

실력 확인 문제

1. 연립부등식 $\begin{cases} 0.7x - 1.2 \leq 0.5x + 0.4 \\ \frac{x+2}{3} > 3 \end{cases}$ 을 만족하는 가장 작은 정수는? [배점 2, 하중]

① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

해설

$$\begin{cases} 0.7x - 1.2 \leq 0.5x + 0.4 \\ \frac{x+2}{3} > 3 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 7x - 12 \leq 5x + 4 \\ x + 2 > 9 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x \leq 8 \\ x > 5 \end{cases}$$

따라서 $5 < x \leq 8$ 이므로 가장 작은 정수는 6 이다.

2. 연립부등식 $\begin{cases} 3(x-2) \leq x-2 \\ x+2 > 1 \end{cases}$ 을 풀면? [배점 2, 하중]

① $-2 < x \leq 1$ ② $1 < x \leq 2$

③ $-1 \leq x < 2$ ④ $1 < x < 2$

⑤ $-1 < x \leq 2$

해설

$$\begin{cases} 3(x-2) \leq x-2 \\ x+2 > 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 3x - x \leq -2 + 6 \\ x > -1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x \leq 2 \\ x > -1 \end{cases}$$

$\therefore -1 < x \leq 2$

3. 연립부등식 $\begin{cases} x - 4 < 2x + 1 \\ 3x + 6 \leq -1 + 4 \end{cases}$ 를 풀면? [배점 2, 하중]

① $5 < x \leq 7$

② $\begin{cases} -5 < x \\ 7 \leq x \end{cases}$

③ $-5 < x \leq -3$

④ $-3 \leq x < 5$

⑤ $-7 \leq x < -5$

해설

$$\begin{cases} x - 4 < 2x + 1 \\ 3x + 6 \leq -1 + 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > -5 \\ x \leq -3 \end{cases}$$

$\therefore -5 < x \leq -3$

4. 다음 식에서 연립했을 때, 해가 $-2 \leq x < 7$ 이 되도록 하는 부등식을 찾아라.

보기

㉠ $x < 9$

㉡ $x \leq 5$

㉢ $x < 7$

㉣ $x \geq -2$

[배점 2, 하중]

▶ 답:

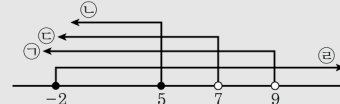
▶ 답:

▶ 정답: ㉣

▶ 정답: ㉣

해설

수직선에 나타내보면 다음과 같다.



따라서 ㉢과 ㉣을 연립했을 때 $-2 \leq x < 7$ 의 해가 나온다.

5. 다음 중 연립부등식 $\begin{cases} 5x + 3 < 18 \\ -3x + 2 < 0 \end{cases}$ 의 해가 아닌 것은?
[배점 2, 하중]

① 1 ② $\frac{6}{5}$ ③ $\frac{4}{3}$ ④ 2 ⑤ 3

해설

$$\begin{cases} 5x + 3 < 18 \\ -3x + 2 < 0 \end{cases} \text{ 을 풀면 } \begin{cases} x < 3 \\ x > \frac{2}{3} \end{cases} \text{ 이므로 } \frac{2}{3} < x < 3$$

6. 다음 일차부등식 중 두 부등식을 연립하여 풀었을 때, 해의 개수가 1인 것은?

보기

- ㉠ $3x - 1 \leq 2x + 5$
㉡ $2(3x + 1) \geq 5x + 8$
㉢ $\frac{x-2}{4} \leq \frac{4x}{3}$
㉣ $2x - 2 > 8 - 3x$

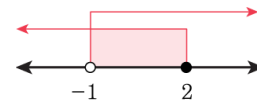
[배점 3, 하상]

- ① ㉠과 ㉡ ② ㉠과 ㉣ ③ ㉡과 ㉣
④ ㉡과 ㉣ ⑤ ㉢과 ㉣

해설

- ㉠ $3x - 1 \leq 2x + 5$ 에서 $x \leq 6$
㉡ $2(3x + 1) \geq 5x + 8$ 에서 $x \geq 6$
㉢ $\frac{x-2}{4} \leq \frac{4x}{3}$ 에서 $-\frac{6}{13} \leq x$
㉣ $2x - 2 > 8 - 3x$ 에서 $x > 2$
따라서 ㉠과 ㉡을 연립하였을 때 $x = 6$ 으로 해의 개수 1 개이다.

7. 다음 그림은 연립부등식 $\begin{cases} 5 - 3x < a \\ 2x + 3 \leq 7 \end{cases}$ 의 해를 수직선 위에 나타낸 것이다. 이때, 상수 a 의 값은?



[배점 3, 하상]

- ① 5 ② 6 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

해설

$$\begin{aligned} \text{(i) } 5 - 3x < a, x &> \frac{5-a}{3} \\ \text{(ii) } 2x + 3 &\leq 7, x \leq 2 \\ \frac{5-a}{3} < x \leq 2 \text{ 와 } -1 < x \leq 2 \text{ 가 같으므로} \\ \frac{5-a}{3} &= -1, 5-a = -3 \\ \therefore a &= 8 \end{aligned}$$

8. 연립부등식 $\begin{cases} x + 7 > 2a \\ 2x - 3 < 1 \end{cases}$ 의 해가 $-1 < x < 2$ 일 때, 상수 a 의 값을 구하여라.
[배점 3, 하상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 3

해설

$$\begin{aligned} x + 7 > 2a \text{ 에서 } x &> 2a - 7 \\ 2x - 3 < 1 \text{ 에서 } x &< 2 \\ 2a - 7 < x < 2 \\ \therefore 2a - 7 &= -1 \\ \therefore a &= 3 \end{aligned}$$

9. 연립부등식의 해가 $-2 < x < 3$ 일 때, 상수 a 의 값은?

$$\begin{cases} x - 4 > 3a \\ 4x - 5 < 7 \end{cases}$$

[배점 3, 하상]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$$\begin{cases} x - 4 > 3a \quad \dots \textcircled{1} \\ 4x - 5 < 7 \quad \dots \textcircled{2} \end{cases} \text{라 하고}$$

해를 구하면 ①에서 $x > 3a + 4$ 이고

②에서 $x < 3$ 이므로 공통 범위는

$$3a + 4 < x < 3$$

$$\therefore 3a + 4 = -2$$

$$\therefore a = -2$$

10. 두 집합 $A = \{x \mid 4x + 2 > x + 8\}$, $B = \{x \mid 9 > 2x - 1\}$ 에서 집합 $A^c \cap B$ 를 구하면?

[배점 3, 하상]

- ① $\{2 < x \leq 5\}$ ② $\{2 \leq x < 5\}$
 ③ $\{x > 5\}$ ④ $\{x \leq 2\}$
 ⑤ $\{x < 5\}$

해설

$$A : 4x + 2 > x + 8$$

$$4x - x > 8 - 2$$

$$3x > 6$$

$$\therefore x > 2$$

$$\therefore A^c = \{x \mid x \leq 2\} \dots \textcircled{1}$$

$$B : 9 > 2x - 1$$

$$2x - 1 < 9$$

$$2x < 9 + 1$$

$$\therefore x < 5 \dots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1}, \textcircled{2} \text{에서 } A^c \cap B = \{x \mid x \leq 2\}$$

11. 다음 부등식의 해집합을 S 라고 하면 $S = \{x \mid a < x \leq b\}$ 이다. 이 때, ab 의 값을 구하여라.

$$\begin{cases} 2x + 1 > -5 \\ \frac{x-5}{2} \leq \frac{x}{4} - 3 \end{cases} \quad [\text{배점 3, 하상}]$$

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ -5 ⑤ 6

해설

$$\begin{aligned} 2x + 1 &> -5 \\ 2x &> -5 - 1 \\ 2x &> -6 \\ \therefore x &> -3 \\ \frac{x-5}{2} &\leq \frac{x}{4} - 3 \\ 2(x-5) &\leq x - 12 \\ 2x - 10 &\leq x - 12 \\ 2x - x &\leq -12 + 10 \\ \therefore x &\leq -2 \end{aligned}$$

따라서 $-3 < x \leq -2$ 에서 $a = -3$, $b = -2$ 이므로 $ab = 6$ 이다.

12. 연립부등식 $\begin{cases} 4 - x < 3 \\ 3x + 1 \leq -5 \end{cases}$ 을 풀어라.

[배점 3, 하상]

▶ 답:

▶ 정답: 해가 없다.

해설

$$\begin{aligned} 4 - x &< 3, x > 1 \\ 3x + 1 &\leq -5, x \leq -2 \end{aligned}$$

따라서 $x \leq -2$, $x > 1$ 이므로 해가 없다.

13. 다음 연립부등식을 만족하는 정수의 개수를 구하여라.

$$\begin{cases} \frac{5x+2}{3} - \frac{3}{2}x < 2 \\ \frac{3x-1}{4} - \frac{x}{2} > -1 \end{cases}$$

[배점 3, 중하]

▶ 답:

▶ 정답: 10 개

해설

$$\begin{aligned} 3x - 1 - 2x &> -4 \quad \therefore x > -3 \\ 10x + 4 - 9x &< 12 \quad \therefore x < 8 \\ \therefore -3 &< x < 8 \end{aligned}$$

이므로 이를 만족하는 정수의 개수는 10개이다.

14. 연립부등식을 풀어서 범위를 구했을 때, 가장 많은 자연수를 포함하는 연립부등식을 골라라.

$$\begin{aligned} \text{㉠} & \begin{cases} \frac{2x-3}{5} < -\frac{1}{5}x + \frac{6}{5} \\ 3.5x + 0.5 \geq -\frac{(x+3)}{2} \end{cases} \\ \text{㉡} & \begin{cases} 0.3x + 1.4 \geq 0.2(x+5) \\ 4(0.2x - 1.3) < -0.5x \end{cases} \\ \text{㉢} & \begin{cases} -\frac{5x+2}{3} < -2x \\ 2(x-1) > \frac{5x-9}{3} \end{cases} \\ \text{㉣} & \begin{cases} -1.2(x-2) < 0.1x - 1.5 \\ 3(x-1) > \frac{x-9}{2} \end{cases} \end{aligned}$$

[배점 3, 중하]

▶ 답:

▶ 정답: ㉣

해설

$$\begin{aligned} \begin{cases} \frac{2x-3}{5} < -\frac{1}{5}x + \frac{6}{5} \\ 3.5x + 0.5 \geq -\frac{(x+3)}{2} \end{cases} & \rightarrow \begin{cases} 2x-3 < -x+6 \\ 7x+1 \geq -x-3 \end{cases} \\ \begin{cases} 3x < 9 \\ 8x \geq -4 \end{cases} & \rightarrow \begin{cases} x < 3 \\ x \geq -\frac{1}{2} \end{cases} \quad -\frac{1}{2} \leq x < 3 \\ \text{이므로 자연수는 } 1, 2 & \text{로 2개이다.} \\ \begin{cases} 0.3x + 1.4 \geq 0.2(x+5) \\ 4(0.2x - 1.3) < -0.5x \end{cases} & \rightarrow \begin{cases} 3x + 14 \geq 2(x+5) \\ 40(0.2x - 1.3) < -5x \end{cases} \\ \begin{cases} 3x + 14 \geq 2x + 10 \\ 8x - 52 < -5x \end{cases} & \rightarrow \begin{cases} x \geq -4 \\ x < 4 \end{cases} \quad -4 \leq x < 4 \\ \text{이므로 자연수는 } 1, 2, 3 & \text{으로 3개이다.} \\ \begin{cases} -\frac{5x+2}{3} < -2x \\ 2(x-1) > \frac{5x-9}{3} \end{cases} & \rightarrow \begin{cases} -5x+2 < -6x \\ 6(x-1) > 5x-9 \end{cases} \\ \begin{cases} x < -2 \\ x > -3 \end{cases} & \rightarrow -3 < x < -2 \\ \text{이므로 자연수는 } 1 & \text{로 1개이다.} \\ \begin{cases} -1.2(x-2) < 0.1x - 1.5 \\ 3(x-1) > \frac{x-9}{2} \end{cases} & \rightarrow \begin{cases} -12(x-2) < x-15 \\ 6(x-1) > x-9 \end{cases} \\ \begin{cases} -12x + 24 < x-15 \\ 5x > -3 \end{cases} & \rightarrow \begin{cases} 3 < x \\ x > -\frac{3}{5} \end{cases} \\ \text{이므로 자연수는 } 4, 5, 6, \dots & \text{으로 무수히 많다.} \end{aligned}$$

15. 연립부등식 $\begin{cases} 5x+7 \leq 3(x+a) \\ 3(x-1)+4 < 5x+25 \end{cases}$ 의 해가 $-b < x \leq -5$ 일 때, $\frac{b}{a}$ 의 값은? [배점 3, 중하]

- ㉠ -12 ㉡ -6 ㉢ 2
㉣ 6 ㉤ 12

해설

$$\begin{aligned} \begin{cases} 5x+7 \leq 3(x+a) \\ 3(x-1)+4 < 5x+25 \end{cases} & \rightarrow \begin{cases} 5x-3x \leq 3a-7 \\ 3x-5x < 25-1 \end{cases} \\ & \rightarrow \begin{cases} x \leq \frac{3a-7}{2} \\ x > -12 \end{cases} \\ -b = -12 \text{ 이고 } \frac{3a-7}{2} = -5 & \therefore a = -1, b = 12 \\ \frac{b}{a} = -12 \end{aligned}$$

16. 연립부등식 $\begin{cases} 5x-7 < 2x+2 \\ 2x+a > -x-4 \end{cases}$ 를 풀었더니 해가 $1 < x < b$ 가 되었다. 이 때, $a+b$ 의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▶ 정답: -4

해설

$$\begin{aligned} \begin{cases} 5x-7 < 2x+2 \\ 2x+a > -x-4 \end{cases} & \rightarrow \begin{cases} 5x-2x < 2+7 \\ 2x+x > -4-a \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x < 3 \\ x > \frac{-4-a}{3} \end{cases} \text{ 이므로} \\ b=3 \text{ 이 되고 } \frac{-4-a}{3} = 1 & \text{이 된다.} \\ \text{그러므로 } a = -7 & \text{이 된다.} \\ \text{따라서 } a+b \text{ 의 값은 } -7+3 = -4 & \text{이다.} \end{aligned}$$

17. 구슬을 보관함 1상자당 구슬을 4 개씩 넣으면 구슬이 5 개가 남고, 구슬을 5 개씩 넣으면 모두 넣을 수 있지만 마지막 보관함에는 구슬이 2 개 이상 4 개 이하가 들어간다. 보관함의 개수로 가능한 것의 개수로 틀린 것을 모두 고르면? [배점 3, 중하]

- ① 4 상자 ② 5 상자 ③ 6 상자
④ 7 상자 ⑤ 8 상자

해설

보관함 x 상자가 있다고 하면, 구슬의 수는 $(4x+5)$ 개이다. 구슬을 5 개씩 넣을 경우 $x-1$ 개까지는 5 개씩 들어가 있지만 마지막 보관함에는 2 개 이상 4 개 이하가 들어가게 된다. 2 개가 들어갈 경우를 식으로 나타내면, $5(x-1)+2$ 이고, 4 개가 들어갈 경우를 식으로 나타내면 $5(x-1)+4$ 이다. 구슬의 수는 보관함에 5 개씩 넣고 마지막 보관함에 2 개가 들어있는 경우와 4 개가 들어있는 경우 사이에 있으므로, 식으로 나타내면 $5(x-1)+2 \leq 4x+5 \leq 5(x-1)+4$ 이다. 이를 연립부등식으로 나타내면
$$\begin{cases} 5(x-1)+2 \leq 4x+5 \\ 4x+5 \leq 5(x-1)+4 \end{cases}$$
 이다. 간단히 정리하면
$$\begin{cases} x \leq 8 \\ x \geq 6 \end{cases}$$
 이므로 연립부등식의 해는 $6 \leq x \leq 8$ 이다. 따라서 보관함은 6상자 또는 7상자 또는 8상자가 있다.

18. 민수는 각각 a , $a+2$, $a+4$ 인 막대로 삼각형을 만들려고 한다. 민수가 삼각형을 만들 수 있는 a 의 범위를 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: $a > 2$

해설

삼각형은 가장 긴 변의 길이가 나머지 두 변의 길이의 합보다 작아야 하므로, $a+4 < a+(a+2)$ 이고 정리하면 $a > 2$ 이다.

19. 연립부등식
$$\begin{cases} 3x > a \\ 5x-1 \leq 4x+9 \end{cases}$$
 을 만족하는 정수의 개수가 4 일 때, a 의 값의 범위는? [배점 3, 중하]

- ① $16 \leq a < 17$ ② $17 \leq a < 19$
③ $18 \leq a < 19$ ④ $18 \leq a < 21$
⑤ $20 \leq a < 21$

해설

$5x-1 \leq 4x+9$ 를 풀면 $x \leq 10$ 이고, $3x > a$ 를 풀면 $x > \frac{a}{3}$ 이다. 따라서 $\frac{a}{3} < x \leq 10$ 이고 만족하는 정수의 개수가 4 개가 되기 위해서 $6 \leq \frac{a}{3} < 7$, 따라서 $18 \leq a < 21$ 이다.

20. 두 집합 A, B 에 대하여 $A = \left\{x \mid x + \frac{5}{2} \leq \frac{3}{2}x + 1\right\}$,
 $B = \left\{x \mid \frac{x}{9} - \frac{1}{3} \leq -\frac{1}{3}(x-1)\right\}$ 일 때, $A \cap B$ 는?
 [배점 4, 중중]

- ① $\emptyset$ ② $\{2\}$
 ③ $\{3, 4\}$ ④ $\{x \mid x < 2\}$
 ⑤ $\{x \mid x \geq 3\}$

해설

$$A = \left\{x \mid x + \frac{5}{2} \leq \frac{3}{2}x + 1\right\} = \{x \mid x \geq 3\}$$

$$B = \left\{x \mid \frac{x}{9} - \frac{1}{3} \leq -\frac{1}{3}(x-1)\right\} = \left\{x \mid x \leq \frac{3}{2}\right\}$$

$$\therefore A \cap B = \emptyset$$

21. 두 집합 $\begin{cases} A = \{x \mid 3(2x-1) > 2(x+6)\} \\ B = \{x \mid 2(x+6) \leq 5(x+1)\} \end{cases}$ 에 대하여 $A^C \cap B$ 를 구하여라. [배점 4, 중중]

- ① $A^C \cap B = \left\{x \mid \frac{7}{3} \leq x < \frac{15}{4}\right\}$
 ② $A^C \cap B = \left\{x \mid \frac{7}{3} \leq x < \frac{15}{4}\right\}$
 ③ $A^C \cap B = \{x \mid 2 \leq x < 5\}$
 ④ $A^C \cap B = \left\{x \mid \frac{7}{3} \leq x \leq \frac{15}{4}\right\}$
 ⑤ $A^C \cap B = \left\{x \mid \frac{7}{3} < x < 5\right\}$

해설

$$A : 3(2x-1) > 2(x+6) \Rightarrow 6x-3 > 2x+12$$

$$\Rightarrow 4x > 15 \Rightarrow x > \frac{15}{4}$$

$$B : 2(x+6) \leq 5(x+1) \Rightarrow 2x+12 \leq 5x+5$$

$$\Rightarrow x \geq \frac{7}{3}$$

$$\therefore A^C \cap B = \left\{x \mid \frac{7}{3} \leq x \leq \frac{15}{4}\right\}$$

22. 두 집합 $A = \{x \mid x+3 > 2x+a\}$, $B = \{x \mid 2x-6 > x\}$ 에서 $A \cap B = \emptyset$ 이기 위한 정수 a 의 최솟값은?
 [배점 4, 중중]

- ① 1 ② -1 ③ -3 ④ -5 ⑤ -7

해설

$$A = \{x \mid x < 3-a\}, B = \{x \mid x > 6\}$$

$$A \cap B = \emptyset \text{ 이기 위해서는}$$

$$3-a \leq 6 \text{ 이어야 한다.}$$

$$a \geq -3$$

따라서 최솟값은 -3

23. $0.2x-3 < \frac{1}{2}x - \frac{3}{10} \leq 3-0.6x$ 의 해가 $a < x \leq b$ 일 때, $b-a$ 의 값은?
 [배점 4, 중중]

- ① 4 ② 6 ③ 8 ④ 10 ⑤ 12

해설

i) $0.2x-3 < \frac{1}{2}x - \frac{3}{10}$ 의 양변에 10을 곱하면

$$2x-30 < 5x-3$$

$$-3x < 27$$

$$x > -9$$

ii) $\frac{1}{2}x - \frac{3}{10} \leq 3-0.6x$ 의 양변에 10을 곱하면

$$5x-3 \leq 30-6x$$

$$11x \leq 33$$

$$x \leq 3$$

i), ii)에서 공통된 범위의 해를 구하면 $-9 < x \leq 3$ 이므로 $a = -9, b = 3$ 이다.

따라서 $b-a = 3 - (-9) = 12$

24. 연립부등식 $\begin{cases} 5(x-9) < 4x-7 \\ 4x-7 \leq 5(x-8) \end{cases}$ 을 만족하는 해집합 중에서 가장 작은 정수는? [배점 4, 중중]

① 33 ② 34 ③ 35 ④ 36 ⑤ 37

해설

$$\begin{aligned} 5x - 45 < 4x - 7, & \quad x < 38 \\ 4x - 7 \leq 5(x - 8), & \quad 33 \leq x \\ \therefore 33 \leq x < 38 \end{aligned}$$

25. 두 집합 $A = \{x | 2x - 3 > 5\}$, $B = \{x | 3x - 2 < 2x + 7\}$ 에 대하여 $A \cap B$ 는? [배점 4, 중중]

- ① $\{x | 2 < x < 5\}$ ② $\{x | 2 < x < 9\}$
 ③ $\{x | 4 < x < 5\}$ ④ $\{x | 4 < x < 9\}$
 ⑤ $\{x | 5 < x < 9\}$

해설

$$\begin{aligned} A : 2x - 3 > 5 & \Rightarrow x > 4 \\ B : 3x - 2 < 2x + 7 & \Rightarrow x < 9 \\ \text{따라서 } A \cap B & = \{x | 4 < x < 9\} \end{aligned}$$