{BD}^2+\overline{CD}^2=4^2+10^2=116$
$\overline{BC}=2\sqrt{29}$ cm
점 P 가 $\overline{BC}$ 를 이등분하므로 $\overline{BP}=\overline{CP}=\sqrt{29}$ cm
그런데 직각삼각형의 빗변의 중점은 직각삼각형의 외심이므로
$\overline{DP}=\overline{BP}=\overline{CP}$ 이므로 $\overline{DP}=\sqrt{29}$ cm 이다.

26. 다음 그림과 같이 $\angle A=90°$, $\overline{AB}=8cm$, $\overline{AC}=6cm$ 인 $\triangle ABC$ 가 있다. $\overline{BC}$ 를 한 변으로 하는 정사각형 BDEC 를 그렸을 때, 색칠한 부분의 넓이를 구하여라.



[배점 5, 상하]

▶ 답 :
▷ 정답 : $50\,\text{cm}^2$

해설

$\overline{BC}=\sqrt{6^2+8^2}=\sqrt{100}=10\,(cm)$
점 A 에서 변 BC 에 내린 수선의 발을 F ,$\overrightarrow{AF}$ 와$\overline{DE}$ 의 교점을 G 라 하면
$\triangle ABD=\triangle FBD,\ \triangle ACE=\triangle FCE$
$\triangle ABD+\triangle ACE=\triangle FBD+\triangle FCE$
$\triangle FBD+\triangle FCE=\frac{1}{2}\square BDGF+\frac{1}{2}\square FGEC$
$\triangle FBD+\triangle FCE=\frac{1}{2}\square BDEC=\frac{1}{2}\times 10^2=50(\text{cm}^2)$

27. 길이가 $6cm$, $8cm$ 인 두 개의 막대가 있다. 여기에 막대 하나를 보태서 직각삼각형을 만들려고 한다. 필요한 막대의 길이로 가능한 것을 보기에서 모두 골라라.

[배점 5, 상하]

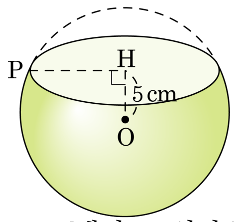
① $\sqrt{10}cm$ ② $10cm$ ③ $100cm$

④ $2\sqrt{7}cm$ ⑤ $28cm$

해설

가능한 막대의 길이를 $x\,(cm)$ 라 하자.
② $x > 8$ 이면
$6+8 > x(\mathrm{m})$ 이고 $6^2+8^2 = x^2$
$\therefore x = 10\,(\mathrm{cm})$
④ $x < 8$ 이면
$x+6 > 8$ 이고 $x^2+6^2 = 8^2$
$\therefore x = \sqrt{28} = 2\sqrt{7}$
따라서, 가능한 막대의 길이는 $10cm$ 또는 $2\sqrt{7}cm$ 가 된다.

28. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 13 cm 인 구를 중심 O 에서 5 cm 만큼 떨어진 평면으로 잘랐을 때 생기는 단면의 넓이를 구하여라.



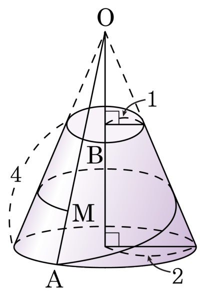
[배점 5, 상하]

▶ 답 :
▷ 정답 : $144\pi\ \mathrm{cm}^2$

해설

단면의 원의 반지름의 길이를 r 이라 하면
$\triangle OPH$ 가 직각삼각형이므로
$r^2+5^2 = 13^2,\ r^2 = 144$
$r > 0$ 이므로 $r = 12\ (\mathrm{cm})$
$\therefore$ (원의 넓이) $= \pi \times 12^2 = 144\pi\ (\mathrm{cm}^2)$

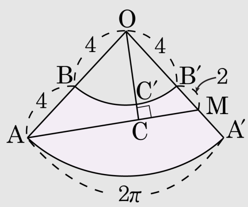
29. 다음 그림과 같이 O 를 꼭짓점 $\overline{OA}$ 를 모선으로 하는 원뿔을 밑면에 평행인 평면으로 잘라서 만든 원뿔대의 윗면과 모선 OA 와의 교점을 B 라 하고 실을 점 A 에서 $\overline{AB}$ 의 중점 M 까지 가장 짧게 한 바퀴 감았을 때, 윗면의 원둘레 위의 점과 실 위의 점 사이의 거리 중 가장 짧은 거리를 구하여라. (단, $\overline{AB} = 4$, 원뿔대의 윗면의 반지름은 1, 아랫면의 반지름은 2 이다.)



[배점 5, 상하]

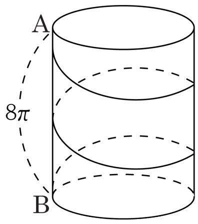
▶ 답 :
▷ 정답 : $\frac{4}{5}$

해설



$\overset{\frown}{BB'} : \overset{\frown}{AA'} = 1:2$ 이므로
$\overline{OB} = 4$
$2\pi \times 4 \times \frac{\angle BOB'}{360°} = 2\pi \times 1 \quad \therefore\ \angle BOB' = 90°$
점 O 에서 $\overline{AM}$ 에 내린 수선의 발을 C 라 하고
$\overset{\frown}{BB'}$ 와 $\overline{OC}$ 의 교점을 C′ 라 하면 $\overline{CC'}$ 가 구하는 거리가 된다.
$\angle AOA' = 90°$ 이므로
$\overline{AM} = \sqrt{8^2+6^2} = 10$
$\triangle OAM$ 의 넓이를 구해 보면
$\frac{1}{2} \times 8 \times 6 = \frac{1}{2} \times 10 \times \overline{OC}$
$\therefore\ \overline{OC} = \frac{24}{5}$
$\overline{OC'} = 4$ 이므로 $\overline{CC'} = \frac{24}{5} - 4 = \frac{4}{5}$

30. 다음 그림과 같이 높이가 8π 인 원기둥의 점 A 에서 B 까지의 최단 거리로 실을 두 번 감았더니 실의 길이가 10π 이었다. 원기둥의 밑면의 반지름의 길이를 구하여라.



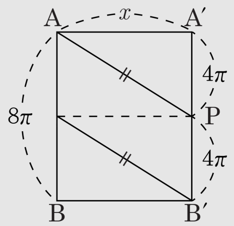
[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{3}{2}$

해설

전개도에서 원기둥의 밑면의 반지름의 길이를 r, 둘레의 길이를 x 로 놓으면



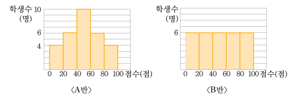
$10\pi = 2\overline{\mathrm{AP}}$

$\overline{\mathrm{AP}} = 5\pi$ 이므로 $\overline{\mathrm{AP}} = \sqrt{x^2 + 16\pi} = 5\pi$

$\therefore\ x = 3\pi\ \ (\because\ x > 0)$, $2\pi r = 3\pi$

$\therefore\ r = \frac{3}{2}$

31. 다음 그림은 A, B 두 학급의 수학 성적을 나타낸 그래프이다. 다음 보기의 설명 중 옳은 것을 모두 골라라. ㉠ A 반 학생 성적이 B 반 학생 성적보다 고르다.



㉡ A 반 학생 성적이 평균적으로 B 반 학생 성적보다 높다.

㉢ A 반 학생 성적의 표준편차가 B 반 학생 성적의 표준편차보다 크다.

㉣ 80 점 100 점 사이에 있는 학생은 B 반에 더 많다.

㉤ 중위권 학생은 A 반에 더 많다.

[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉢

▷ 정답 : ㉣

▷ 정답 : ㉤

해설

㉠ A 반 학생 성적이 B 반 학생 성적보다 고르다.
⇒ B 반 학생의 성적이 더 고르다.

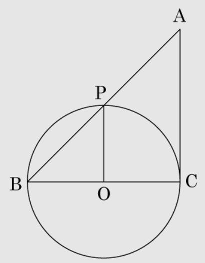
㉡ A 반 학생 성적이 평균적으로 B 반 학생 성적보다 높다. ⇒ 평균은 같다.

32. $\angle C = 90°$, $\overline{AC} = \overline{BC} = 2$ 인 직각이등변삼각형 ABC 의 내부에 있는 한 점 P 가 $\overline{BP}^2 + \overline{CP}^2 \le 4$ 를 만족하면서 움직일 때, 점 P 가 움직이는 영역의 넓이를 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{1}{2} + \frac{1}{4}\pi$

해설



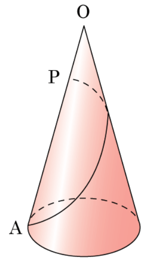
$\overline{BP}^2 + \overline{CP}^2 \le 4 = \overline{BC}^2$ 이므로 $\triangle PBC$ 는 $\angle P \ge 90°$ 인 삼각형이다.

따라서 위의 그림에서 P 가 움직이는 영역의 넓이는

$\triangle PBO +$ (사분원 POC의 넓이)

$= \left(\frac{1}{2} \times 1 \times 1\right) + \left(\frac{1}{4} \times 1^2 \times \pi\right) = \frac{1}{2} + \frac{1}{4}\pi$ 이다.

33. 다음 그림과 같이 밑면의 반지름의 길이가 3, 모선의 길이가 9 인 원뿔의 점 A 에서 출발하여, 모선 OA 를 1 : 2 로 내분하는 점 P 에 이르는 가장 짧은 거리를 구하여라.



[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : $3\sqrt{13}$

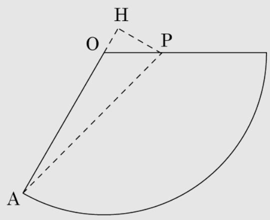
해설

옆면을 이루는 부채꼴의 중심각의 크기를 $x°$ 라 하면 원뿔의 밑면의 둘레의 길이와 부채꼴의 호의 길이는 같으므로

$2\pi \times 3 = 2\pi \times 9 \times \frac{x}{360}$

$\therefore\ x = 120°$

따라서 원뿔의 옆면의 전개도를 그리고 점 P 에서 $\overline{AO}$ 의 연장선 위에 내린 수선의 발을 H 라 하면



$\triangle OPH$ 에서 $\angle POH = 60°$

$\overline{OP} = \frac{1}{3}\overline{OA} = 3$ 이고, $\overline{OP} : \overline{OH} : \overline{PH} = 2 : 1 : \sqrt{3}$ 이므로 $\overline{OH} = \frac{3}{2}$, $\overline{PH} = \frac{3}{2}\sqrt{3}$ 이다.

따라서 구하는 최단 거리는

$\overline{AP} = \sqrt{\left(9 + \frac{3}{2}\right)^2 + \left(\frac{3}{2}\sqrt{3}\right)^2} = \sqrt{117} = 3\sqrt{13}$

이다.

34. 삼각형 ABC 의 변 AB, BC 의 중점을 각각 D, E 이라 할 때, $\mathrm{AE} \perp \overline{\mathrm{CD}}$, $\overline{\mathrm{AD}} = 4$, $\overline{BC} = 6$ 이다. 이때 변 AC 의 길이를 구하여라 [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : $2\sqrt{5}$

해설

$\overline{\mathrm{AC}} = x$ 라 하면 삼각형의 중점연결 정리에 의하여 $\overline{\mathrm{DE}} = \frac{1}{2}x$

□DECA 에서 $\overline{\mathrm{AE}} \perp \overline{\mathrm{DC}}$ 이므로

$\overline{\mathrm{AD}}^2 + \overline{\mathrm{EC}}^2 = \overline{\mathrm{DE}}^2 + \overline{\mathrm{AC}}^2$

$4^2 + 3^2 = \left(\frac{1}{2}x\right)^2 + x^2$

$\therefore\ x = 2\sqrt{5}$