문제 풀이 과제

1. x 가 -1 보다 -3 만큼 작은 정수이다. x, $-x$, -3 의 대소 관계를 바르게 표현한 것은? [배점 2, 하하]

① $x < -x < -3$　② $-3 < x < -x$

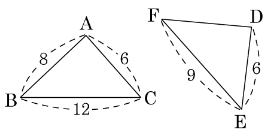
③ $x < -3 < -x$　④ $-x < -3 < x$

⑤ $-3 < -x < x$

해설

-1 보다 -3 만큼 작은 수는 $-1-(-3)=2$ 이다. 즉 $x=2$, $-x=-2$, 이므로 $-3 < -x < x$ 이다.

2. 다음 두 도형이 합동이 되도록 할 때, 필요한 조건을 고르면?



[배점 2, 하중]

① $\overline{\mathrm{FD}} = 4$　② $\overline{\mathrm{FD}} = 4.5$

③ $\angle\mathrm{A} = \angle\mathrm{E}$　④ $\angle\mathrm{B} = \angle\mathrm{D}$

⑤ $\angle\mathrm{A} = \angle\mathrm{D}, \overline{\mathrm{FD}} = 4$

해설

② $\overline{\mathrm{FD}} = 4.5$ 이면, SSS 닮음 조건을 만족하여 두 도형의 닮음비는 4:3이 된다.

3. 다음 중 그래프가 일차방정식 $4x+2y-20=0$ 과 같은 것은? [배점 2, 하중]

① $y = 2x + 10$　② $y = -2x + 10$

③ $y = 2x - 10$　④ $y = -2x - 10$

⑤ $y = \frac{1}{2}x + 10$

해설

양변을 2 로 나누면, $2x+y-10=0$
따라서 $y=-2x+10$

4. 다음 중 [ ] 안의 값이 부등식의 해가 아닌 것은? [배점 3, 하상]

① $x-3>2$ [6]

② $2x-1>1$ [1]

③ $3x+1 \geq 4$ [1]

④ $-3x \leq 6$ [-1]

⑤ $2x-3<x-2$ [0]

해설

② $2x-1>1$에서
$x=1$이면 $2\times1-1>1$ (거짓)

5. 이차방정식 $2x^2+3x-2=0$ 을 풀면?

[배점 3, 하상]

① $x=1$ 또는 $x=2$

② $x=-1$ 또는 $x=2$

③ $x=1$ 또는 $x=-2$

④ $x=\frac{1}{2}$ 또는 $x=1$

⑤ $x=-2$ 또는 $x=\frac{1}{2}$

해설

$2x^2+3x-2=0$

$(2x-1)(x+2)=0$

$\therefore\ x=\frac{1}{2}$ 또는 $x=-2$

6. 1, 2, 3, 4 의 숫자 네 개를 가지고 두 자리 수를 만들 때, 3 의 배수가 될 확률은?

[배점 3, 하상]

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{1}{3}$

해설

1, 2, 3, 4 로 두 자리 수를 만드는 경우의 수는 $4\times3=12$ (가지) 이고,

이 중 3 의 배수는 12, 21, 24, 42 뿐이므로 구하는 확률은 $\frac{4}{12}=\frac{1}{3}$ 이다.

7. 일차방정식 $6x-y+5=0$ 의 한 해가 $(a,\ 2a)$ 일 때, a 의 값을 구하여라.

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{5}{4}$

해설

$6x-y+5=0$ 에 $(a,\ 2a)$ 를 대입하면

$6a-2a+5=0$

$\therefore a=-\frac{5}{4}$

8. 유리수 $\frac{14}{2^3\times3\times5^2\times7^2}$ 에 어떤 수 a 를 곱하여 유한소수를 만들 때, 가장 작은 자연수 a 를 구하여라.

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 21

해설

$\frac{14}{2^3\times3\times5^2\times7^2}=\frac{1}{2^2\times3\times5^2\times7}$

$\frac{1}{2^2\times3\times5^2\times7}\times a$

$\therefore a=21$

9. 공원과 집 사이를 시속 6km 로 걸어가는 데 걸리는 시간과 시속 9km 로 자전거를 타고 가는 데 걸리는 시간은 1 시간 30 분의 차이가 난다. 공원과 집 사이의 거리를 구하여라. [배점 3, 중하]

① 17km ② 27km ③ 37km

④ 47km ⑤ 57km

해설

$\frac{x}{6} - \frac{x}{9} = 1.5$

$\therefore\ x = 27(\text{km})$

10. 두 정사각형 ㉮, ㉯가 있다. ㉯의 넓이가 ㉮의 넓이의 8배라면 ㉯의 한 변의 길이는 ㉮의 한 변의 길이의 몇 배인가? [배점 4, 중중]

① 9 배 ② 3 배 ③ $\sqrt{3}$ 배

④ $2\sqrt{2}$ 배 ⑤ 2 배

해설

두 닮은 도형에서 넓이의 비는 길이의 비의 제곱에 비례한다.

㉮의 한 변의 길이를 a, ㉯의 한 변의 길이를 b 라 하면

$b^2 = 8 \times a^2$

$\therefore\ b = 2\sqrt{2}a$

11. 다음 중 계산이 옳지 않은 것은? [배점 4, 중중]

① $\left(\sqrt{13}\right)^2 + \left(-\sqrt{4}\right)^2 = 17$

② $\left(-\sqrt{2}\right)^2 - \left(-\sqrt{5}\right)^2 = 3$

③ $\left(\sqrt{5}\right)^2 \times \left(-\sqrt{\frac{1}{5}}\right)^2 = 1$

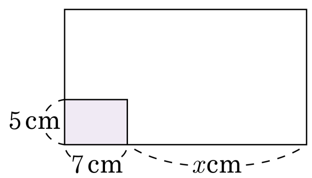
④ $\sqrt{(-7)^2} \times \sqrt{(-6)^2} = 42$

⑤ $\sqrt{12^2} \div \sqrt{(-4)^2} = 3$

해설

② $\left(-\sqrt{2}\right)^2 - \left(-\sqrt{5}\right)^2 = 2 - 5 = -3$

12. 다음 그림은 가로, 세로의 길이가 각각 7cm, 5cm 인 도형을 점 O를 닮음의 중심으로 하여 3배 확대한 것이다. 이때, x 의 값은?



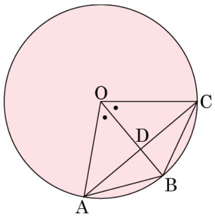
[배점 4, 중중]

① 10 ② 14 ③ 15 ④ 20 ⑤ 21

해설

$x = 7 \times 3 - 7 = 21 - 7 = 14(\text{cm})$

13. 다음 그림과 같이 원 O 에서 $\angle AOB = \angle BOC$ 일 때, 서로 합동이 되는 삼각형의 쌍을 합동기호를 사용하여 모두 적어라.(대응하는 꼭짓점의 순서를 맞추어 적는다.)



[배점 5, 중상]

▶ 답:
▶ 답:
▶ 답:
▷ 정답: $\triangle OAB \equiv \triangle OCB$
▷ 정답: $\triangle OAD \equiv \triangle OCD$
▷ 정답: $\triangle BAD \equiv \triangle BCD$

해설

(1) $\triangle OAB$ 와 $\triangle OCB$ 에서
$\overline{OA} = \overline{OC}$, $\overline{OB}$ 는 공통, $\angle AOB = \angle COB$,
$\therefore \triangle OAB \equiv \triangle OCB$ (SAS 합동)
(2) $\triangle OAD$ 와 $\triangle OCD$ 에서
$\overline{OA} = \overline{OC}$, $\overline{OD}$ 는 공통, $\angle AOB = \angle COB$,
$\therefore \triangle OAD \equiv \triangle OCD$ (SAS 합동)
(3) $\triangle BAD$ 와 $\triangle BCD$ 에서
$\overline{BD}$ 는 공통,
$\triangle OAB \equiv \triangle OCB$ 에서 $\overline{BA} = \overline{CB}$,
$\triangle OAD \equiv \triangle OCD$ 에서 $\overline{AD} = \overline{CD}$,
$\therefore \triangle BAD \equiv \triangle BCD$ (SSS 합동)

14. 십진법으로 나타낸 수 A 를 이진법으로 나타내면 세 자리 수가 된다. 이 수 A 를 세 배하여 이진법으로 나타내면 몇 자리 수가 되는가? (정답 2 개)

[배점 5, 중상]

① 8 자리 ② 7 자리 ③ 6 자리
④ 5 자리 ⑤ 4 자리

해설

$100_{(2)} \le A \le 111_{(2)}$,
$4 \le A \le 7$
$$12 \le 3A \le 21$$
$1100_{(2)} \le 3A \le 10101_{(2)}$
$\therefore$ 4 자리 또는 5 자리

15. 어떤 자격증시험에 A, B, C가 합격할 확률이 각각 $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{2}{5}$일 때, 두 사람이 합격할 확률이 a, 적어도 한 사람이 합격할 확률을 b일 때, $a+b$의 값을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{61}{60}$

해설

A, B가 합격할 확률은 $\frac{1}{3}\times\frac{1}{4}\times\left(1-\frac{2}{5}\right)=\frac{1}{20}$

B, C가 합격할 확률은 $\left(1-\frac{1}{3}\right)\times\frac{1}{4}\times\frac{2}{5}=\frac{1}{15}$

C, A가 합격할 확률은 $\frac{1}{3}\times\left(1-\frac{1}{4}\right)\times\frac{2}{5}=\frac{1}{10}$

따라서 두 사람이 합격할 확률은

$\frac{1}{20}+\frac{1}{15}+\frac{1}{5}=\frac{19}{60}$이므로 $a=\frac{19}{60}$

모두 불합격할 확률은

$\left(1-\frac{1}{3}\right)\times\left(1-\frac{1}{4}\right)\times\left(1-\frac{2}{5}\right)=\frac{3}{10}$

따라서 적어도 한 사람이 합격할 확률은

$1-\frac{3}{10}=\frac{7}{10}$이므로 $b=\frac{7}{10}$

$\therefore\ a=\frac{19}{60}, b=\frac{7}{10}$

$\therefore\ a+b=\frac{19}{60}+\frac{42}{60}=\frac{61}{60}$

16. 둘레의 길이가 10 인 부채꼴의 넓이가 최대일 때의 반지름의 길이를 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{5}{2}$

해설

부채꼴의 반지름의 길이를 r, 호의 길이를 l 이라고 하면 $2r+l=10$, $l=10-2r$

부채꼴의 넓이를 S 라 하면

$$S=\frac{1}{2}rl=\frac{1}{2}r(10-2r)$$
$$=-r^2+5r$$
$$=-\left(r-\frac{5}{2}\right)^2+\frac{25}{4}$$

따라서 반지름이 $\frac{5}{2}$ 일 때, 넓이가 최대가 된다.

17. $\dfrac{2009^3+1}{2008\times2009+1}$ 을 계산하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 2010

해설

$2009=x$ 라 하면

$$\frac{x^3+1}{(x-1)\times x+1}=\frac{(x+1)(x^2-x+1)}{x^2-x+1}$$
$$=x+1=2009+1=2010$$

18. 집합 $A = \{x \mid x$는 10보다 작은 자연수 중 홀수$\}$, 집합 $B = \{x \mid x$는 10보다 작은 자연수 중 짝수$\}$ 에 대하여
$a,\ c \in A$ 이고 $b \in B$ 이다. 이차방정식 $ax^2 - 3bx + 6c = 0$ 의 두 근 $p,\ q$ 가 $3 \le p < 6 < q \le 9$ 를 만족할 때, $p^2 + q^2$ 의 값을 구하여라. [배점 6, 상중]

▶ 답 :

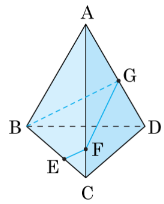
▷ 정답 : 60

해설

$ax^2 - 3bx + 6c = 0$ 에서 $p + q = \dfrac{3b}{a}$, $pq = \dfrac{6c}{a}$
한편 $3 \le p < 6 < q \le 9$ 에서
$9 < p + q < 15,\ 9 < \dfrac{3b}{a} < 15$
$\therefore\ 3 < \dfrac{b}{a} < 5$
$a > 0$ 이므로 $3a < b < 5a$
a 는 10 보다 작은 자연수 중 홀수이므로
$a = 1,\ b = 4$
따라서 $pq = 6c$ 이다.
$18 < pq < 54$ 이므로 $18 < 6c < 54,\ 3 < c < 9$
c 는 10 보다 작은 홀수인 자연수이므로 $c = 5,\ 7$
따라서 이차방정식은 $x^2 - 12x + 30 = 0, x^2 - 12x + 42 = 0$ 이다.
$p^2 + q^2 = (p + q)^2 - 2pq$ 이므로

$$\therefore\ p^2 + q^2 = 12^2 - 2 \times 30 = 84$$
$$= 12^2 - 2 \times 42 = 60$$

19. 다음 그림과 같이 한 변의 길이가 12cm 인 정사면체의 모서리 BC 를 3 : 1 로 내분하는 점 E 를 출발하여 모서리 AC 위의 점 F , 모서리 AD 위의 점 G 를 차례로 지난 후 B 에 도달하게 실을 감으려고 한다. 실의 길이가 최소가 될 때, $\overline{\mathrm{AF}} + \overline{\mathrm{AG}}$ 를 구하여라.



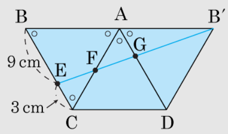
[배점 6, 상중]

▶ 답 :

▷ 정답 : $\dfrac{117}{10}$ cm

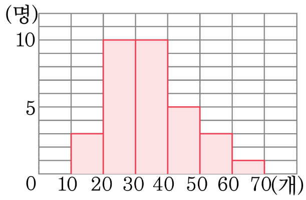
해설

다음 전개도에서 점 E 가 선분 BC 를 3:1로 내분하는 점이므로 $\overline{\mathrm{BE}} = 9cm, \overline{\mathrm{EC}} = 3cm$ 이다.



$\angle\mathrm{ABE} = \angle\mathrm{BAG} = 60^\circ$ 이므로 $\overline{\mathrm{BE}} // \overline{\mathrm{AG}}$
$\therefore\ \overline{\mathrm{AG}} = \dfrac{1}{2}\overline{\mathrm{BE}} = \dfrac{9}{2}(cm)$
$\angle\mathrm{EFC} = \angle\mathrm{GFA}$(맞꼭지각)
$\angle\mathrm{ECF} = \angle\mathrm{GAF} = 60^\circ$
따라서 $\triangle\mathrm{EFC} \backsim \triangle\mathrm{GFA}$ 이고 닮음비는 $\overline{\mathrm{EC}} : \overline{\mathrm{AG}} = 3 : \dfrac{9}{2} = 2 : 3$
$\overline{\mathrm{AC}} = 12\mathrm{cm}$ 이고 $\overline{\mathrm{CF}} : \overline{\mathrm{AF}} = 2 : 3$ 이므로 $\overline{\mathrm{AF}} = \dfrac{3}{5}\overline{\mathrm{AC}} = \dfrac{36}{5}(\mathrm{cm})$
$\therefore\ \overline{\mathrm{AF}} + \overline{\mathrm{AG}} = \dfrac{36}{5} + \dfrac{9}{2} = \dfrac{117}{10}(\mathrm{cm})$

20. 다음은 어느 학급의 학생들의 1 분 동안 윗몸일으키기 개수에 대한 히스토그램인데, 20 개 이상 30 개 미만인 계급의 도수가 잘못 기록되었다. 바르게 기록했을 때, 1 분 동안 윗몸일으키기를 40 개보다 적게 한 학생이 전체의 70 % 이상이라면 이 학급의 전체 학생 수는 최소 몇 명인지 구하여라.



[배점 6, 상상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 30 명

해설

20 개 이상 30 개 미만인 계급의 도수를 바르게 기록했을 때의 값을 A 라고 하면,

전체 학생 수는 $A+22$, 40 개 미만인 계급의 도수는 $A+13$

$\frac{A+13}{A+22} \times 100 \geq 70$

$\frac{A+13}{A+22} \geq \frac{7}{10}$

$3A \geq 24$

$\therefore \ A \geq 8$

따라서 A 의 최솟값이 8 명이므로 전체 학생 수의 최솟값은 30 명이다.