

단원테스트 1차

1. 다음 표는 정수가 올해 시험을 쳐서 받은 수학점수이다. 평균이 80 점, 분산이 $\frac{146}{7}$ 일 때, 4 월과 7 월 시험 성적을 구하여라. (단, 4 월 보다 7 월 시험 성적이 더 우수하다.)

월	3	4	5	6	7	8	9
점수(점)	72	a	80	84	b	81	86

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 4 월시험 성적 75 점

▷ 정답 : 7 월시험 성적 82 점

해설

$$\frac{72 + a + 80 + 84 + b + 81 + 86}{7} = 80, a + b = 157 \text{ 이다.}$$

$$\frac{64 + (a - 80)^2 + 0 + 16 + (b - 80)^2 + 1 + 36}{7} = \frac{146}{7}, (a - 80)^2 + (b - 80)^2 = 29 \text{ 이다.}$$

두 식을 연립해서 풀면, $a = 75, b = 82$ 이다.

2. 다음 표는 5 명의 학생의 키를 나타낸 것이다. 평균이 175cm 이고 분산이 3.2 일 때, 준호와 성준의 키를 구하여라.(단, 준호의 키가 성준의 키보다 더 크다.)

학생	규호	준호	규철	성준	영훈
키(cm)	176	x	174	y	172

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 준호 : 177 cm

▷ 정답 : 성준 : 176 cm

해설

$$\frac{176 + x + 174 + y + 172}{5} = 175, x + y = 353 \text{ 이다.}$$

$$\frac{1 + (x - 175)^2 + 1 + (y - 175)^2 + 9}{5} = 3.2, (x - 175)^2 + (y - 175)^2 = 5 \text{ 이다.}$$

두 식을 연립해서 풀면, $x = 177, y = 176$ 이다.

3. 다음 표는 어느 반 학생 20 명의 영어와 수학 성적을 조사하여 만든 상관표이다. 다음 물음에 답하여라.

(단위:점)

영어 \ 수학	50	60	70	80	90	100	합계
100					1	1	2
90			2	2			4
80	1	1	3	1			6
70	1	3	1				5
60	1	1					2
50	1						1
합계	4	5	6	3	1	1	20

수학 성적의 평균을 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답 :
 ▷ 정답 : 67.5 점

해설

$$(50 \times 4 + 60 \times 5 + 70 \times 6 + 80 \times 3 + 90 + 100) \div 20 =$$

$$(200 + 300 + 420 + 240 + 90 + 100) \div 20 = 67.5$$

(점)

4. 다음 표는 어느 반 학생 20 명의 영어와 수학 성적을 조사하여 만든 상관표이다. 다음 물음에 답하여라.

(단위:점)

영어 \ 수학	50	60	70	80	90	100	합계
100					1	1	2
90			2	2			4
80	1	1	3	1			6
70	1	3	1				5
60	1	1					2
50	1						1
합계	4	5	6	3	1	1	20

영어와 수학 성적의 합이 140 점 이상인 학생은 전체의 몇 % 인가? [배점 4, 중중]

▶ 답 :
 ▷ 정답 : 60 %

해설

영어 \ 수학	60	70	80	90	100
100				1	1
90		2	2		
80	1	3	1		
70		1			

$$\frac{12}{20} \times 100 = 60(\%)$$

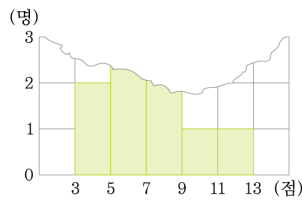
5. 다음 중에서 표준편차가 가장 큰 것을 고르면? [배점 4, 중중]

- ① 1, 10, 1, 10, 1, 10
- ② 4, 6, 4, 6, 4, 6
- ③ 1, 10, 3, 10, 5, 10
- ④ 5, 5, 5, 5, 5, 5
- ⑤ 4, 6, 4, 6, 1, 10

해설

① 각 변량들이 평균에서 가장 멀리 분포하고 있다.

6. 다음 그림은 A 반 학급 1 분단 학생 10 명의 수학 쪽지 시험의 성적을 조사하여 만든 것인데 일부가 찢어졌다. 계급값이 8인 학생이 전체의 20% 일 때, 전체 학생의 평균을 구하여라.



[배점 4, 중중]

▶ 답 :

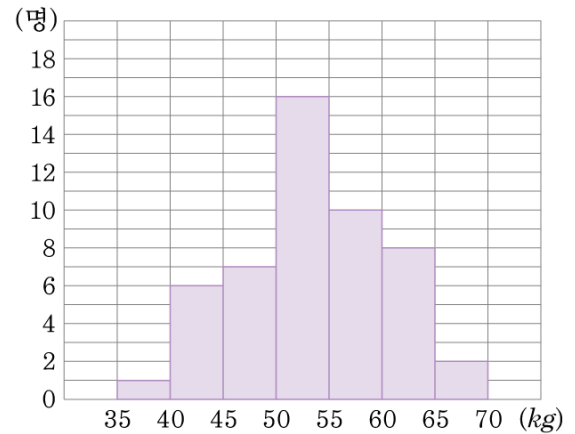
▷ 정답 : 7 점

해설

계급값 8 에 대한 도수는 $10 \times \frac{20}{100} = 2$ (명)
 한편, 계급값 6 에 대한 도수를 x 라고 하면 도수의
 합은 10 이므로 $10 - (2 + 2 + 1 + 1) = 4 \therefore x = 4$
 따라서 구하는 평균은

$$\frac{4 \times 2 + 6 \times 4 + 8 \times 2 + 10 \times 1 + 12 \times 1}{10} = \frac{8 + 24 + 16 + 10 + 12}{10} = 7$$
 (점) 이다.

7. 다음 그림은 지현이네 반의 학생들의 몸무게에 대한 조사 결과를 나타낸 히스토그램이다. 지현이네 반의 학생들의 몸무게의 평균을 구하여라. (소수점 첫째 자리까지 나타내어라)



[배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 53.5 kg

해설

$$\frac{37.5 \times 1 + 42.5 \times 6 + 47.5 \times 7 + 52.5 \times 16 + 57.5 \times 10 + 62.5 \times 2}{50} = 53.5$$
 (kg)

8. 네 수 a, b, c, d 의 평균이 1 이고, 표준편차가 3 일 때, $2a + 1, 2b + 1, 2c + 1, 2d + 1$ 의 평균과 분산의 합을 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답 :

▶ 정답 : 39

해설

네 수 a, b, c, d 의 평균이 1 이므로

$$\frac{a+b+c+d}{4} = 1$$

$$\therefore a+b+c+d = 4 \quad \cdots \cdots \textcircled{1}$$

또한, a, b, c, d 의 표준편차가 3 이므로 분산은

$3^2 = 9$ 이다. 즉,

$$\frac{(a-1)^2 + (b-1)^2 + (c-1)^2 + (d-1)^2}{4} = 9$$

$$(a-1)^2 + (b-1)^2 + (c-1)^2 + (d-1)^2 = 36$$

$$a^2 - 2a + 1 + b^2 - 2b + 1 + c^2 - 2c + 1 + d^2 - 2d + 1 = 36$$

$$a^2 + b^2 + c^2 + d^2 - 2(a+b+c+d) + 4 = 36$$

위의 식에 $\textcircled{1}$ 을 대입하면

$$a^2 + b^2 + c^2 + d^2 - 2 \times 4 + 4 = 36$$

$$\therefore a^2 + b^2 + c^2 + d^2 = 40$$

한편, $2a + 1, 2b + 1, 2c + 1, 2d + 1$ 의 평균은

$$\frac{(2a+1) + (2b+1) + (2c+1) + (2d+1)}{4}$$

$$= \frac{2(a+b+c+d) + 4}{4} = \frac{2 \times 4 + 4}{4} = 3$$

이고, 분산은

$$\frac{(2a+1-3)^2 + (2b+1-3)^2 + (2c+1-3)^2 + (2d+1-3)^2}{4}$$

$$= \frac{(2a-2)^2 + (2b-2)^2 + (2c-2)^2 + (2d-2)^2}{4}$$

$$= \frac{4(a^2 + b^2 + c^2 + d^2) - 8(a+b+c+d) + 16}{4}$$

$$= \frac{4 \times 40 - 8 \times 4 + 16}{4} = 36$$

따라서 평균과 분산의 합은 $3 + 36 = 39$ 이다.

9. 세 수 x, y, z 의 평균과 분산이 각각 5, 4 일 때, $\frac{1}{5}x, \frac{1}{5}y, \frac{1}{5}z$ 의 평균과 분산을 차례대로 나열한 것은? [배점 4, 중중]

① $1, \frac{4}{5}$

② $1, \frac{4}{25}$

③ $2, \frac{1}{5}$

④ $3, 4$

⑤ $4, \frac{1}{5}$

해설

세 수 x, y, z 의 평균이 5 이므로

$$\frac{x+y+z}{3} = 5$$

$$\therefore x+y+z = 15 \quad \cdots \cdots \textcircled{1}$$

또한, x, y, z 의 분산이 4 이므로

$$\frac{(x-5)^2 + (y-5)^2 + (z-5)^2}{3} = 4$$

$$(x-5)^2 + (y-5)^2 + (z-5)^2 = 12$$

$$x^2 - 10x + 25 + y^2 - 10y + 25 + z^2 - 10z + 25 = 12$$

$$x^2 + y^2 + z^2 - 10(x+y+z) + 75 = 12$$

위의 식에 $\textcircled{1}$ 을 대입하면

$$x^2 + y^2 + z^2 - 10 \times 15 + 75 = 12$$

$$\therefore x^2 + y^2 + z^2 = 87$$

따라서 $\frac{1}{5}x, \frac{1}{5}y, \frac{1}{5}z$ 의 평균은 $\frac{1}{3} \left(\frac{x}{5} + \frac{y}{5} + \frac{z}{5} \right) =$

$$\frac{1}{3} \times \frac{1}{5} (x+y+z) = 1 \text{ 이고, 분산은}$$

$$\frac{1}{3} \left\{ \left(\frac{1}{5}x - 1 \right)^2 + \left(\frac{1}{5}y - 1 \right)^2 + \left(\frac{1}{5}z - 1 \right)^2 \right\}$$

$$= \frac{1}{3} \left(\frac{1}{25}x^2 - \frac{2}{5}x + 1 + \frac{1}{25}y^2 - \frac{2}{5}y + 1 + \frac{1}{25}z^2 - \frac{2}{5}z + 1 \right)$$

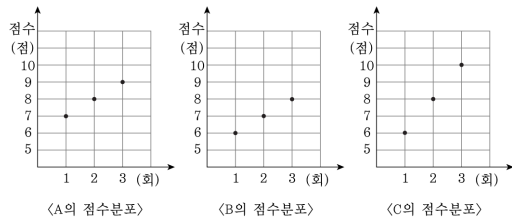
$$= \frac{1}{3} \left\{ \frac{1}{25}(x^2 + y^2 + z^2) - \frac{2}{5}(x+y+z) + 3 \right\}$$

$$= \frac{1}{3} \left(\frac{1}{25} \times 87 - \frac{2}{5} \times 15 + 3 \right)$$

$$= \frac{4}{25}$$

이다.

10. 다음은 양궁선수 A, B, C 가 3 회에 걸쳐 활을 쏜 기록을 나타낸 그래프이다.



A, B, C 의 활을 쏜 점수의 표준편차를 각각 a , b , c 라고 할 때, a , b , c 의 대소 관계는?

[배점 4, 중중]

- ① $a = b = c$ ② $a = b < c$ ③ $a < b = c$
 ④ $a = b > c$ ⑤ $a < b < c$

해설

표준편차는 자료가 흩어진 정도를 나타내므로 A, B 의 표준편차는 같고, C 의 표준편차는 A, B 의 표준편차보다 크다.

11. 다음은 다섯 명의 학생이 5 일 동안 받은 e-mail 의 개수를 나타낸 표이다. 이때, 표준편차가 가장 작은 사람은 누구인가?

	월요일	화요일	수요일	목요일	금요일
성재	5	2	5	5	2
선영	6	4	6	6	4
민지	10	10	10	11	10
성수	5	8	5	8	9
경희	7	1	7	1	9

[배점 4, 중중]

- ① 성재 ② 선영 ③ 민지
 ④ 성수 ⑤ 경희

해설

표준편차는 자료가 흩어진 정도를 나타내고, 표준편차가 작을수록 변량이 평균에서 더 가까워지므로 표준편차가 가장 작은 학생은 민지이다.

12. 다섯 개의 변량 5, 6, x , y , 7 의 평균이 8 이고, 분산이 5 일 때, $2, 3, \frac{1}{5}x^2, \frac{1}{5}y^2$ 의 평균은? [배점 4, 중중]

① 5 ② 7 ③ 9 ④ 11 ⑤ 13

해설

다섯 개의 변량 5, 6, x , y , 7 의 평균이 8 이므로
 $\frac{5+6+x+y+7}{5} = 8, \quad x+y+18 = 40$

$\therefore x+y = 22 \quad \dots\dots \textcircled{1}$

또, 분산이 5 이므로

$$\frac{(5-8)^2 + (6-8)^2 + (x-8)^2 + (y-8)^2 + (7-8)^2}{5} = 5$$

$$\frac{9+4+x^2-16x+64+y^2-16y+64+1}{5} = 5$$

$$\frac{x^2+y^2-16(x+y)+142}{5} = 5$$

$$x^2+y^2-16(x+y)+142 = 25$$

$$\therefore x^2+y^2-16(x+y) = -117 \quad \dots\dots \textcircled{2}$$

①의 식에 ②를 대입하면

$$x^2+y^2 = 16(x+y) - 117 = 16 \times 22 - 117$$

$$\therefore x^2+y^2 = 235$$

따라서 $1, 2, \frac{1}{5}x^2, \frac{1}{5}y^2$ 의 평균은

$$\frac{1}{4} \left(2+3+\frac{x^2}{5}+\frac{y^2}{5} \right) = \frac{1}{4} \left\{ 5+\frac{1}{5}(x^2+y^2) \right\} = 13 \text{ 이다.}$$

13. 세 수 x, y, z 의 평균과 분산이 각각 5, 3 일 때, $\frac{1}{2}x^2, \frac{1}{2}y^2, \frac{1}{2}z^2$ 의 평균은? [배점 4, 중중]

① 12 ② 14 ③ 16 ④ 18 ⑤ 20

해설

세 수 x, y, z 의 평균이 5 이므로

$$\frac{x+y+z}{3} = 5$$

$$\therefore x+y+z = 15 \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

또한, x, y, z 의 분산이 3 이므로

$$\frac{(x-5)^2 + (y-5)^2 + (z-5)^2}{3} = 3$$

$$(x-5)^2 + (y-5)^2 + (z-5)^2 = 9$$

$$x^2-10x+25+y^2-10y+25+z^2-10z+25 = 9$$

$$x^2+y^2+z^2-10(x+y+z)+75 = 9$$

위의 식에 ①을 대입하면

$$x^2+y^2+z^2-10 \times 15 + 75 = 9$$

$$\therefore x^2+y^2+z^2 = 84$$

따라서 $\frac{1}{2}x^2, \frac{1}{2}y^2, \frac{1}{2}z^2$ 의 평균은

$$\frac{1}{3} \left(\frac{x^2}{2} + \frac{y^2}{2} + \frac{z^2}{2} \right) = \frac{1}{6} (x^2+y^2+z^2) = \frac{84}{6} = 14 \text{ 이다.}$$

14. 다음 표는 중학교 6 명의 학생들의 국어 성적의 편차를 나타낸 것이다. 분산이 8 일 때, 두 상수 a, b 의 곱 ab 의 값은?

이름	성진	수민	영숙	희숙	경수	유민
편차(점)	-4	-3	a	2	3	b

[배점 4, 중중]

- ① -5 ② -4 ③ -3 ④ -2 ⑤ -1

해설

편차의 합은 0 이므로

$$-4 - 3 + a + 2 + 3 + b = 0$$

$$\therefore a + b = 2 \quad \cdots \cdots \textcircled{1}$$

또한, 분산은 8 이므로

$$\frac{(-4)^2 + (-3)^2 + a^2 + 2^2 + 3^2 + b^2}{6} = 8$$

$$a^2 + b^2 + 38 = 48$$

$$a^2 + b^2 = 10 \quad \cdots \cdots \textcircled{2}$$

$(a + b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$ 에 $\textcircled{1}$, $\textcircled{2}$ 을 대입하면

$$2^2 = 10 + 2ab, \quad 2ab = -6 \quad \therefore ab = -3$$

15. 다음은 A, B, C, D, E 다섯 학급에 대한 학생들의 평균 몸무게에 대한 편차를 나타낸 표이다. 이 다섯 학급의 몸무게의 평균이 65kg 일 때, A 학급의 몸무게와 다섯 학급의 표준편차를 차례대로 나열한 것은? (단, 각 학급의 학생 수는 모두 같다.)

학급	A	B	C	D	E
편차(kg)	-2	1	3	0	x

[배점 4, 중중]

- ① 60kg, $\sqrt{2}$ kg ② 61kg, $\sqrt{3}$ kg
 ③ 62kg, 2kg ④ 63kg, $\sqrt{6}$ kg
 ⑤ 63kg, $\sqrt{7}$ kg

해설

$$A \text{ 학급의 몸무게는 } 65 + (-2) = 63(\text{kg})$$

또한, 편차의 합은 0 이므로

$$-1 + 2 + 3 + 0 + x = 0, \quad x + 4 = 0 \quad \therefore x = -4$$

따라서 분산이

$$\frac{(-2)^2 + 1^2 + 3^2 + 0^2 + (-4)^2}{5} = \frac{30}{5} = 6$$

이므로 표준편차는 $\sqrt{6}$ kg 이다.

16. 수진이의 4 회에 걸친 영어 단어 쪽지 시험의 성적의 평균이 8.5 점이었다. 5 회 째의 시험 성적이 떨어져 5 회까지의 평균이 4 회까지의 평균보다 1 점 내렸다면 5 회 째의 성적을 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답 :

▶ 정답 : 3.5 점

해설

4 회까지의 평균이 8.5 점이므로 4 회 시험까지의 총점은

$$8.5 \times 4 = 34 \text{ (점)}$$

5 회까지의 평균은 8.5 점에서 1 점이 내린 7.5 점 이므로 5 회째의 성적을 x 점이라고 하면

$$\frac{34+x}{5} = 7.5, \quad 34+x = 37.5 \quad \therefore x = 3.5 \text{ (점)}$$

17. 성진이의 4 회에 걸친 음악 실기 성적이 87, 92, 86, 88 이다. 다음 시험에서 몇 점 이상을 받아야 평균이 90 점 이상이 되는지 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답 :

▶ 정답 : 97 점

해설

다음에 받아야 할 점수를 x 점이라고 하면

$$(\text{평균}) = \frac{87+92+86+88+x}{5} =$$

$$90, \quad \frac{353+x}{5} = 90, \quad 353+x = 450 \quad \therefore x = 97$$

따라서 97 점 이상을 받으면 평균 90 점 이상이 될 수 있다.

18. 다섯 개의 변량 5, 7, x , y , 8 의 평균이 6 이고, 분산이 5 일 때, $2xy$ 의 값을 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답 :

▶ 정답 : 33

해설

다섯 개의 변량 5, 7, x , y , 8 의 평균이 6 이므로

$$\frac{5+7+x+y+8}{5} = 6, \quad x+y+20 = 30$$

$$\therefore x+y = 10 \quad \dots\dots \textcircled{A}$$

또, 분산이 5 이므로

$$\frac{(5-6)^2 + (7-6)^2 + (x-6)^2 + (y-6)^2 + (8-6)^2}{5} =$$

$$\frac{5}{1+1+x^2-12x+36+y^2-12y+36+4} = 5$$

$$\frac{x^2+y^2-12(x+y)+78}{5} = 5$$

$$x^2+y^2-12(x+y)+78 = 25$$

$$\therefore x^2+y^2-12(x+y) = -53 \quad \dots\dots \textcircled{B}$$

①의 식에 ②을 대입하면

$$x^2+y^2 = 12(x+y) - 53 = 12 \times 10 - 53 = 67$$

$$\therefore x^2+y^2 = 67 \quad \dots\dots \textcircled{C}$$

$$(x+y)^2 = x^2+y^2+2xy, \quad 10^2 = 67+2xy, \quad 2xy = 33$$

$$\therefore 2xy = 33$$

19. 다섯 개의 수 5, 3, a , b , 10 의 평균이 4 이고, 분산이 4 일 때, $a^2 + b^2$ 의 값을 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

다섯 개의 수 5, 3, a , b , 10 의 평균이 4 이므로
 $\frac{5 + 3 + a + b + 10}{5} = 4$, $a + b + 18 = 20$

$\therefore a + b = 2 \dots \textcircled{1}$

또, 분산이 4 이므로
 $\frac{(5-4)^2 + (3-4)^2 + (a-4)^2 + (b-4)^2}{5} = 4$

$\frac{1 + 1 + a^2 - 8a + 16 + b^2 - 8b + 16}{5} = 4$

$\frac{a^2 + b^2 - 8(a+b) + 34}{5} = 4$

$a^2 + b^2 - 8(a+b) + 34 = 20$

$\therefore a^2 + b^2 - 8(a+b) = -14 \dots \textcircled{2}$

$\textcircled{2}$ 의 식에 $\textcircled{1}$ 을 대입하면

$\therefore a^2 + b^2 = 8(a+b) - 14 = 8 \times 2 - 14 = 2$

20. 다음은 성희네 반 학생 20 명의 수학 성적을 도수분포 표로 나타낸 것이다. 20 명의 수학 성적의 평균이 65 점일 때, x 의 값은?

[배점 4, 중중]

- ☒ ① 2 ② 3 ③ 4
 ④ 5 ⑤ 6

계급(점)	도수(명)
30 ^{이상} ~ 40 ^{미만}	3
40 ~ 50	x
50 ~ 60	1
60 ~ 70	y
70 ~ 80	4
80 ~ 90	2
90 ~ 100	2
합계	20

해설

전체 학생 수가 20 이므로

$3 + x + 1 + y + 4 + 2 + 2 = 20$

$x + y = 8 \dots \textcircled{1}$

20 명의 학생의 수학 성적의 평균이 65 점이므로
 $\frac{35 \times 3 + 45 \times x + 55 \times 1 + 65 \times y + 75 \times 4}{20} +$

$\frac{85 \times 2 + 95 \times 2}{20} = 65$

$\frac{820 + 45x + 65y}{20} = 65$, $45x + 65y = 480$

$9x + 13y = 96 \dots \textcircled{2}$

$\textcircled{1}$, $\textcircled{2}$ 을 연립하여 풀면 $x = 2$, $y = 6$

21. 다음 도수분포표는 A 중학교 3학년 1반 학생 25명의 중간고사 수학 성적으로 일부가 찢어져 버렸다. 60 점 이상 70 점 미만인 학생 수는?

[배점 4, 중중]

계급(점)	도수(명)
90 ^{이상} ~ 100 ^{미만}	1
80 ~ 90	3
70 ~ 80	4
60 ~ 70	
50 ~ 60	6
40 ~ 50	6
합계	25

① 1 명 ② 2 명

③ 3 명 ④ 4 명

⑤ 5 명

해설

전체 도수가 25 명,

60 점 이상 70 점 미만인 학생 수를 a 명이라고 하면

$$a = 25 - 1 - 3 - 4 - 6 - 6 = 5$$

22. 다음은 A, B, C, D, E 다섯 반에 대한 중간 고사 수학 성적의 평균과 표준편차를 나타낸 표이다. 다섯 반 중 성적이 가장 고른 반은? (단, 각 학급의 학생 수는 모두 같다.)

학급	A	B	C	D	E
평균(점)	67	77	65	70	68
표준편차(점)	2.1	2	1.3	1.4	1.9

[배점 4, 중중]

① A ② B ③ C ④ D ⑤ E

해설

표준편차가 작을수록 변량이 평균 주위에 더 집중된다. 따라서 성적이 가장 고른 반은 표준편차가 가장 작은 C이다.