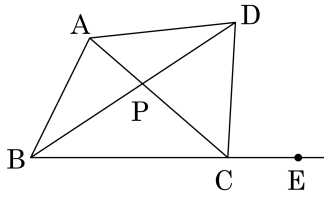


단원테스트 1차

1. 다음 보기 중에서 $\square ABCD$ 가 원에 내접하는 조건으로 옳은 것은 모두 몇 개인지 구하여라.



보기

- ㉠ $\angle B + \angle D = 180^\circ$
- ㉡ $\angle B = \angle D$
- ㉢ $\angle DAB = \angle DCE$
- ㉣ $\overline{PA} : \overline{PD} = \overline{PB} : \overline{PC}$
- ㉤ $\overline{PA} = \overline{PC}, \overline{PB} = \overline{PD}$
- ㉥ $\angle BAC = \angle BDC$
- ㉦ $\overline{PA} : \overline{PB} = \overline{PC} : \overline{PD}$
- ㉧ $\angle CBD = \angle CDB$

[배점 2, 하중]

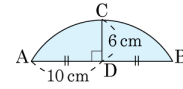
▶ 답 :

▶ 정답 : 4 개

해설

㉠, ㉢, ㉤, ㉥의 4개 이다.

2. 다음 그림에서 $\widehat{AB}$ 는 원의 일부분이다. $\overline{CD}$ 가 $\overline{AB}$ 를 수직이등분하고, $\overline{AD} = 10 \text{ cm}$, $\overline{CD} = 6 \text{ cm}$ 일 때, 이 원의 반지름의 길이를 구하여라.



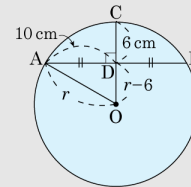
[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : $\frac{34}{3} \text{ cm}$

해설

반지름의 길이를 r 이라 하면



$\triangle AOD$ 에서

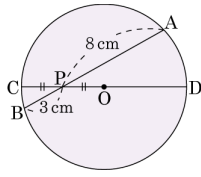
$$\overline{AD}^2 = \overline{AO}^2 - \overline{DO}^2$$

$$100 = r^2 - (r - 6)^2$$

$$12r = 136$$

$$\therefore r = \frac{34}{3} (\text{cm})$$

3. 다음 그림에서 $\overline{CD}$ 는 원 O 의 지름이다. $\overline{CP} = \overline{OP}$ 이고 $\overline{AP} = 8\text{cm}$, $\overline{BP} = 3\text{cm}$ 일 때, 원 O 의 반지름의 길이를 구하여라.



[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : $4\sqrt{2}\text{cm}$

해설

반지름의 길이를 r 라 하면

$$\overline{CP} = \frac{1}{2}r$$

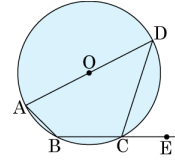
$$\overline{PD} = \frac{1}{2}r + r = \frac{3}{2}r$$

$$8 \times 3 = \frac{1}{2}r \times \frac{3}{2}r, \quad \frac{3}{4}r^2 = 24$$

$$r^2 = 24 \times \frac{4}{3} = 32$$

$$\therefore r = 4\sqrt{2}(\text{cm})$$

4. 다음 그림의 원에서 호 $\widehat{ADC}$ 의 길이는 원주의 $\frac{3}{4}$, 호 $\widehat{BCD}$ 의 길이는 원주의 $\frac{3}{8}$ 일 때, $\angle ADC + \angle DCE$ 는?



[배점 3, 중하]

① $\frac{215}{2}$

② $\frac{225}{2}$

③ $\frac{235}{2}$

④ $\frac{245}{2}$

⑤ $\frac{255}{2}$

해설

$$\widehat{ADC} = (\text{원주}) \times \frac{3}{4} \text{ 이므로}$$

$$\angle ABC = 180^\circ \times \frac{3}{4} = 135^\circ \times \frac{3}{4} = 135^\circ$$

$$\widehat{BCD} = (\text{원주}) \times \frac{3}{8}$$

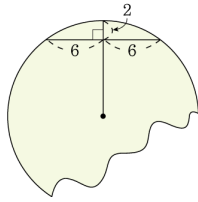
$$\angle BAD = 180^\circ \times \frac{3}{8} = \frac{135}{2}^\circ$$

$$\therefore \angle ADC = 180^\circ - 135^\circ = 45^\circ$$

$$\angle DCE = \angle DAB = \frac{135}{2}^\circ$$

$$\therefore \angle ADC + \angle DCE = \frac{225}{2}^\circ$$

5. 다음 그림과 같이 원모양의 토기 파편이 있을 때, 이 토기의 지름의 길이를 구하여라.

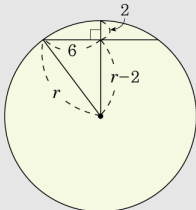


[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 20

해설



그림에서

$$r^2 = 6^2 + (r-2)^2$$

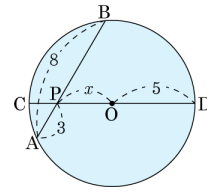
$$r^2 = 36 + r^2 - 4r + 4$$

$$4r = 40$$

$$r = 10$$

따라서 토기의 지름은 $2 \times 10 = 20$ 이다.

6. 다음 그림에서 x 의 값은?



[배점 3, 중하]

① $\sqrt{7}$

② $\sqrt{10}$

③ $\sqrt{11}$

④ $\sqrt{13}$

⑤ $\sqrt{15}$

해설

$$\overline{CP} = 5 - x, \overline{BP} = 5 \text{ 이므로}$$

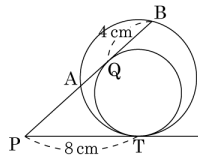
$$3 \times 5 = (5 - x)(5 + x)$$

$$15 = 25 - x^2$$

$$x^2 = 10$$

$$\therefore x = \sqrt{10}$$

7. 다음 그림에서 두 원은 한 점 T에서 접하고 $\overrightarrow{PT}$ 는 두 원의 접선이며 점 Q는 $\overline{AB}$ 와 작은 원과의 접점이다. $\overline{PA}$ 의 길이를 구하여라.



[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : $\frac{16}{3}$ cm

해설

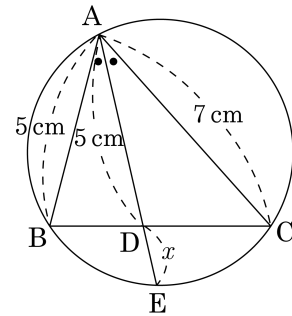
$$\overline{PQ} = \overline{PT} = 8(\text{cm}), \overline{PB} = 12(\text{cm})$$

$$\overline{PT}^2 = \overline{PA} \times \overline{PB}$$

$$64 = 12\overline{PA}$$

$$\therefore \overline{PA} = \frac{16}{3}(\text{cm})$$

8. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 $\angle A$ 의 이등분선 $\overline{AD}$ 의 연장선이 원과 만나는 점을 E라 할 때, x 의 값을 구하여라.

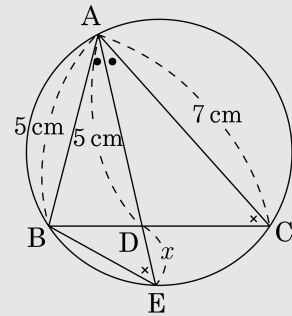


[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 2

해설



$$\triangle ABE \sim \triangle ADC (\because \angle A \text{ 공통})$$

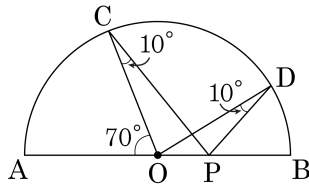
$$\overline{AB} : \overline{AD} = \overline{AE} : \overline{AC}$$

$$\overline{AB} \times \overline{AC} = \overline{AD} \times \overline{AE}$$

$$5 \times 7 = 5 \times (5 + x)$$

$$\therefore x = 2$$

9. 다음 그림과 같이 $\overline{AB}$ 를 지름으로 하는 원 O 에서 $\angle OCP = \angle ODP = 10^\circ$, $\angle AOC = 70^\circ$ 일 때, $\angle DOB$ 의 크기는?

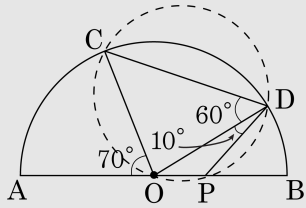


[배점 3, 중하]

- ① 30° ② 35° ③ 40°
 ④ 45° ⑤ 50°

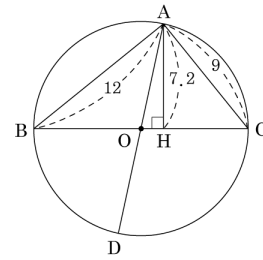
해설

네 점 C, O, P, D 는 한 원 위에 있는 점이다.



$$\begin{aligned} \therefore \angle CDP &= \angle COA = 70^\circ \\ \therefore \angle CDO &= \angle DCO = 70^\circ - 10^\circ = 60^\circ \\ \angle COD &= 180^\circ - 2 \times 60^\circ = 60^\circ \\ \therefore \angle DOB &= 180^\circ - 70^\circ - 60^\circ = 50^\circ \end{aligned}$$

10. 다음 그림에서 O 는 $\triangle ABC$ 의 외접원이고 $\overline{AD}$ 는 지름이다. $\overline{AB} = 12$, $\overline{AC} = 9$, $\overline{AH} = 7.2$ 일 때, 이 원의 지름을 구하여라.



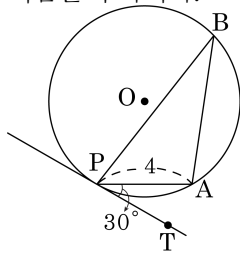
[배점 3, 중하]

▶ 답 :
 ▷ 정답 : 15

해설

$$12 \times 9 = 7.2 \times \overline{BC}, \overline{BC} = 15$$

11. 다음 그림에서 직선 PT 가 원 O 의 접선일 때, 이 원의
지름을 구하여라.

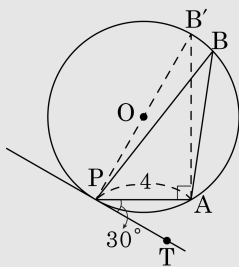


[배점 3, 중하]

▶ 답:

▶ 정답 : 8

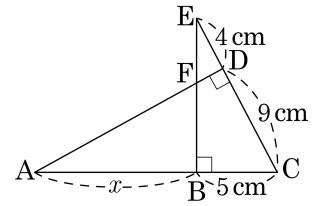
해설


$$\angle APT = \angle PBA = \angle PB'A = 30^\circ \text{ 이므로}$$

$$\sin 30^\circ = \frac{\overline{PA}}{\overline{B'P}} = \frac{4}{\overline{B'P}} = \frac{1}{2}$$

$$\therefore \overline{B'P} = 8$$

- 12.** 다음 그림에서 $\overline{AC} \perp \overline{EB}$, $\overline{AD} \perp \overline{CE}$, $\overline{BC} = 5\text{cm}$, $\overline{CD} = 9\text{cm}$, $\overline{DE} = 4\text{cm}$ 일 때, $\overline{AB}$ 의 길이를 구하여라.



[배점 3, 중하]

▶ 답:

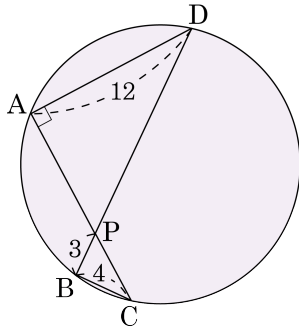
▷ 정답 : $x = 18.4\text{cm}$

해설

$$9 \times (9 + 4) = 5(5 + x)$$

$$117 = 25 + 5x, \quad 5x = 92, \quad x = 18.4 (\text{cm})$$

13. 다음 그림에서 $\overline{AD} = 12$, $\overline{BC} = 4$, $\overline{PB} = 3$ 이고, $\angle DAC = 90^\circ$ 일 때, $\overline{PA} \times \overline{PC}$ 의 값을 구하여라.



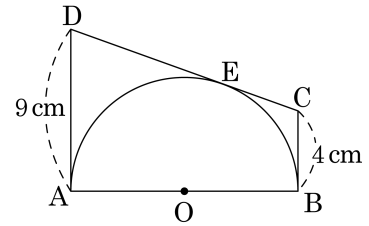
[배점 3, 중하]

▶ 답 :
▶ 정답 : 45

해설

$\angle ADB = \angle BCA$,
 $\angle DAP = \angle DBC = 90^\circ$ 이므로
 $\triangle PAD \sim \triangle PBC$ (AA 닮음)
 $\overline{PA} : \overline{PB} = \overline{AD} : \overline{BC}$
 $\overline{PA} : 3 = 12 : 4$
 $\therefore \overline{PA} = 9$
 $\overline{PC} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$
 $\therefore \overline{PA} \times \overline{PC} = 9 \times 5 = 45$

14. 다음 그림에서 $\overline{AD}$, $\overline{CD}$, $\overline{BC}$ 는 반원 O 의 접선이다. $\overline{AD} = 9\text{cm}$ 이고 $\overline{BC} = 4\text{cm}$ 일 때, $\overline{CD}$ 의 길이를 구하여라.



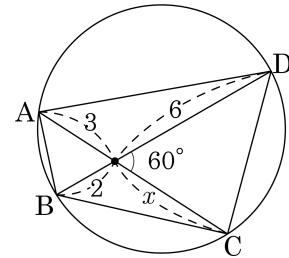
[배점 3, 중하]

▶ 답 :
▶ 정답 : 13 cm

해설

$$\overline{CD} = \overline{CE} + \overline{DE} = 4 + 9 = 13(\text{cm})$$

15. 다음 그림과 같은 사각형 ABCD 의 넓이를 구하여라.



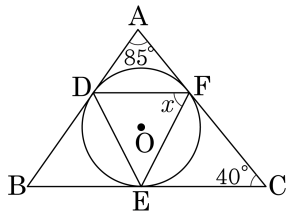
[배점 3, 중하]

▶ 답 :
▶ 정답 : $14\sqrt{3}$

해설

$$\begin{aligned} x \times 3 &= 2 \times 6, \quad x = 4 \\ \therefore (\square ABCD \text{의 넓이}) &= \frac{1}{2} \times 7 \times 8 \times \sin 60^\circ \\ &= \frac{1}{2} \times 7 \times 8 \times \frac{\sqrt{3}}{2} \\ &= 14\sqrt{3} \end{aligned}$$

16. 다음 그림에서 원 O는 $\triangle ABC$ 의 내접원이고, $\triangle DEF$ 의 외접원이다. $\angle DAF = 85^\circ$, $\angle ECF = 40^\circ$ 일 때, $\angle DFE$ 의 크기를 구하여라.



[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 62.5°

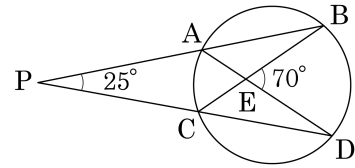
해설

$$\angle ABC = 180^\circ - (85^\circ + 40^\circ) = 55^\circ$$

$\overline{BD} = \overline{BE}$ 이므로

$$\angle BED = \angle DFE = (180^\circ - 55^\circ) \div 2 = 62.5^\circ$$

17. 다음 그림에서 $\angle P = 25^\circ$, $\angle BED = 70^\circ$ 일 때, $\angle ABC$ 의 크기를 구하여라.

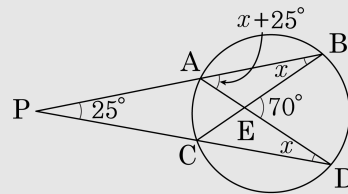


[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 22.5°

해설



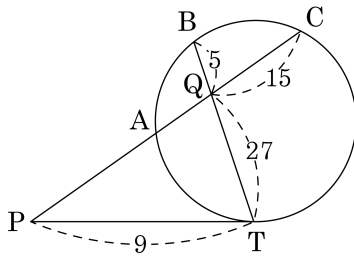
$\triangle AEB$ 에서

$\angle ABC = x$ 라면

$$25^\circ + x + x = 70^\circ$$

$$2x = 45^\circ \quad \therefore x = 22.5^\circ$$

18. 다음 그림에서 $\overline{PT}$ 가 원의 접선일 때, $\overline{PA}$ 의 길이를 구하여라.



[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 3

해설

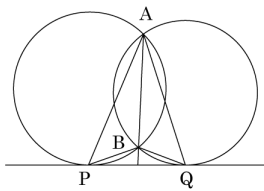
$$\overline{AQ} \times 15 = 5 \times 27, \overline{AQ} = 9,$$

$\overline{PA} = x$ 라 하면

$$81 = x(x + 24), x^2 + 24x - 81 = 0$$

$$(x + 27)(x - 3) = 0 \therefore x = 3 (\because x > 0)$$

19. 다음 그림에서 두 원이 점 A, B 에서 만나고 $\overleftrightarrow{PQ}$ 는 두 원의 공통외접선이다. $\angle PBQ = 140^\circ$ 일 때, $\angle PAQ$ 의 크기를 구하여라.



[배점 4, 중중]

▶ 답 :

▶ 정답 : 40°

해설

접선과 현이 이루는 각의 성질을 이용하면

$$\angle BPQ = \angle PAB, \angle BQP = \angle BAQ$$

$$\angle PAQ = \angle BPQ + \angle BQP = 180^\circ - 140^\circ = 40^\circ$$