단원테스트 1차

다음 표는 정수가 올해 시험을 쳐서 받은 수학점수이다. 평균이 80점, 분산이 1467 일 때, 4월과 7월 시험성적을 구하여라. (단, 4월 보다 7월 시험 성적이 더우수하다.)

월	3	4	5	6	7	8	9
점수(점)	72	a	80	84	b	81	86

[배점 3, 중하]

답:답:

정답: 4월시험 성적 75점

▷ 정답: 7월시험 성적 82점

해설

$$\frac{72+a+80+84+b+81+86}{7}=80\ ,\ a+b=$$

$$\frac{157\ \text{이다.}}{64+(a-80)^2+0+16+(b-80)^2+1+36}=$$

$$\frac{146}{7}\ ,\ (a-80)^2+(b-80)^2=29\ \text{이다.}$$
두 식을 연립해서 풀면, $a=75,\ b=82\ \text{이다.}$

2. 다음 표는 5 명의 학생의 키를 나타낸 것이다. 평균이 175cm 이고 분산이 3.2 일 때, 준호와 성준이의 키를 구하여라.(단, 준호의 키가 성준의 키보다 더 크다.)

학생	규호	준호	규철	성준	영훈
키(cm)	176	x	174	y	172

[배점 3, 중하]

답:답:

 ▶ 정답: 준호: 177 cm

 ▶ 정답: 성준: 176 cm

해설

$$\frac{176+x+174+y+172}{5}=175 , x+y=353$$
이다.
$$\frac{1+(x-175)^2+1+(y-175)^2+9}{5}=3.2 , (x-175)^2+(y-175)^2=5$$
이다. 두 식을 연립해서 풀면, $x=177, y=176$ 이다.

3. 다음 표는 어느 반 학생 20 명의 영어와 수학 성적을 조사하여 만든 상관표이다. 다음 물음에 답하여라.

						(단:	위:점)
영어 수학	50	60	70	80	90	100	합계
100					1	1	2
90			2	2			4
80	1	1	3	1			6
70	1	3	1				5
60	1	1					2
50	1						1
합계	4	5	6	3	1	1	20

수학 성적의 평균을 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답:

▷ 정답: 67.5 점

해설

 $(50 \times 4 + 60 \times 5 + 70 \times 6 + 80 \times 3 + 90 + 100) \div 20 =$ $(200 + 300 + 420 + 240 + 90 + 100) \div 20 = 67.5$ (점) 4. 다음 표는 어느 반 학생 20 명의 영어와 수학 성적을 조사하여 만든 상관표이다. 다음 물음에 답하여라.

						(단	위:점)
영어 수학	50	60	70	80	90	100	합계
100					1	1	2
90			2	2			4
80	1	1	3	1			6
70	1	3	1				5
60	1	1					2
50	1						1
합계	4	5	6	3	1	1	20

영어와 수학 성적의 합이 140 점 이상인 학생은 전체의 몇 % 인가? [배점 4, 중중]

▶ 답:

▷ 정답: 60 %

┎해설

영어 수학	60	70	80	90	100
100				1	1
90		2	2		
80	1	3	1		
70		1			

$$\frac{12}{20} \times 100 = 60(\frac{\%}{})$$

- 5. 다음 중에서 표준편차가 가장 큰 것을 고르면?[배점 4, 중중]
 - 1, 10, 1, 10, 1, 10
 - 2 4, 6, 4, 6, 4, 6
 - ③ 1, 10, 3, 10, 5, 10
 - 4 5, 5, 5, 5, 5
 - ⑤ 4, 6, 4, 6, 1, 10

해설

① 각 변량들이 평균에서 가장 멀리 분포하고 있다.

6. 다음 그림은 A 반 학급 1 분단 학생 10 명의 수학 쪽지 시험의 성적을 조사하여 만든 것인데 일부가 찢어졌다. 계급값이 8인 학생이 전체의 20% 일 때, 전체 학생의 평균을 구하여라.



[배점 4, 중중]

▶ 답:

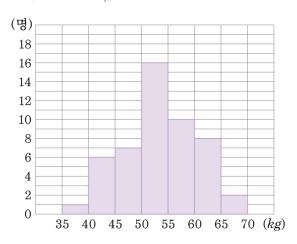
▷ 정답: 7점

해설

계급값 8 에 대한 도수는 $10 \times \frac{20}{100} = 2(\ \mbox{명})$ 한편, 계급값 6 에 대한 도수를 x 라고 하면 도수의 합은 10 이므로 10 - (2 + 2 + 1 + 1) = 4 $\therefore x = 4$ 따라서 구하는 평균은 $4 \times 2 + 6 \times 4 + 8 \times 2 + 10 \times 1 + 12 \times 1$

 $\frac{8+24+16+10+10}{10} = 7(점)$ 이다.

7. 다음 그림은 지현이네 반의 학생들의 몸무게에 대한 조사 결과를 나타낸 히스토그램이다. 지현이네 반의 학생들의 몸무게의 평균을 구하여라. (소수점 첫째 자리까지 나타내어라)



[배점 4, 중중]

▶ 답:

➢ 정답: 53.5 kg

해설

 $\underbrace{37.5 \times 1 + 42.5 \times 6 + 47.5 \times 7 + 52.5 \times 16 + 57.5}_{50} \times 10 + 62.$

 $53.5 (\,\mathrm{kg})$

8. 네 수 a, b, c, d 의 평균이 1 이고, 표준편차가 3 일 때, 2a+1, 2b+1, 2c+1, 2d+1 의 평균과 분산의 합을 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답:

➢ 정답: 39

9. 세 수 x, y, z 의 평균과 분산이 각각 5, 4 일 때, $\frac{1}{5}x$, $\frac{1}{5}y$, $\frac{1}{5}z$ 의 평균과 분산을 차례대로 나열한 것은?

① 1,
$$\frac{4}{5}$$

① 1,
$$\frac{4}{5}$$
 ② 1, $\frac{4}{25}$ ③ 2, $\frac{1}{5}$

$$32, \frac{1}{5}$$

$$\bigcirc$$
 4, $\frac{1}{5}$

에 수 a, b, c, d 의 평균이 1 이므로
$$\frac{a+b+c+d}{4} = 1$$
∴ a+b+c+d=4 ······⊙
또한, a, b, c, d 의 표준편차가 3 이므로 분산은
$$3^2 = 9 \text{ 이다. 즉,}$$

$$(a-1)^2 + (b-1)^2 + (c-1)^2 + (d-1)^2 = 9$$

$$(a-1)^2 + (b-1)^2 + (c-1)^2 + (d-1)^2 = 36$$

$$a^2 - 2a + 1 + b^2 - 2b + 1 + c^2 - 2c + 1 + d^2 - 2d + 1 = 36$$

$$a^2 + b^2 + c^2 + d^2 - 2(a+b+c+d) + 4 = 36$$
위의 식에 ③을 대입하면
$$a^2 + b^2 + c^2 + d^2 - 2 \times 4 + 4 = 36$$
∴ a² + b² + c² + d² = 40
한편, 2a + 1, 2b + 1, 2c + 1, 2d + 1 의 평균은
$$(2a + 1) + (2b + 1) + (2c + 1) + (2d + 1)$$

$$= \frac{2(a+b+c+d) + 4}{4} = \frac{2 \times 4 + 4}{4} = 3$$
이고, 분산은
$$(2a+1-3)^2 + (2b+1-3)^2 + (2c+1-3)^2 + (2d+1-2)^2$$

$$= \frac{(2a-2)^2 + (2b-2)^2 + (2c-2)^2 + (2d-2)^2}{4}$$

$$= \frac{4(a^2+b^2+c^2+d^2) - 8(a+b+c+d) + 16}{4}$$

$$= \frac{4 \times 40 - 8 \times 4 + 16}{4} = 36$$
따라서 평균과 분산의 함은 3 + 36 = 39 이다.

세수
$$x, y, z$$
의 평균이 5 이므로
$$\frac{x+y+z}{3} = 5$$

$$x + y + z = 15 \cdots \odot$$
또한, x, y, z 의 분산이 4 이므로
$$\frac{(x-5)^2 + (y-5)^2 + (z-5)^2}{3} = 4$$

$$(x-5)^2 + (y-5)^2 + (z-5)^2 = 12$$

$$x^2 - 10x + 25 + y^2 - 10y + 25 + z^2 - 10z + 25 = 12$$

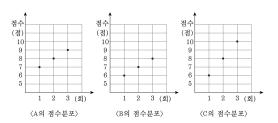
$$x^2 + y^2 + z^2 - 10(x + y + z) + 75 = 12$$
위의 식에 ①을 대입하면
$$x^2 + y^2 + z^2 = 87$$
따라서 $\frac{1}{5}x, \frac{1}{5}y, \frac{1}{5}z$ 의 평균은 $\frac{1}{3}\left(\frac{x}{5} + \frac{y}{5} + \frac{z}{5}\right) = \frac{1}{3}\left(\frac{1}{5}x - 1\right)^2 + \left(\frac{1}{5}y - 1\right)^2 + \left(\frac{1}{5}z - 1\right)^2\right}$

$$= \frac{1}{3}\left(\frac{1}{25}x^2 - \frac{2}{5}x + 1 + \frac{1}{25}y^2 - \frac{2}{5}y + 1 + \frac{1}{25}z^2 - \frac{2}{5}z + 1\right)$$

$$= \frac{1}{3}\left(\frac{1}{25} \times 87 - \frac{2}{5} \times 15 + 3\right)$$

$$= \frac{4}{25}$$
이다.

10. 다음은 양궁선수 A, B, C 가 3 회에 걸쳐 활을 쏜 기 록을 나타낸 그래프이다.



A, B, C 의 활을 쏜 점수의 표준편차를 각각 a, b, c라고 할 때, a, b, c 의 대소 관계는?

[배점 4, 중중]

- ① a = b = c
- ③ a < b = c

- $(4) \ a = b > c$ $(5) \ a < b < c$

해설

표준편차는 자료가 흩어진 정도를 나타내므로 A, B 의 표준편차는 같고, C 의 표준편차는 A, B 의 표쥰편차보다 크다.

11. 다음은 다섯 명의 학생이 5 일 동안 받은 e - mail 의 개수를 나타낸 표이다. 이때, 표준편차가 가장 작은 사 람은 누구인가?

	월요일	화요일	수요일	목요일	금요일
성재	5	2	5	5	2
선영	6	4	6	6	4
민지	10	10	10	11	10
성수	5	8	5	8	9
경희	7	1	7	1	9

[배점 4, 중중]

- ① 성재
- ② 선영

- ④ 성수
- ⑤ 경희

표준편차는 자료가 흩어진 정도를 나타내고, 표준 편차가 작을수록 변량이 평균에서 더 가까워지므 로 표준편차가 가장 작은 학생은 민지이다.

12. 다섯 개의 변량 5, 6, x, y, 7의 평균이 8이고, 분산이 5 일 때, 2, 3, $\frac{1}{5}x^2$, $\frac{1}{5}y^2$ 의 평균은?

[배점 4, 중중]

- ① 5
- ② 7
- 3 9
- 4 11

해설

다섯 개의 변량 5, 6,
$$x$$
, y , 7 의 평균이 8 이므로 $\frac{5+6+x+y+7}{5}=8$, $x+y+18=40$

$$\therefore x + y = 22 \quad \cdots \quad \bigcirc$$

또, 분산이 5 이므로
$$\frac{(5-8)^2 + (6-8)^2 + (x-8)^2 + (y-8)^2 + (7-8)^2}{5} =$$

$$\frac{5}{9+4+x^2-16x+64+y^2-16y+64+1} = 5$$
$$\frac{x^2+y^2-16(x+y)+142}{5} = 5$$

$$x^2 + y^2 - 16(x + y) + 142 = 25$$

$$\therefore x^2 + y^2 - 16(x+y) = -117 \quad \cdots \quad \bigcirc$$

©의 식에 ①을 대입하면

$$x^2 + y^2 = 16(x+y) - 117 = 16 \times 22 - 117$$

$$x^2 + y^2 = 235$$

따라서 1, 2,
$$\frac{1}{5}x^2$$
, $\frac{1}{5}y^2$ 의 평균은

..
$$x + y - 255$$
 따라서 $1, 2, \frac{1}{5}x^2, \frac{1}{5}y^2$ 의 평균은
$$\frac{1}{4}\left(2+3+\frac{x^2}{5}+\frac{y^2}{5}\right) = \frac{1}{4}\left\{5+\frac{1}{5}(x^2+y^2)\right\} = 13$$
이다.

- 13. 세 수 x, y, z 의 평균과 분산이 각각 5, 3 일 때, $\frac{1}{2}x^2$, $\frac{1}{2}y^2$, $\frac{1}{2}z^2$ 의 평균은? [배점 4, 중중]

 - ① 12 ② 14
- ③ 16
- 4 18
- (5) 20

세 수
$$x$$
, y , z 의 평균이 5 이므로
$$\frac{x+y+z}{3}=5$$

$$\therefore x + y + z = 15 \cdot \cdots \bigcirc$$

또한,
$$x$$
, y , z 의 분산이 3 이므로
$$\frac{(x-5)^2 + (y-5)^2 + (z-5)^2}{2} = 3$$

$$\frac{3}{(x-5)^2 + (y-5)^2 + (z-5)^2} = 9$$

$$x^2 - 10x + 25 + y^2 - 10y + 25 + z^2 - 10z + 25 = 9$$

$$x^2 + y^2 + z^2 - 10(x + y + z) + 75 = 9$$

위의 식에 ⇒을 대입하면

$$x^2 + y^2 + z^2 - 10 \times 15 + 75 = 9$$

$$\therefore x^2 + y^2 + z^2 = 84$$

따라서
$$\frac{1}{2}x^2$$
, $\frac{1}{2}y^2$, $\frac{1}{2}z^2$ 의 평균은

$$\frac{1}{3}\left(\frac{x^2}{2} + \frac{y^2}{2} + \frac{z^2}{2}\right) = \frac{1}{6}(x^2 + y^2 + z^2) = \frac{84}{6} = 14$$
이다.

14. 다음 표는 중학교 6 명의 학생들의 국어 성적의 편차를 나타낸 것이다. 분산이 8 일 때, 두 상수 a, b 의 곱 ab의 값은?

이름	성진	수민	영숙	희숙	경수	유민
편차(점)	-4	-3	a	2	3	b

[배점 4, 중중]

- ① -5 ② -4 ③ -3 ④ -2 ⑤ -1

해설

편차의 합은 0 이므로

$$-4 - 3 + a + 2 + 3 + b = 0$$

$$\therefore a+b=2 \cdots \bigcirc$$

또한, 분산은 8 이므로
$$\frac{(-4)^2 + (-3)^2 + a^2 + 2^2 + 3^2 + b^2}{6} = 8$$

$$a^2 + b^2 + 38 = 48$$

$$a^2 + b^2 = 10 \quad \cdots \quad \bigcirc$$

$$(a+b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$$
 에 \bigcirc , \bigcirc 을 대입하면

$$2^2 = 10 + 2ab$$
, $2ab = -6$: $ab = -3$

15. 다음은 A, B, C, D, E 다섯 학급에 대한 학생들의 평균 몸무게에 대한 편차를 나타낸 표이다. 이 다섯 학 급의 몸무게의 평균이 65kg 일 때, A 학급의 몸무게와 다섯 학급의 표준편차를 차례대로 나열한 것은? (단, 각 학급의 학생 수는 모두 같다.)

학급	А	В	С	D	Е
편차(kg)	-2	1	3	0	x

[배점 4, 중중]

- ① 60kg, $\sqrt{2}$ kg
- \bigcirc 61kg, $\sqrt{3}$ kg
- ③ 62kg, 2kg
- 4 63kg, $\sqrt{6}$ kg
- \bigcirc 63kg, $\sqrt{7}$ kg

해설

A 학급의 몸무게는 65 + (-2) = 63(kg)

또한, 편차의 합은 0 이므로

$$-1+2+3+0+x=0, x+4=0 \therefore x=-4$$

따라서 분산이
$$\frac{(-2)^2 + 1^2 + 3^2 + 0^2 + (-4)^2}{5} = \frac{30}{5} = 6$$

이므로 표준편차는 $\sqrt{6}$ kg 이다.

16. 수진이의 4 회에 걸친 영어 단어 쪽지 시험의 성적의 평균이 8.5 점이었다. 5 회 째의 시험 성적이 떨어져 5 회까지의 평균이 4 회까지의 평균보다 1 점 내렸다면 5 회 째의 성적을 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답:

▷ 정답: 3.5 점

해설

4 회까지의 평균이 8.5 점이므로 4 회 시험까지의 총점은

 $8.5 \times 4 = 34 (2)$

5 회까지의 평균은 8.5 점에서 1 점이 내린 7.5 점이므로 5 회째의 성적을 x 점이라고 하면 $\frac{34+x}{5}=7.5, \ 34+x=37.5 \ \therefore x=3.5(\ {\mbox{점}})$

17. 성진이의 4 회에 걸친 음악 실기 성적이 87, 92, 86, 88이다. 다음 시험에서 몇 점 이상을 받아야 평균이 90점 이상이 되는지 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답:

▷ 정답: 97 점

해설

다음에 받아야 할 점수를 x 점이라고 하면 (평균) = $\frac{87+92+86+88+x}{5}$ = $\frac{90}{5}$ = $\frac{353+x}{5}$ = 90, $\frac{353+x}{5}$ = 90, $\frac{353+x}{5}$ = 90 점 이상을 받으면 평균 90 점 이상이 될수 있다.

18. 다섯 개의 변량 5, 7, *x*, *y*, 8 의 평균이 6 이고, 분산이 5 일 때, 2*xy* 의 값을 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답:

➢ 정답: 33

해설

다섯 개의 변량 5, 7, x, y, 8 의 평균이 6 이므로 $\frac{5+7+x+y+8}{5}=6, \quad x+y+20=30$ $∴ <math>x+y=10 \cdot \cdots \cdot \bigcirc$ 또, 분산이 5 이므로 $\frac{(5-6)^2+(7-6)^2+(x-6)^2+(y-6)^2+(8-6)^2}{5}=\frac{1+1+x^2-12x+36+y^2-12y+36+4}{5}=5$ $\frac{x^2+y^2-12(x+y)+78}{5}=5$ $x^2+y^2-12(x+y)+78=25$

①의 식에 ①을 대입하면
$$x^2+y^2=12(x+y)-53=12\times 10-53=67$$
 $\therefore \ x^2+y^2=67 \ \cdots \cdots$ \bigcirc
$$(x+y)^2=x^2+y^2+2xy, \ 10^2=67+2xy, \ 2xy=67$$

 $\therefore x^2 + y^2 - 12(x+y) = -53 \quad \cdots \quad \bigcirc$

 $\therefore 2xy = 33$

- **19.** 다섯 개의 수 5, 3, a, b, 10 의 평균이 4 이고, 분산이 4 일 때, $a^2 + b^2$ 의 값을 구하여라. [배점 4, 중중]
 - ▶ 답:

▷ 정답: 2

다섯 개의 수 5, 3, a, b, 10 의 평균이 4 이므로 5 + 3 + a + b + 10 = 4, a + b + 18 = 20

$$\therefore a+b=2\cdots \bigcirc$$

또, 분산이 4 이므로

또, 문산이 4 이르토
$$\frac{(5-4)^2 + (3-4)^2 + (a-4)^2 + (b-4)^2}{(a-4)^2 + (a-4)^2 + (b-4)^2} = 4$$

$$\frac{1+1+a^2-8a+16+b^2-8b+16}{5} = 4$$

$$\frac{a^2 + b^2 - 8(a+b) + 34}{5} = 4$$

$$a^2 + b^2 - 8(a+b) + 34 = 20$$

$$a^2 + b^2 - 8(a+b) = -14 \cdots \bigcirc$$

©의 식에 **□을** 대입하면

$$\therefore a^2 + b^2 = 8(a+b) - 14 = 8 \times 2 - 14 = 2$$

20. 다음은 성희네 반 학생 20 명의 수학 성적을 도수분포 표로 나타낸 것이다. 20 명 의 수학 성적의 평균이 65 점일 때, x 의 값은?

[배점 4, 중중]

(1)	2
	_

② 3 ③ 4

4) 5
5) 6

계급(점)	도수(명)
30 [°] ~ 40 ^{미만}	3
40 ~ 50	x
50 ~ 60	1
60 ~ 70	y
70 ~ 80	4
80 ~ 90	2
90 ~ 100	2
합계	20

해설

전체 학생 수가 20 이므로

$$3 + x + 1 + y + 4 + 2 + 2 = 20$$

$$x + y = 8 \cdots \bigcirc$$

20 명의 학생의 수학 성적의 평균이 65 점이므로 $35 \times 3 + 45 \times x + 55 \times 1 + 65 \times y + 75 \times 4$

$$85 \times 2 + 95 \times 2$$
 $_{-65}$

$$\frac{\frac{69 \times 2 + 39 \times 2}{20}}{\frac{820 + 45x + 65y}{20}} = 65, \ 45x + 65y = 480$$

$$9x + 13y = 96 \cdot \cdot \cdot \bigcirc$$

 \bigcirc , \bigcirc 을 연립하여 풀면 $x=2,\ y=6$

21. 다음 도수분포표는 A 중학 교 3 학년 1 반 학생 25 명 의 중간고사 수학 성적으 로 일부가 찢어져 버렸다. 60 점 이상 70 점 미만인 학생 수는?

계급(점)	도수(명)
90 [°] ~ 100 ^{미만}	1
80 ~ 90	3
70 ~ 80	4
60 ~ 70	4
50 ~ 60	6
40 ~ 50	6
합계	25

[배점 4, 중중]

- ① 1명 ② 2명
- ③ 3 명 ④ 4 명
- ⑤ 5 명

전체 도수가 25 명,

60 점 이상 70 점 미만인 학생 수를 a 명이라고 하면

$$a = 25 - 1 - 3 - 4 - 6 - 6 = 5$$

22. 다음은 A, B, C, D, E 다섯 반에 대한 중간 고사 수학 성적의 평균과 표준편차를 나타낸 표이다. 다섯 반 중 성적이 가장 고른 반은? (단, 각 학급의 학생 수는 모두 같다.)

학급	Α	В	С	D	Е
평균(점)	67	77	65	70	68
표준편차(점)	2.1	2	1.3	1.4	1.9

[배점 4, 중중]

- ① A ② B

- ④ D ⑤ E

해설

표준편차가 작을수록 변량이 평균 주위에 더 집중 된다. 따라서 성적이 가장 고른 반은 표준편차가 가장 작은 C이다.