

약점 보강 4

1. 5^2 에 대한 다음 설명 중 옳은 것은?

[배점 2, 하중]

- ① 10 과 같다. ② 5 의 제곱이다.
 ③ 지수는 5 이다. ④ 밑은 2 이다.
 ⑤ 2^5 보다 크다.

해설

- ① $5^2 = 5 \times 5 = 25$ 이므로 10 과 같지 않다.
 ③ 지수는 2 이다.
 ④ 밑은 5 이다.
 ⑤ $2^5 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 32$ 이므로 5^2 은 2^5 보다 작다.

2. 두 분수 $\frac{1}{12}$ 과 $\frac{1}{15}$ 의 어느 것에 곱해도 자연수가 되는 가장 작은 수는?

[배점 2, 하중]

- ① 40 ② 50 ③ 60 ④ 70 ⑤ 80

해설

두 분수에 곱하여 자연수가 되게 하는 n 은 12와 15의 공배수이다.
 공배수 중 가장 작은 수는 두 수의 최소공배수이다.
 n 의 값 중 가장 작은 수는 60 이다.

3. $10101_{(2)}$ 을 이진법의 전개식으로 나타내면, $1 \times 2^a + 1 \times 2^b + 1 \times c = d$ 이다. 이 때, $a + b + c + d$ 의 값을 구하여라.

[배점 2, 하중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 28

해설

$$\begin{aligned} 10101_{(2)} &= 1 \times 2^4 + 0 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 0 \times 2 + 1 \times 1 \\ &= 1 \times 2^4 + 1 \times 2^2 + 1 \times 1 \\ &= 16 + 4 + 1 = 21 \\ \therefore a &= 4, b = 2, c = 1, d = 21 \end{aligned}$$

4. 다음은 소인수분해에 관하여 학생들이 나눈 대화의 일부분이다. 안에 신지가 어떻게 말하는 것이 옳은지 적어 보아라.

신지 : 10 은 2×5 로 소인수분해 할 수 있어.

예원 : 맞아, 비슷한 방식으로 44 은 4×11 로 소인수분해 할 수 있어.

하림 : 어, 그런데 예원이 네 말은 좀 이상해. 4 는 소수가 아니잖아.

예원 : 아, 4 는 2 로 또 나누어 떨어지는구나.

신지 : 아하, 그럼 44 의 소인수분해는 구나.

[배점 2, 하중]

▶ 답 :

▷ 정답 : $2^2 \times 11$

해설

$$44 = 4 \times 11 = 2 \times 2 \times 11 = 2^2 \times 11$$

5. 다음 중 옳지 않은 것을 모두 고르면?

[배점 2, 하중]

- ① 13 은 소수이다.
- ② 52 는 합성수이다.
- ③ 가장 작은 소수는 1 이다.
- ④ 짝수인 소수는 존재하지 않는다.
- ⑤ 5 보다 작은 소수는 2 개이다.

해설

- ③ 1 은 소수도 합성수도 아니다.
- ④ 2 는 짝수이면서 소수이다.
- ⑤ 5 보다 작은 소수는 2, 3 으로 2 개이다.

6. 다음 중 240 을 바르게 소인수분해한 것은?

[배점 2, 하중]

- ① $2^4 \times 3 \times 5$
- ② $2^3 \times 3 \times 7$
- ③ $2^2 \times 3^2 \times 5^2$
- ④ $2^3 \times 3 \times 5^2$
- ⑤ $2^2 \times 3^2 \times 5$

해설

$$\begin{array}{r}
 2 \overline{)240} \\
 2 \overline{)120} \\
 2 \overline{)60} \\
 2 \overline{)30} \\
 3 \overline{)15} \\
 \quad 5 \\
 \hline
 \therefore 240 = 2^4 \times 3 \times 5
 \end{array}$$

7. 전체집합 $U = \{x | x \text{는 } 10 \text{ 이하의 자연수}\}$ 의 부분집합,

$A = \{x | x \text{는 약수의 개수가 } 3 \text{ 개 이상인 자연수}\}$ 일 때, $n(A^c)$ 을 구하여라. [배점 2, 하중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

A^c 는 10 이하의 자연수 중에서 약수의 개수가 3 개 미만인 자연수의 집합이므로, 1 과 10 이하의 소수들의 모임과 같다.

$$A^c = \{1, 2, 3, 5, 7\}$$

$$\therefore n(A^c) = 5$$

8. 12 로 나누어도 1 이 남고, 16 로 나누어도 1 이 남는 자연수 중 100 보다 작은 자연수는?

[배점 2, 하중]

- ① 48, 96
- ② 48, 97
- ③ 49, 97
- ④ 50, 96
- ⑤ 50, 97

해설

구하는 수는 12, 16 의 공배수보다 1 만큼 큰 수 중 100 보다 작은 수이다. 이때, 12, 16 의 최소공배수는 48이므로 12, 16 의 공배수는 48, 96, ... 이다.

따라서 구하는 수는 49, 97 이다.

9. 두 수 $A = 2^a \times 3^2 \times 5, B = 2^4 \times 3^b$ 의 최대공약수는 $2^2 \times 3^2$ 이고 최소공배수는 $2^4 \times 3^3 \times 5$ 일 때, $a+b$ 의 값은? [배점 3, 하상]

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$$A = 2^a \times 3^2 \times 5, B = 2^4 \times 3^b$$

$$\text{최대공약수: } 2^2 \times 3^2$$

$$\text{최소공배수: } 2^4 \times 3^3 \times 5$$

$$a = 2, b = 3$$

$$a + b = 2 + 3 = 5$$

10. $2^a \times 3^b$ 이 $2^2 \times 3$ 을 약수로 가질 때, 두 자연수 a, b 의 최솟값을 구하여라. [배점 3, 하상]

▶ 답:

▶ 답:

▶ 정답: $a = 2$

▶ 정답: $b = 1$

해설

$2^a \times 3^b$ 이 $2^2 \times 3$ 을 약수로 가지므로, a 는 2 이상의 자연수, b 는 1 이상의 자연수가 되어야 한다.
그 중 최솟값은 $a = 2, b = 1$ 일 때이다.

11. 720 의 약수가 아닌 것은? [배점 3, 하상]

① $2^3 \times 3 \times 5$

② 2×5

③ $3^2 \times 5$

④ $2^4 \times 3^3$

⑤ 2×3^2

해설

$720 = 2^4 \times 3^2 \times 5$ 이므로 720 의 약수는 $(2^4 \text{ 의 약수}) \times (3^2 \text{ 의 약수}) \times (5 \text{ 의 약수})$ 이다.

12. 16g, 8g, 4g, 2g, 1g 인 저울추를 각각 1 개, 1 개, 0 개, 0 개, 1 개 사용하여 어떤 물건의 무게를 측정하였다. 물건의 무게를 이진법의 수로 표현하면 $\square_{(2)}$ 이다. $\square$ 안에 들어갈 알맞은 수를 써라. [배점 3, 하상]

▶ 답:

▶ 정답: 11001

해설

$$16g = 2^4 \Rightarrow 1 \text{ 개}$$

$$8g = 2^3 \Rightarrow 1 \text{ 개}$$

$$4g = 2^2 \Rightarrow 0 \text{ 개}$$

$$2g = 2^1 \Rightarrow 0 \text{ 개}$$

$$1g \Rightarrow 1 \text{ 개}$$

$$\therefore 1 \times 2^4 + 1 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 0 \times 2 + 1 \times 1 = 11001_{(2)}$$

13. 두 자연수 A, B 의 최대공약수는 6, 최소공배수는 132 일때, $A - B$ 를 구하여라. (단, $A > B$)

[배점 3, 하상]

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 126

▷ 정답 : 54

해설

두 자연수를 $6a, 6b$

(단, a, b 는 서로소, $a > b$) 라고 하면,

최소공배수 $132 = 6 \times 22 = 6 \times a \times b$

$a \times b = 22$ 이므로

$a = 22, b = 1$ 일 때 $A = 132, B = 6,$

$a = 11, b = 2$ 이면 $A = 66, B = 12$ 이다.

따라서 $A - B = 132 - 6 = 126$

또는 $A - B = 66 - 12 = 54$

14. 세 자연수 $7 \times x, 4 \times x, 10 \times x$ 의 최소공배수가 420 일 때, x 의 값으로 옳은 것은? [배점 3, 하상]

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$7 \times x, 4 \times x = 2^2 \times x, 10 \times x = 2 \times 5 \times x$ 의
최소공배수는 $2^2 \times 5 \times 7 \times x = 420$

따라서 $x = 3$ 이다.

15. 사생대회 상품으로 학용품을 준비했다. 공책 45 권, 샤프 38 개, 지우개 32 개를 될 수 있는 대로 많은 학생들에게 똑같이 나누어 주었더니 공책 3 권, 샤프 2 개, 지우개 2 개가 남았다. 몇 명의 학생에게 나누어 주었는가? [배점 3, 하상]

① 4 명 ② 6 명 ③ 8 명

④ 10 명 ⑤ 11 명

해설

학생 수는 $45 - 3, 38 - 2, 32 - 2,$

즉 42, 36, 30 의 최대공약수이므로 6 명

16. 두 분수 $\frac{1}{16}, \frac{1}{6}$ 중 어느 것을 곱해도 자연수가 되는 수 중 두 번째로 큰 자연수는? [배점 3, 하상]

① 16 ② 32 ③ 48

④ 96 ⑤ 114

해설

구하는 수는 16 과 6 의 공배수이다.

16 와 6 의 공배수는 16 와 6 의 최소공배수인 48 의 배수이므로 48, 96, 144, ... 이다.

17. $2^6 + 2^3 + 1$ 을 이진법으로 옳게 나타낸 것은?
[배점 3, 하상]

- ① $10101_{(2)}$ ② $101001_{(2)}$
③ $100101_{(2)}$ ④ $10100_{(2)}$
⑤ $1001001_{(2)}$

해설

$$1 \times 2^6 + 1 \times 2^3 + 1 \times 1 = 1001001_{(2)}$$

18. 5 개의 전구가 있다. 불이 켜져 있는 전구를 1, 꺼져 있는 전구를 0 으로 나타낸다고 할 때, 다음 그림의 전구가 나타내는 수를 이진법의 전개식으로 바르게 나타낸 것은?



[배점 3, 하상]

- ① $1 \times 2^3 + 1 \times 2^4 + 1 \times 1$
② $1 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 1 \times 1$
③ $1 \times 2^5 + 1 \times 2^3 + 1 \times 1$
④ $1 \times 2^4 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2$
⑤ $1 \times 2^4 + 1 \times 2^2 + 1 \times 1$

해설

$$10110_{(2)} = 1 \times 2^4 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2$$

19. 다음 세 수의 공약수 개수를 구하면?

$$2^3 \times 3^2 \times 5, \quad 2^2 \times 3^3 \times 7, \quad 2^3 \times 3^2$$

[배점 3, 하상]

- ① 4 개 ② 6 개 ③ 8 개
④ 9 개 ⑤ 10 개

해설

세 수의 최대공약수는 $2^2 \times 3^2$ 이고
공약수는 최대공약수의 약수이다.
 $2^2 \times 3^2$ 의 약수의 개수가 $(2+1) \times (2+1) = 9$ 개
이므로 공약수의 개수는 9 개이다.

20. 다음 중 두 수 A, B 의 공약수가 아닌 수는?

$$A = 2^2 \times 3^2 \times 5 \times 7, \quad B = 2 \times 3^3 \times 5^3 \times 11$$

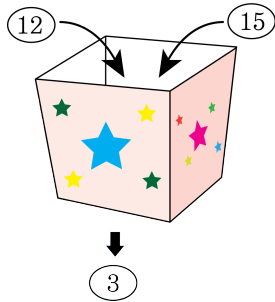
[배점 3, 하상]

- ① 6 ② 18 ③ 21 ④ 30 ⑤ 45

해설

공약수는 최대공약수의 약수이고
최대공약수 = $2 \times 3^2 \times 5$ 이므로
③ $21 = 3 \times 7$ 은 공약수가 아니다.

21. 다음 그림과 같은 요술 상자에 두 개의 숫자카드를 넣으면 두 수의 최대공약수가 적힌 한 장의 카드가 나온다고 한다. 다음 물음에 답하여라. 갑, 을, 병 세 사람이 아래와 같은 카드를 넣었을 때, 가장 작은 숫자가 적힌 카드가 나온 사람은 누구인지 말하여라.



갑 : 4, 12 을 : 15, 40 병 : 16, 40

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 갑

해설

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 4} \\ 2 \end{array} \quad \begin{array}{r} 2 \overline{) 12} \\ 6 \end{array} \quad \begin{array}{r} 2 \overline{) 6} \\ 3 \end{array} \quad \therefore \text{최대공약수 : } 2^2$$

$$\begin{array}{r} 3 \overline{) 15} \\ 5 \end{array} \quad \begin{array}{r} 2 \overline{) 40} \\ 20 \\ 2 \overline{) 20} \\ 10 \\ 2 \overline{) 10} \\ 5 \end{array} \quad \therefore \text{최대공약수 : } 5$$

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 16} \\ 2 \overline{) 8} \\ 2 \overline{) 4} \\ 2 \end{array} \quad \begin{array}{r} 2 \overline{) 40} \\ 20 \\ 2 \overline{) 20} \\ 10 \\ 2 \overline{) 10} \\ 5 \end{array} \quad \therefore \text{최대공약수 : } 2^3$$

따라서 가장 작은 숫자가 적힌 카드가 나온 사람은 갑이다.