

약점 보강 3

1. 5^2 에 대한 다음 설명 중 옳은 것은?

[배점 2, 하중]

- ① 10 과 같다. ② 5 의 제곱이다.
 ③ 지수는 5 이다. ④ 밑은 2 이다.
 ⑤ 2^5 보다 크다.

해설

- ① $5^2 = 5 \times 5 = 25$ 이므로 10 과 같지 않다.
 ③ 지수는 2 이다.
 ④ 밑은 5 이다.
 ⑤ $2^5 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 32$ 이므로 5^2 은 2^5 보다 작다.

2. 천희는 45 를 소인수분해하면 5×9 가 된다고 하였다. 이에 대하여 천희의 친구들이 다음과 같이 말을 하였다면, 안에 수로는 어떻게 말하는 것이 옳은지 적어 보아라.

재석 : 45 를 소인수분해하면 5×9 이구나.
 예진 : 좀 이상한 것 같아. 소인수분해는 소인수로만 이루어져야 하는데 9 는 소인수가 아닌데.
 종국 : 예진이 말이 맞아. 9 는 3 으로 더 나눌 수 있잖아.
 수로 : 알았다! 45 를 소인수분해하면 이다.

[배점 2, 하중]

▶ 답 :

▶ 정답 : $3^2 \times 5$

해설

$$45 = 9 \times 5 = 3 \times 3 \times 5 = 3^2 \times 5$$

3. 360 을 소인수분해하였을 때, 각 소인수의 지수의 합을 구하여라. [배점 2, 하중]

▶ 답 :

▶ 정답 : 6

해설

$$\begin{array}{r} 2 \overline{)360} \\ 2 \overline{)180} \\ 2 \overline{)90} \\ 3 \overline{)45} \\ 3 \overline{)15} \\ \quad 5 \\ 360 = 2^3 \times 3^2 \times 5 \\ \therefore 3 + 2 + 1 = 6 \end{array}$$

4. 다음 수들의 최대공약수와 최소공배수를 차례로 써라.

144, 96

[배점 2, 하중]

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : 최대공약수 : 48

▶ 정답 : 최소공배수 : 288

해설

$$\begin{array}{r} 2 \overline{)96} \quad 2 \overline{)144} \\ 2 \overline{)48} \quad 2 \overline{)72} \\ 2 \overline{)24} \quad 2 \overline{)36} \\ 2 \overline{)12} \quad 2 \overline{)18} \\ 3 \overline{)6} \quad 3 \overline{)9} \\ \quad 2 \quad 3 \end{array}$$

$$\text{최대공약수 : } 2^4 \times 3 = 48$$

$$\text{최소공배수 : } 2^5 \times 3^2 = 288$$

5. 다음 수 중에서 합성수의 개수를 구하여라.

1 3 5 15 31 35 53

[배점 2, 하중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 2 개

해설

각각의 수의 약수를 적어 보면

1의 약수 : 1

3의 약수 : 1, 3

5의 약수 : 1, 5

15의 약수 : 1, 3, 5, 15

31의 약수 : 1, 31

35의 약수 : 1, 5, 7, 35

53의 약수 : 1, 53

합성수는 15, 35이다.

따라서 그 개수는 모두 2개이다.

6. 다음 수 중에서 소수의 개수를 구하여라.

1 3 6 27 29

[배점 2, 하중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 2 개

해설

각 수의 약수를 구해 보면

1의 약수 : 1

3의 약수 : 1, 3

6의 약수 : 1, 2, 3, 6

27의 약수 : 1, 3, 9, 27

29의 약수 : 1, 29

소수는 약수가 2개인 수이므로 3과 29이다.

7. 다음 중 200의 약수가 아닌 것은? [배점 3, 하상]

① 2×5

② $2^2 \times 5^2$

③ 2×5^3

④ $2^3 \times 5$

⑤ 5^2

해설

$$200 = 2^3 \times 5^2$$

200의 약수

	1	5	5^2
1	1	5	5^2
2	2	2×5	2×5^2
2^2	2^2	$2^2 \times 5$	$2^2 \times 5^2$
2^3	2^3	$2^3 \times 5$	$2^3 \times 5^2$

이므로 아닌 것은 ③

8. 세 자연수 2, 3, 4의 어느 것으로 나누어도 1이 남는 가장 작은 자연수를 구하여라. [배점 3, 하상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 13

해설

구하는 수는 (2, 3, 4의 공배수)+1인 수 중 가장 작은 자연수이다.

2, 3, 4의 최소공배수는 12이다.

$$\therefore 12 + 1 = 13$$

9. 1g, 2g, 2^2 g, 2^3 g, 2^4 g, 2^5 g 의 저울추가 각각 1 개씩 있다. 이들 저울추로 52g 의 무게를 측정하려고 할 때, 사용되는 추를 모두 써라. [배점 3, 하상]

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 2^2 g

▷ 정답 : 2^4 g

▷ 정답 : 2^5 g

해설

$$52 = 2^5 + 2^4 + 2^2 = 110100_{(2)}$$

∴ 사용되는 추 : 2^2 g, 2^4 g, 2^5 g

10. 어떤 자연수로 24 를 나누면 나누어 떨어지고, 61 을 나누면 1 이 남는다고 한다. 이러한 자연수 중에서 가장 큰 자연수를 구하면? [배점 3, 하상]

① 6 ② 12 ③ 18 ④ 24 ⑤ 32

해설

어떤 수는 24, $61 - 1 = 60$ 의 공약수이다.

이 중 가장 큰 수는 두 수의 최대공약수이므로 12 이다.

11. 두 분수 $\frac{1}{12}$, $\frac{1}{18}$ 중 어느 것을 곱해도 자연수가 되는 가장 작은 자연수를 구하여라. [배점 3, 하상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 36

해설

구하는 수는 12 와 18 의 최소공배수이므로 36 이다.

12. $3 \times 10^4 + 8 \times 10^2 + 4 \times 10$ 을 십진법의 수로 나타내었을 때, 각 자리의 숫자의 합을 이진법의 수로 나타내어라. [배점 3, 하상]

▶ 답 :

▷ 정답 : $1111_{(2)}$

해설

$$3 \times 10^4 + 8 \times 10^2 + 4 \times 10 = 30840$$

각 자리 수의 합은 $3 + 8 + 4 = 15$

$$\therefore 15 = 2^3 + 2^2 + 2 + 1 = 1111_{(2)}$$

13. 이진법으로 나타낸 수 $1100_{(2)}$ 을 바둑돌로 ●●○○과 같이 나타낼 때, ●○○●○을 이진법으로 나타내고, 십진법으로 나타낸 수 17 을 바둑돌을 이용하여 나타내면? [배점 3, 하상]

- ① $11100_{(2)}$ ●○○●○
 ② $10110_{(2)}$ ●○○○●
 ③ $10011_{(2)}$ ●●○○●
 ④ $10011_{(2)}$ ●○○●●
 ⑤ $10110_{(2)}$ ●●○○●○

해설

● = 1, ○ = 0
 ●○○●○ = $10110_{(2)}$
 $2 \overline{) 17}$
 $2 \overline{) 18} \dots 1$
 $2 \overline{) 14} \dots 0$
 $2 \overline{) 12} \dots 0$
 $2 \overline{) 11} \dots 0$
 $2 \overline{) 10} \dots 1$
 $17 = 10001_{(2)} = \bullet \circ \circ \circ \bullet$

14. $2^2 \times 3^4$, $2^2 \times 3^2 \times 5$ 의 공약수의 집합을 A 라고 할 때, $n(A)$ 는? [배점 3, 하상]

- ① 4 ② 6 ③ 8 ④ 9 ⑤ 12

해설

$2^2 \times 3^4$, $2^2 \times 3^2 \times 5$ 의 최대공약수는 $2^2 \times 3^2$ 공약수는 최대공약수의 약수이므로,
 $A = \{1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36\}$
 $\therefore n(A) = 9$

15. 두 수 $2^3 \times 3 \times 7^2 \times 11$, 60 의 공약수들의 합은?

[배점 3, 하상]

- ① 12 ② 15 ③ 18 ④ 21 ⑤ 24

해설

$2^3 \times 3 \times 7^2 \times 11$ 와 $60 = 2 \times 3 \times 5$ 의 최대공약수는 2×3

따라서 두 수의 공약수는 2×3 의 약수이다.

주어진 두 수의 공약수의 합은 $1+2+3+2 \times 3 = 12$

16. 두 자연수 A, B 의 최대공약수가 16, 최소공배수가 240 일 때, $A - B$ 의 값 중 가장 큰 것을 구하여라. (단, $A < B$) [배점 3, 하상]

▶ 답:

▷ 정답: 224

해설

$A = 16 \times a$, $B = 16 \times b$ 이고,

두 자연수 A, B 는 최대공약수가 16, 최소공배수가 240 이므로

$$16 \times a \times b = 240$$

$$a \times b = 15 \text{ (단, } a, b \text{ 는 서로소)}$$

$A < B$ 이므로

$$a = 1, b = 15 \text{ 또는 } a = 3, b = 5$$

(i) $a = 1, b = 15$ 일 때

$$B - A = 16 \times 15 - 16 \times 1 = 224$$

(ii) $a = 3, b = 5$ 일 때

$$B - A = 16 \times 5 - 16 \times 3 = 32$$

차가 가장 큰 A, B 의 값을 구해야 하므로

$$a = 1, b = 15$$

$$\therefore A = 16 \times 1 = 16$$

$$B = 16 \times 15 = 240$$

따라서 $A - B = 240 - 16 = 224$ 이다.

17. 두 자연수 $2^a \times 3^3$, $2 \times 3^b \times c$ 의 최대공약수는 18 ,
최소공배수가 270 일 때, $a + b + c$ 의 값을 구하여라.
[배점 3, 하상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 8

해설

최대공약수 $18 = 2 \times 3^2$,
최소공배수 $270 = 2 \times 3^3 \times 5$ 이므로
 $a = 1, b = 2, c = 5$
 $\therefore a + b + c = 8$

18. 소인수분해를 이용하여 세 수 24, 32, 36 의 최소공배수를 구하면?
[배점 3, 중하]

① 4 ② 48 ③ 96

④ 288 ⑤ 360

해설

$\begin{array}{r} 2 \overline{) 24} \\ 2 \overline{) 12} \\ 2 \overline{) 6} \\ 3 \end{array}$	$\begin{array}{r} 2 \overline{) 32} \\ 2 \overline{) 16} \\ 2 \overline{) 8} \\ 2 \overline{) 4} \\ 2 \end{array}$	$\begin{array}{r} 2 \overline{) 36} \\ 2 \overline{) 18} \\ 3 \overline{) 9} \\ 3 \end{array}$
--	--	--

$\therefore 24 = 2^3 \times 3 \quad \therefore 32 = 2^5 \quad \therefore 36 = 2^2 \times 3^2$
따라서 최소공배수는 $2^5 \times 3^2 = 288$ 이다.

19. 두 분수 $\frac{15}{16}, \frac{5}{12}$ 의 어느 것에 곱해도 그 결과가 자연수가 되는 분수 중에서 가장 작은 기약분수를 구하여라.
[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : $\frac{48}{5}$

해설

$\frac{(16, 12 \text{의 최소공배수})}{(15, 5 \text{의 최대공약수})} = \frac{48}{5}$

20. 72를 이진법으로 나타내면 n 자리의 수가 된다. 이 때,
 n 의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 7

해설

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 72} \\ 2 \overline{) 36} \cdots 0 \\ 2 \overline{) 18} \cdots 0 \\ 2 \overline{) 9} \cdots 0 \\ 2 \overline{) 4} \cdots 1 \\ 2 \overline{) 2} \cdots 0 \\ 2 \overline{) 1} \cdots 0 \\ 0 \cdots 1 \end{array}$$

 $72 = 1001000_{(2)}$ 이므로 7자리의 수

21. $3^a \times 5^b$ 이 225 를 약수로 가질 때, 두 자연수 a, b 의
최솟값을 고르면? [배점 4, 중중]

① 1, 1

② 1, 2

③ 2, 1

④ 2, 2

⑤ 2, 3

해설

$3^a \times 5^b$ 이 $225 = 3^2 \times 5^2$ 을 약수로 가지므로, a 는
2 이상의 자연수, b 는 2 이상의 자연수가 되어야
한다.

그 중 최솟값은 $a = 2, b = 2$ 일 때이다.