

문제 풀이 과제

1. 다음에서 $B \subset A$ 인 것은? [배점 3, 하상]

- ① $A = \{x \mid x \text{는 자연수}\}, B = \{2, 3, 5, 7, \dots\}$
 ② $A = \{x \mid x \text{는 홀수}\}, B = \{x \mid x \text{는 짝수}\}$
 ③ $A = \{1, 3, 5\}, B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$
 ④ $A = \{1, 3, 9\}, B = \{1, 2, 3, 6\}$
 ⑤ $A = \emptyset, B = \{\neg, \perp, \sqsubset\}$

해설

- ② 포함관계가 없다.
 ③ $A \subset B$
 ④ 포함관계가 없다.
 ⑤ $A \subset B$

2. 어떤 그룹에서 A, B 두 문제를 냈더니, A 문제를 해결한 학생이 17 명, B 문제를 해결한 학생이 19 명이었다. 두 문제를 모두 해결한 학생이 12 명, A, B 두 문제를 모두 해결하지 못한 학생이 5 명이었다면 이 그룹은 모두 몇 명인가? [배점 3, 하상]

- ① 30 명 ② 32 명 ③ 34 명
 ④ 36 명 ⑤ 40 명

해설

전체집합을 U , A 문제를 해결한 학생을 A , B 문제를 해결한 학생을 B 라 하면
 $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) = 17 + 19 - 12 = 24$, $n((A \cup B)^c) = 5$ 이다.
 따라서 $n(U) = 24 + 5 = 29$ 이다.

3. 두 집합이 서로 같지 않은 것은? [배점 3, 하상]

- ① $A = \{1, 2, 3\}, B = \{2, 3, 1\}$
 ② $A = \{2, 4, 6, 8\}, B = \{x \mid x \text{는 } 8 \text{ 이하의 짝수}\}$
 ③ $A = \{a, b, c\}, B = \{c, b, a\}$
 ④ $A = \{x \mid x \text{는 } 5 \text{ 이하의 홀수}\}, B = \{x \mid x \text{는 } 6 \text{ 이하의 홀수}\}$
 ⑤ $A = \{3, 6, 9, 12\}, B = \{x \mid x \text{는 } 3 \text{의 배수}\}$

해설

- ⑤ $B = \{3, 6, 9, 12, \dots\} \neq A$

4. 다음 중 옳지 않은 것은? [배점 3, 중하]

- ① $\{a, b, c\} \cap \emptyset = \emptyset$
 ② $\{\text{피, 아, 노}\} \cup \{\text{피, 노, 키, 오}\} = \{\text{피, 아, 노, 키, 오}\}$
 ③ $\{\spadesuit, \clubsuit, \heartsuit, \diamondsuit\} \cap \{\clubsuit, \star\} = \{\spadesuit, \clubsuit, \heartsuit, \diamondsuit, \star\}$
 ④ $\{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 홀수}\} \cap \{1, 2, 5\} = \{1, 2, 5\}$
 ⑤ $\{x \mid x \text{는 } 12 \text{ 의 약수}\} \cap \{x \mid x \text{는 } 18 \text{ 의 약수}\} = \{x \mid x \text{는 } 6 \text{ 의 약수}\}$

해설

- ⑤ $\{x \mid x \text{는 } \square \text{ 의 약수}\} \cap \{x \mid x \text{는 } \triangle \text{ 의 약수}\} = \{x \mid x \text{는 } \bigcirc \text{ 의 약수}\}$ 일 때, $\bigcirc$ 는 $\square, \triangle$ 의 최대 공약수이다.

5. 전체집합 $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 의 두 부분집합 $A = \{2, 4, 5\}$, $B = \{2, 3, 5\}$ 에 대하여 $(A \cap B) \subset X \subset U$ 를 만족하는 집합 X 의 개수는? [배점 3, 중하]

- ① 1개 ② 2개 ③ 4개
 ④ 8개 ⑤ 16개

해설

$A \cap B = \{2, 5\}$ 이므로, 집합 X 는 원소 2, 5를 포함하는 $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 의 부분집합이다.
 따라서 X 의 개수는 U 에서 원소 2, 5 를 뺀 $\{1, 3, 4\}$ 의 부분집합의 개수와 같으므로 $2 \times 2 \times 2 = 8(\text{개})$ 이다.

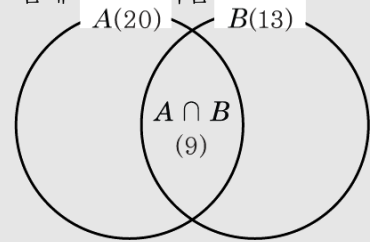
6. 우리 반에서 여름방학 중 바다로 여행을 간 학생이 20명, 산으로 여행을 간 학생이 13명이고 두 곳 모두 여행을 간 학생이 9명이었다. 이때 두 곳 중 한 곳으로만 여행을 간 학생 수를 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 15명

해설

바다로 여행을 간 학생의 집합을 A , 산으로 여행을 간 학생의 집합을 B 라고 할 때, 주어진 조건을 벤 다이어그램에 그리며 다음과 같다.



두 곳 중 한 곳으로만 여행을 간 학생 수는 $n(A - (A \cap B)) + n(B - (A \cap B))$ 이다.

$$n(A - (A \cap B)) + n(B - (A \cap B))$$

$$= (20 - 9) + (13 - 9) = 11 + 4 = 15$$

따라서 두 곳 중 한 곳으로만 여행을 간 학생 수는 15명이다.

7. 10 보다 크고 20 보다 작은 자연수 중에서 4 의 배수의 집합을 A 라고 할 때, 다음 중 옳은 것은?

[배점 4, 중중]

- ① $10 \in A$ ② $14 \in A$ ③ $16 \notin A$
 ④ $18 \notin A$ ⑤ $20 \in A$

해설

집합 A 의 원소는 12, 16 이므로 $18 \notin A$ 이다.

8. 두 집합 $A = \{2, 4, a-1\}$, $B = \{a-8, a-3, b+2\}$ 에 대하여 $A \cap B = \{2, 9\}$ 일 때, 집합 A 와 집합 B 의 합집합은? [배점 4, 중중]

- ① $\{2, 4, 8\}$ ② $\{2, 4, 7, 9\}$
 ③ $\{2, 4, 8, 9\}$ ④ $\{2, 4, 7, 8, 9\}$
 ⑤ $\{2, 4, 7, 9, 11\}$

해설

$A \cap B = \{2, 9\}$ 이므로 $9 \in A$
 $a-1=9 \quad \therefore a=10$
 $a=10$ 이므로 $B = \{2, 7, b+2\}$
 $9 \in B$ 이므로 $b+2=9 \quad \therefore b=7$
 $A = \{2, 4, 9\}$, $B = \{2, 7, 9\}$
 $\therefore A \cup B = \{2, 4, 7, 9\}$

9. 세 집합

$$A = \{a, b, c, d, e\},$$

$$B = \{x \mid x \text{는 } 20 \text{ 이하의 소수}\},$$

$$C = \{x \mid x \text{는 } 15 \text{의 약수}\} \text{ 일 때,}$$

$n(A) + n(B) + n(C)$ 의 값을 구하여라.

[배점 4, 중중]

- ① 13 ② 15 ③ 17 ④ 19 ⑤ 21

해설

$B = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19\}$
 $C = \{1, 3, 5, 15\}$
 $\therefore n(A) + n(B) + n(C) = 5 + 8 + 4 = 17$

10. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 미만의 홀수}\}$ 의 부분집합을 B 라고 할 때, $n(B) = 3$ 인 집합 B 의 개수는? [배점 5, 중상]

- ① 6개 ② 7개 ③ 8개
 ④ 9개 ⑤ 10개

해설

집합 B 는 집합 A 의 부분집합 중 그 원소의 개수가 3개인 집합이다.

$A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ 이므로 원소가 3개인 집합 A 의 부분집합은

$$\{1, 3, 5\}, \{1, 3, 7\}, \{1, 3, 9\},$$

$$\{1, 5, 7\}, \{1, 5, 9\}, \{1, 7, 9\},$$

$$\{3, 5, 7\}, \{3, 5, 9\}, \{3, 7, 9\},$$

$$\{5, 7, 9\} \text{ 이므로 모두 } 10 \text{ 개이다.}$$

11. 두 집합 $A = \{-1, 0, 2 \times a - 5, 5\}$, $B = \{0, b+3, 3\}$ 에 대하여 $A \cup B = \{-1, 0, 2, 3, 5\}$, $A \cap B = \{0, 3\}$ 이기 위한 $a+b$ 의 값을 구하여라.

[배점 5, 중상]

▶ 답:

▶ 정답: 3

해설

$$A \cap B = \{0, 3\} \text{ 이므로 } 3 \in A,$$

$$2 \times a - 5 = 3, a = 4$$

$$A = \{-1, 0, 3, 5\}, A \cup B = \{-1, 0, 2, 3, 5\} \text{ 이므로 } 2 \in B,$$

$$b+3=2, b=-1$$

$$\therefore a+b=3$$

12. 두 집합 A, B 에 대하여 $n(A) = 23$, $n(B) = 39$, $n(A \cup B) = 62$ 일 때, 다음 $\square$ 안에 들어갈 수 있는 기호가 아닌 것을 모두 골라라.

보기

$$A - B \square A$$

[배점 5, 중상]

- ① $\in$ ② $\subset$ ③ $\supset$ ④ $\not\subset$ ⑤ $=$

해설

$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$,
 $62 = 23 + 39 - n(A \cap B)$ 에서 $n(A \cap B) = 0$
 이므로 $A \cap B = \emptyset$ 이다.
 $A - B \square A$ 에서 $\square$ 안에 들어갈 수 있는 기호는
 $\subset, \supset, =$ 이다.

13. 다음은 집합 $\{x \mid x \text{는 } 6 \text{의 약수}\}$ 의 부분집합을 구하는 과정이다. 틀린 부분을 바르게 고쳐라.

$\{x \mid x \text{는 } 6 \text{의 약수}\}$ 를 원소나열법으로 나타내면 $\{1, 2, 3, 6\}$ 이다.

원소가 없는 부분집합은 $\{\emptyset\}$ 이다.

원소가 1개인 부분집합은 $\{1\}, \{2\}, \{3\}, \{6\}$ 이다.

원소가 2개인 부분집합은 $\{1, 2\}, \{1, 3\}, \{1, 6\}, \{2, 3\}, \{2, 6\}, \{3, 6\}$ 이다.

원소가 3개인 부분집합은 $\{1, 2, 3\}, \{1, 2, 6\}, \{1, 3, 6\}, \{2, 3, 6\}$ 이다.

원소가 4개인 부분집합은 $\{1, 2, 3, 6\}$ 이다.

[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : $\{\emptyset\} \rightarrow \emptyset$

해설

원소가 없는 부분집합은 $\emptyset$ 이다. $\{\emptyset\}$ 은 $\emptyset$ 을 원소로 갖는 집합을 의미하므로 $\emptyset$ 과 $\{\emptyset\}$ 는 같지 않다.

14. $A_N = \{x|x \text{는 } n \text{의 약수, } n \text{은 } 100 \text{ 이하의 자연수}\}$ 일 때, $n((A_M \cup A_N) - (A_M - A_N)) = 3$ 을 만족하는 N 의 값을 모두 구하여라. [매점 5, 상하]

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

▷ 정답 : 9

▷ 정답 : 25

▷ 정답 : 49

해설

$$\begin{aligned} & (A_M \cup A_N) - (A_M - A_N) \\ &= (A_M \cup A_N) \cap (A_M \cap A_N^c)^c \\ &= (A_M \cup A_N) \cap (A_M^c \cup A_N) \\ &= A_N \cup (A_M \cap A_M^c) \\ &= A_N \\ \therefore n(A_N) &= 3 \\ A_N &= \left\{x \mid \frac{n}{x} = k, k \text{는 자연수}\right\} \text{ 일 때,} \\ n(A_N) &= 3 \text{ 을 만족하는 } N \text{ 은 } 4, 9, 25, 49 \text{ 이다.} \end{aligned}$$

15. 자연수 전체의 집합 N 의 부분집합인 집합 $A = \{a \mid a \in A \text{이면 } 48 \div a \in A, a \text{는 자연수}\}$ 의 모든 원소의 합을 구하여라. [매점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 124

해설

$A = \{a \mid a \in A \text{이면 } 48 \div a \in A, a \text{는 자연수}\}$ 조건으로 집합 A 의 원소는 48 의 약수라는 것을 알 수 있다.
48 의 약수는 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 16, 24, 48 이므로
집합 A 의 모든 원소의 합은 $1 + 2 + 3 + 4 + 6 + 8 + 12 + 16 + 24 + 48 = 124$