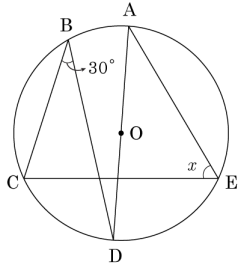


단원 종합 평가

1. 다음 그림에서 $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



[배점 3, 중하]

▶ 답 :

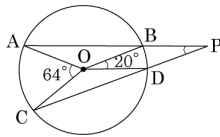
▶ 정답 : 60°

해설

점 D 와 점 E 를 이으면 $\angle CED = 30^\circ$

$\therefore \angle x = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$

2. 다음 그림에서 점 P 는 원 O 의 현 AB, CD 의 연장선이 만나는 점이다. $\angle BPD$ 의 크기를 구하여라.



[배점 3, 중하]

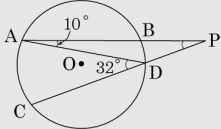
▶ 답 :

▶ 정답 : 22°

해설

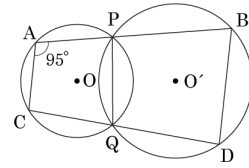
$$\angle ADC = \frac{1}{2} \angle AOC = 32^\circ$$

$$\angle BAD = \frac{1}{2} \angle BOD = 10^\circ$$



$$\therefore \angle BPD = 32^\circ - 10^\circ = 22^\circ$$

3. 다음 그림에서 $\overline{PQ}$ 는 두 원 O, O' 의 공통현이다. $\angle CAP = 95^\circ$ 일 때, $\angle DBP$ 의 크기는?



[배점 4, 중중]

① 70°

② 80°

③ 85°

④ 90°

⑤ 95°

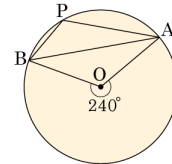
해설

$$\angle CAP = \angle PQD = 95^\circ$$

$$\angle DBP + 95 = 180^\circ$$

$$\angle DBP = 85^\circ$$

4. 다음 그림에서 $\angle AOB = 240^\circ$ 이고, $\widehat{PA} : \widehat{PB} = 2 : 1$ 일 때, $\angle PAB$ 의 크기는?



[배점 4, 중중]

① 10°

② 15°

③ 20°

④ 25°

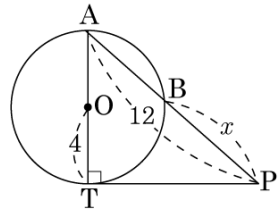
⑤ 30°

해설

$\widehat{PA} : \widehat{PB} = 2 : 1$ 이므로 $\angle PAB = \angle x$ 라고 하면,
 $\angle PBA = 2\angle x$, $\angle APB = 120^\circ$ 이므로 $\angle x + 2\angle x = 60^\circ$

$$\therefore \angle x = 20^\circ$$

5. 다음 그림에서 $\overline{PT}$ 는 원 O 의 접선이고, T 는 접점이다. x 의 값을 구하여라.



[배점 4, 중중]

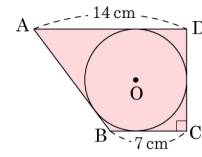
▶ 답:

▶ 정답: $\frac{20}{3}$

해설

$$\begin{aligned}\overline{AT} = 8, \overline{AP} = 12 \text{ 이므로} \\ \overline{PT} &= \sqrt{12^2 - 8^2} = \sqrt{144 - 64} \\ &= \sqrt{80} = 4\sqrt{5} \\ (4\sqrt{5})^2 &= x \times 12, 80 = 12x \\ \therefore x &= \frac{80}{12} = \frac{20}{3}\end{aligned}$$

6. 다음 그림에서 $\square ABCD$ 에 내접하는 원 O 의 둘레의 길이를 구하여라.



[배점 5, 중상]

▶ 답:

▶ 정답: $\frac{28}{3}\pi \text{ cm}$

해설

반지름을 $r\text{cm}$ 라 하면

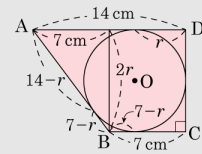
$$(14 - r + 7 - r)^2 = 7^2 + (2r)^2$$

$$(21 - 2r)^2 = 49 + 4r^2$$

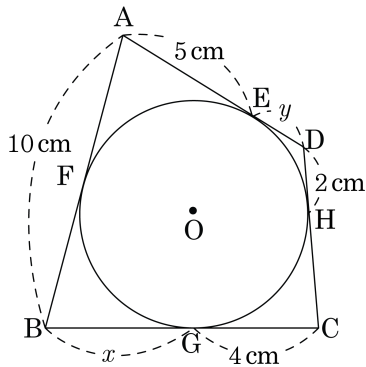
$$441 - 84r + 4r^2 = 49 + 4r^2 \quad 84r = 392$$

$$\therefore r = \frac{392}{84} = \frac{14}{3} (\text{cm})$$

$$(\text{원의 둘레}) = 2\pi \times \frac{14}{3} = \frac{28}{3}\pi (\text{cm})$$



7. 다음 그림과 같이 $\square ABCD$ 가 원 O 에 외접할 때, x, y 의 길이를 구하여라.



[배점 5, 중상]

▶ 답:

▶ 답:

▶ 정답: $x = 5 \text{ cm}$

▶ 정답: $y = 2 \text{ cm}$

해설

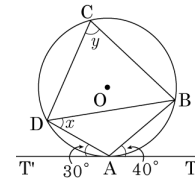
$$\overline{AF} = \overline{AE} = 5(\text{cm})$$

$$\overline{DH} = \overline{ED} = 2(\text{cm})$$

$$\overline{BF} = \overline{BG} = 5(\text{cm})$$

$$\therefore x = 5(\text{cm}), y = 2(\text{cm})$$

8. 다음 그림에서 직선 AT 는 원 O 의 접선이고 점 A 는 그 접점이다. $\angle x, \angle y$ 의 값을 각각 구하여라.



[배점 5, 중상]

▶ 답:

▶ 답:

▶ 정답: $\angle x = 40^\circ$

▶ 정답: $\angle y = 70^\circ$

해설

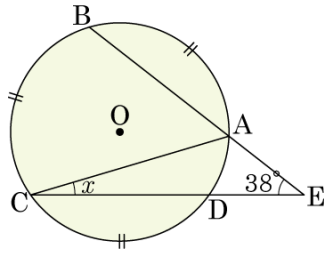
$$\angle BAT = \angle x = 40^\circ$$

$$\angle DAT' = \angle DBA = 30^\circ$$

$$\angle DAB = 180^\circ - 40^\circ - 30^\circ = 110^\circ$$

$$\therefore \angle y = 180^\circ - 110^\circ = 70^\circ$$

9. 다음 그림에서 원 위에 $\widehat{AB} = \widehat{BC} = \widehat{CD}$ 인 점 A, B, C, D 를 잡고, 직선 AB 와 직선 CD 의 교점을 E 라 한다. $\angle E = 38^\circ$ 일 때, $\angle ACD$ 의 크기를 구하여라.



[배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 16.5°

해설

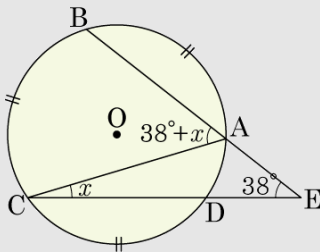
$\widehat{AB}, \widehat{BC}, \widehat{CD}, \widehat{AD}$ 의 원주각의 합은

$$3(38^\circ + x) + x = 180^\circ,$$

$$114^\circ + 3x + x = 180^\circ$$

$$4x = 66^\circ$$

$$\therefore x = 16.5^\circ$$



10. 다음 한 원과 직선에 대한 설명 중 잘못된 것은?

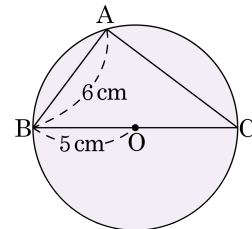
[배점 5, 상하]

- ① 크기가 같은 두 중심각에 대한 현의 길이와 호의 길이는 각각 같다.
- ② 중심에서 현에 내린 수선은 그 현을 이등분한다.
- ③ 길이가 같은 현은 원의 중심에서 같은 거리에 있다.
- ④ 중심으로부터 같은 거리에 있는 현의 길이는 같다.
- ⑤ 현의 이등분선은 그 원의 중심을 지난다.

해설

이등분선이 그 현의 수직이등분선일 때, 원의 중심을 지날 수 있다.

11. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 5cm 인 원에 내접하는 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = 6\text{cm}$ 일 때, $\overline{AC}$ 의 길이를 구하여라.



[배점 5, 상하]

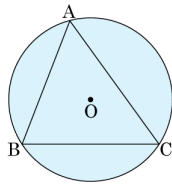
▶ 답:

▷ 정답: 8 cm

해설

$\triangle ABC$ 는 $\angle BAC = 90^\circ$ 인 직각삼각형이므로
 $\therefore \overline{AC} = \sqrt{10^2 - 6^2} = \sqrt{64} = 8(\text{cm})$

12. 다음 그림에서 원 O 는 $\triangle ABC$ 의 외접원이다.
 $\widehat{AB} : \widehat{BC} : \widehat{CA} = 6 : 5 : 7$ 일 때, $\angle A$, $\angle B$, $\angle C$ 의 크기를 구하여라.



[배점 5, 상하]

▶ 답 :
 ▶ 답 :
 ▶ 답 :

▷ 정답 : $\angle A = 50^\circ$

▷ 정답 : $\angle B = 70^\circ$

▷ 정답 : $\angle C = 60^\circ$

해설

$$\widehat{AB} : \widehat{BC} : \widehat{CA} = 6 : 5 : 7 = \angle C : \angle A : \angle B$$

$$\angle A = 180^\circ \times \frac{5}{18} = 50^\circ$$

$$\angle B = 180^\circ \times \frac{7}{18} = 70^\circ$$

$$\angle C = 180^\circ \times \frac{6}{18} = 60^\circ$$

13. 원 O 의 외부에 있는 한 점 P 를 지나면서 원 O 와 접하는 접선과 원 O 의 교점을 T 라 하고, 직선 OP 를 지나는 직선이 원 O 와 만나는 직선을 P 에서 가까운 쪽부터 각각 A, B 라 할 때, $\overline{PT} = 3$, $\angle ABT = 30^\circ$ 이다. 이때, 원 O 의 넓이를 구하여라.

[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 3π

해설

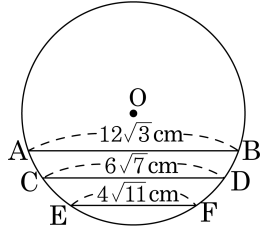
$\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OT}$ 이므로 삼각형 OBT 는 이등변 삼각형이므로, 삼각형 OPT 는 $\angle POT = 60^\circ$ 인 직각삼각형이다.

$$\overline{PT} : \overline{OT} = \sqrt{3} : 1, 3 : \overline{OT} = \sqrt{3} : 1$$

$$\therefore \overline{OT} = \sqrt{3}$$

따라서 원 O 의 넓이는 3π

14. 다음 그림과 같이 원 O 에 세 개의 현을 그었을 때 원의 중심 O 로부터 세 현까지의 거리의 비가 6 : 9 : 10 이 된다. 세 현의 길이가 각각 $12\sqrt{3}\text{cm}$, $6\sqrt{7}\text{cm}$, $4\sqrt{11}\text{cm}$ 일 때, 이 원의 반지름의 길이를 구하여라.



[배점 6, 상중]

▶ 답 :

▶ 정답 : 12

해설

원의 중심 O 에서 $\overline{AB}$, $\overline{CD}$, $\overline{EF}$ 에 내린 수선의 발을 각각 L, M, N 이라 하면
원의 중심 O 로부터 세 현까지의 거리의 비가 6 : 9 : 10 이므로

$$\overline{OL} = 6k, \overline{OM} = 9k, \overline{ON} = 10k$$

원 O 의 반지름의 길이를 r 이라 하고 $\triangle OAL$, $\triangle OCM$, $\triangle OEN$ 에서 각각 피타고라스의 정리를 이용하면

$$r^2 = (6k)^2 + (6\sqrt{3})^2 \dots ①$$

$$r^2 = (9k)^2 + (3\sqrt{7})^2 \dots ②$$

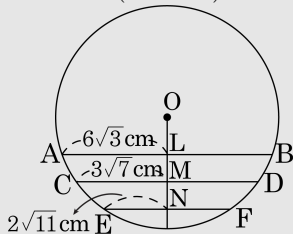
$$r^2 = (10k)^2 + (2\sqrt{11})^2 \dots ③$$

$$①, ② \text{에 의하여 } 36k^2 + 108 = 81k^2 + 63$$

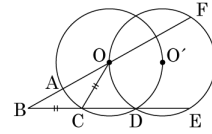
$$\therefore k = 1 (\because k > 0)$$

$$k = 1 \text{ 을 } ① \text{에 대입하면 } r^2 = 144$$

$$\therefore r = 12 (\because r > 0)$$



15. 다음 그림과 같이 크기가 같은 두 원 O, O' 이 서로 중심을 지나고 있다. $\overline{BC} = \overline{OC}$ 이고 $\widehat{AC} = 4\text{cm}$ 일 때, $\widehat{DEF}$ 의 길이를 구하여라.

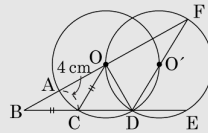


[배점 6, 상중]

▶ 답 :

▶ 정답 : 24 cm

해설



$\angle AOC = \angle ABC = x$ 라 하면

$\angle OCD = \angle ODC = 2x$ 이다.

$\angle FOD$ 는 $\triangle OBD$ 의 외각이므로

$\angle FOD = 3x$ 이다.

원 O' 에서 $\widehat{DEF}$ 의 중심각 $\angle DO'F = 6x$ 이다.

$\widehat{AC} : \widehat{DEF} = 1 : 6$

$$\therefore \widehat{DEF} = 6 \times 4 = 24 (\text{cm})$$