

실력 확인 문제

1. 다음 중 $x = -2$ 가 해가 되는 이차방정식은? (정답 2개) [배점 2, 하중]

- ① $x(x+2) = 0$ ② $x^2 + 2x - 3 = 0$
 ③ $x^2 + 6x + 8 = 0$ ④ $2x^2 - x - 1 = 0$
 ⑤ $2x^2 + 4 = 0$

해설

③ $(x+2)(x+4) = 0$

2. 이차방정식 $x^2 + 8x - a = 0$ 이 중근을 가질 때, 이차방정식 $x^2 + ax - 4a = 0$ 의 근을 구하면? [배점 2, 하중]

- ① $x = 4$ (중근) ② $x = 6$ (중근)
 ③ $x = 8$ (중근) ④ $x = 2$ 또는 $x = 8$
 ⑤ $x = 2$ 또는 $x = 6$

해설

중근을 가지므로
 $\frac{D}{4} = 4^2 + a = 0, a = -16$
 $x^2 - 16x + 64 = 0$
 $(x-8)^2 = 0$
 $\therefore x = 8$ (중근)

3. 이차방정식 $x^2 - x - 6 = 0$ 의 해를 구하여라.

[배점 2, 하중]

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 3$

▷ 정답 : $x = -2$

해설

$x^2 - x - 6 = 0$
 $(x-3)(x+2) = 0$
 $\therefore x = 3$ 또는 $x = -2$

4. 이차방정식 $2x^2 + 4ax - 3a - 4 = 0$ 의 한 근이 -1 일 때, 다른 한 근을 구하면? [배점 3, 하상]

- ① $-\frac{2}{7}$ ② $-\frac{3}{5}$ ③ $\frac{11}{7}$
 ④ $\frac{7}{5}$ ⑤ $\frac{5}{12}$

해설

$x = -1$ 을 대입하면
 $2 \times (-1)^2 + 4a \times (-1) - 3a - 4 = 0$
 $2 - 4a - 3a - 4 = 0, a = -\frac{2}{7}$
 $2x^2 - \frac{8}{7}x + \frac{6}{7} - 4 = 0, 7x^2 - 4x - 11 = 0$
 $(7x-11)(x+1) = 0$
 $x = \frac{11}{7}$ 또는 $x = -1$

5. 이차방정식 $(x-1)^2 = x-3$ 을 $ax^2 + bx + c = 0$ 의 꼴로 나타낼 때, $a-b+c$ 의 값을 구하면? (단, $a > 0$)
[배점 3, 하상]

① 4 ② 6 ③ 8 ④ 10 ⑤ 12

해설

주어진 식을 전개하고 정리하면 $x^2 - 3x + 4 = 0$
 $\therefore a = 1, b = -3, c = 4$, 따라서 $a - b + c = 8$

6. 이차방정식 $2x^2 + 3x - 2 = 0$ 을 풀면?
[배점 3, 하상]

① $x = 1$ 또는 $x = 2$
 ② $x = -1$ 또는 $x = 2$
 ③ $x = 1$ 또는 $x = -2$
 ④ $x = \frac{1}{2}$ 또는 $x = 1$
 ⑤ $x = -2$ 또는 $x = \frac{1}{2}$

해설

$2x^2 + 3x - 2 = 0$
 $(2x-1)(x+2) = 0$
 $\therefore x = \frac{1}{2}$ 또는 $x = -2$

7. 이차방정식 $2x^2 + ax + 5 = 0$ 의 해가 $x = -5$ 일 때, 상수 a 의 값과 그때의 다른 한 근의 합을 구하여라.
[배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: $\frac{21}{2}$

해설

$2x^2 + ax + 5 = 0$ 의
 해가 $x = -5$ 이므로 대입하면
 $50 - 5a + 5 = 0$
 $5a = 55$
 $\therefore a = 11$
 $2x^2 + 11x + 5 = 0$
 $(2x+1)(x+5) = 0$
 $x = -\frac{1}{2}$ 또는 $x = -5$
 따라서 $a + (\text{다른 한 근}) = 11 + \left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{21}{2}$ 이다.

8. 다음 중 이차방정식의 해가 모두 음수인 것은?
[배점 3, 중하]

① $x^2 + x - 2 = 0$ ② $x^2 + 4x = 0$
 ③ $2x^2 + 5x + 2 = 0$ ④ $2x^2 - 7x + 6 = 0$
 ⑤ $3x^2 - 27 = 0$

해설

③ $x = -\frac{1}{2}$ 또는 $x = -2$ 일 때 성립하므로 모두 음수이다.

9. 다음 보기 중 x 에 대한 이차방정식인 것은 모두 몇 개인지 말하여라.

보기

㉠ $(x+1)(x-3) = 0$

㉡ $x^2 - 2x + 3$

㉢ $x(2-x) = 1 - 2x^2$

㉣ $4x - 6 = 0$

㉤ $a^2 - 2a = 3$

㉥ $x(x-1) = x^2$

[배점 3, 중하]

▶ 답:

▶ 정답: 2 개

해설

- ㉠ 정리하면 $x^2 - 2x - 3 = 0$: x 에 대한 이차방정식이다.
- ㉡ x 에 대한 이차식이다.
- ㉢ 정리하면 $x^2 + 2x - 1 = 0$: x 에 대한 이차방정식이다.
- ㉣ x 에 대한 일차방정식이다.
- ㉤ a 에 대한 이차방정식이다.
- ㉥ 정리하면 $-x = 0$: x 에 대한 일차방정식이다.

10. 이차방정식 $(3x-1)(x+2) = 0$ 을 풀면?

[배점 3, 중하]

㉠ $x = \frac{1}{3}$ 또는 $x = -2$

㉡ $x = \frac{2}{3}$ 또는 $x = -2$

㉢ $x = \frac{1}{3}$ 또는 $x = 2$

㉣ $x = 1$ 또는 $x = -3$

㉤ $x = \frac{1}{2}$ 또는 $x = -3$

해설

각각의 항을 0 으로 만드는 수를 찾는다.

11. 이차방정식 $2(x-3)^2 - 8 = 0$ 의 해의 값을 구하여라.

[배점 3, 중하]

▶ 답:

▶ 답:

▶ 정답: $x = 5$

▶ 정답: $x = 1$

해설

$$2(x-3)^2 = 8$$

$$(x-3)^2 = 4$$

$$x-3 = \pm 2$$

$$\therefore x = 5, x = 1$$

12. $(x - y)(x - y - 4) + 4 = 0$ 일 때, $x - y$ 의 값은?
[배점 4, 중중]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$$\begin{aligned} (x - y)(x - y - 4) + 4 &= 0 \\ x - y \text{ 를 } A \text{ 로 치환하면,} \\ A(A - 4) + 4 &= 0 \\ A^2 - 4A + 4 &= 0, (A - 2)^2 = 0 \\ (x - y - 2)^2 &= 0 \\ x - y - 2 &= 0 \\ \therefore x - y &= 2 \end{aligned}$$

13. 이차방정식 $5x^2 + ax - a - 1 = 0$ 의 두 근이 $x = -3$, $x = b$ 일 때, $\frac{b}{a}$ 의 값을 구하여라.
[배점 4, 중중]

▶ 답 :

▶ 정답 : $\frac{4}{55}$

해설

$$\begin{aligned} x = -3 \text{ 을 주어진 식에 대입하면} \\ 5 \times (-3)^2 - 3a - a - 1 &= 0, a = 11 \\ 5x^2 + 11x - 11 - 1 &= 0 \\ 5x^2 + 11x - 12 &= 0 \\ (5x - 4)(x + 3) &= 0 \\ x = \frac{4}{5}, x = -3 \\ \therefore b &= \frac{4}{5} \\ \frac{b}{a} &= \frac{4}{5} \times \frac{1}{11} = \frac{4}{55} \end{aligned}$$

14. 다음 이차방정식이 중근을 가질 때, 상수 k 의 값이 옳지 않은 것은?
[배점 4, 중중]

- ① $x^2 - 8x + k = 0 : k = 16$
② $x^2 + 12x + k = 0 : k = 36$
③ $x^2 + kx + 1 = 0 : k = \pm 2$
④ $x^2 - kx + 9 = 0 : k = -3$
⑤ $4x^2 + 8x + k = 0 : k = 4$

해설

④ $x^2 - kx + 9 = 0 : k = \pm 6$

15. 집합 $A = \{x | x^2 + x + a = 0\}$, $B = \{x | 3x^2 - bx + 6 = 0\}$ 에 대하여 $A \cap B = \{3\}$ 일 때, $A \cup B$ 를 구하면?
[배점 4, 중중]

- ① $\{-4, -3, \frac{2}{3}, 3\}$ ② $\{-4, 3, \frac{2}{3}\}$
③ $\{-4, 3\}$ ④ $\{-4, -3, 3\}$
⑤ $\{3, \frac{2}{3}\}$

해설

$$\begin{aligned} A \cap B &= \{3\} \text{ 이므로} \\ x = 3 \text{ 은 } x^2 + x + a &= 0, 3x^2 - bx + 6 = 0 \text{ 의} \\ \text{근이다.} \\ x = 3 \text{ 을 두 방정식에 각각 대입하면} \\ 9 + 3 + a &= 0 \quad \therefore a = -12 \\ 27 - 3b + 6 &= 0 \quad \therefore b = 11 \\ \text{따라서 집합 } A \text{ 는 } x^2 + x - 12 &= 0 \text{ 의 해집합이고} \\ \text{집합 } B \text{ 는 } 3x^2 - 11x + 6 &= 0 \text{ 의 해집합이다.} \\ \text{방정식의 해를 구하면 } A &= \{3, -4\}, B = \left\{\frac{2}{3}, 3\right\} \\ \therefore A \cup B &= \left\{-4, 3, \frac{2}{3}\right\} \end{aligned}$$

16. 다음은 이차방정식 $2x^2 - 3x - 2 = 0$ 의 해를 구하는 과정이다. 빈 칸에 들어 갈 숫자 중 다른 것과 다른 것은?

보기

$$2x^2 - 3x - 2 = 0$$

$$(x - \textcircled{1})(\textcircled{2}x + \textcircled{3}) = 0$$

$$x = \textcircled{4} \text{ 또는 } x = -\frac{1}{\textcircled{5}}$$

[배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : ③

해설

$$2x^2 - 3x - 2 = 0$$

$$(x - 2)(2x + 1) = 0$$

$$x = 2 \text{ 또는 } x = -\frac{1}{2}$$

3번만 들어 갈 숫자가 1 이다.

17. 이차방정식 $x^2 - 8x + m + 6 = 0$ 이 중근을 가질 때, 두 이차방정식 $(m - 6)x^2 - 6x - 10 = 0$, $x^2 - (m - 5)x - 6 = 0$ 이 공통으로 가지는 근을 구하여라.

[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = -1$

해설

$$x^2 - 8x + m + 6 = 0 \text{ 이 중근을 가지므로}$$

$$m + 6 = \left(\frac{-8}{2}\right)^2$$

$$\therefore m = 10$$

$$4x^2 - 6x - 10 = 0 \text{ 에서 } 2(2x - 5)(x + 1) = 0$$

이므로

$$x = \frac{5}{2} \text{ 또는 } x = -1$$

$$x^2 - 5x - 6 = 0 \text{ 에서 } (x + 1)(x - 6) = 0 \text{ 이므로}$$

$$x = -1 \text{ 또는 } x = 6$$

따라서 공통으로 가지는 근은 $x = -1$ 이다.

18. 두 집합 $A = \{x \mid 6x^2 + 9x - a = 0\}$, $B = \{x \mid 3x^2 + 8x + 4 = 0\}$ 에 대하여 $A \cup B = \left\{-2, -\frac{2}{3}, \frac{1}{2}\right\}$ 일 때, $A \cap B$ 를 구하여라.

[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : $\{-2\}$

해설

$$B = \{x \mid 3x^2 + 8x + 4 = 0\} = \{x \mid (x + 2)(3x + 2) = 0\}$$

$$\therefore B = \left\{-2, -\frac{2}{3}\right\}$$

$$\frac{1}{2} \in A \text{ 이므로 } x = \frac{1}{2} \text{ 를 } 6x^2 + 9x - a = 0 \text{ 에}$$

대입하면

$$6\left(\frac{1}{2}\right)^2 + 9 \cdot \frac{1}{2} - a = 0 \therefore a = 6$$

즉, $6x^2 + 9x - 6 = 0$ 이므로 $(2x - 1)(3x + 6) = 0$

$$\therefore x = -2 \text{ 또는 } x = \frac{1}{2}$$

$$\therefore A \cap B = \{-2\} \text{ 이다.}$$

19. 이차방정식 $(x - 11)^2 = \frac{a - 7}{4}$ 이 근을 갖도록 하는 상수 a 의 값 중 가장 작은 자연수의 값을 구하여라.

[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

$$\frac{a - 7}{4} \geq 0 \text{ 이므로}$$

$$a - 7 \geq 0$$

$$a \geq 7$$

$\therefore a$ 의 값이 될 수 있는 가장 작은 자연수는 7 이다.

20. 두 이차방정식 $ax^2 - 3x + b = 0$, $bx^2 - 3x + a = 0$
이 같은 근을 가질 때, $a + b$ 의 값은? (단, $a \neq b$)
[배점 5, 중상]

① -2 ② 0 ③ ± 1 ④ ± 3 ⑤ ± 5

해설

두 방정식의 같은 근(공통근)을 α 라 하면

$$a\alpha^2 - 3\alpha + b = 0 \cdots ①$$

$$b\alpha^2 - 3\alpha + a = 0 \cdots ②$$

$$① - ② \text{를 하면 } (a - b)\alpha^2 - (a - b) = 0$$

$$(a - b)(\alpha^2 - 1) = 0$$

$$a \neq b \text{ 이므로 } \alpha^2 - 1 = 0 \quad \alpha = \pm 1$$

$$\alpha = 1 \text{ 일 때, } ① \text{ 또는 } ② \text{에 대입하면 } a + b = 3$$

$$\alpha = -1 \text{ 일 때, } ① \text{ 또는 } ② \text{에 대입하면 } a + b = -3$$

$$\therefore a + b = \pm 3$$