

약점 보강 2

1. $2^a = 8$, $6^2 = b$ 를 만족하는 자연수 a, b 의 값을 구하여라. [배점 2, 하중]

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $a = 3$

▷ 정답: $b = 36$

해설

$$2^1 = 2, 2^2 = 2 \times 2 = 4, 2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$$

이므로 $a = 3$ 이다.

$$6^2 = 6 \times 6 = 36 \text{ 이므로 } b = 36 \text{ 이다.}$$

2. 4^3 에 대한 다음 설명 중 옳지 않은 것은? [배점 2, 하중]

① 12 와 같다.

② 밑은 4 이다.

③ 지수는 3 이다.

④ $4 \times 4 \times 4$ 를 나타낸 것이다.

⑤ 3^4 보다 작다.

해설

① $4^3 = 4 \times 4 \times 4 = 64$ 이므로 12 와 같지 않다.

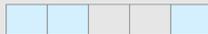
⑤ $3^4 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 81$

3. 이진법으로 나타낸 수 $1001_{(2)}$ 을  로 나타낼 때,  이 나타내는 수를 십진법으로 나타내어라. [배점 2, 하중]

▶ 답:

▷ 정답: 25

해설

 을

이진법으로 나타내면 $11001_{(2)}$ 이다.

$$11001_{(2)} = 1 \times 2^4 + 1 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 0 \times 2 + 1 \times 1 \\ = 16 + 8 + 1 = 25$$

4. 40 을 소인수분해하면? [배점 2, 하중]

① 1×40

② 2×20

③ $2^2 \times 10$

④ $2^3 \times 5$

⑤ 8×5

해설

40 을 소인수분해하면 다음과 같다.

$$40 = 2^3 \times 5$$

$$\begin{array}{r} 2 \overline{)40} \\ \underline{20} \\ 2 \overline{)20} \\ \underline{10} \\ 2 \overline{)10} \\ \underline{5} \end{array}$$

5. 다음 중 옳지 않은 것은? [배점 2, 하중]

- ① 1 은 소수가 아니다.
- ② 10 은 합성수이다.
- ③ 17 은 소수이다.
- ④ 약수가 2 개인 수는 소수이다.
- ⑤ 두 소수의 합은 언제나 홀수이다.

해설

⑤ (반례) 3 과 5 는 소수이지만 두 소수의 합인 8 은 짝수이다.

6. 다음 자연수 중 소수가 아닌 것을 모두 고르면? [배점 2, 하중]

- ① 1 ② 2 ③ 5 ④ 7 ⑤ 14

해설

① 1 은 소수도 합성수도 아니다.
⑤ 14 는 합성수이다.

7. 72 의 소인수 전체의 집합은? [배점 2, 하중]

- ① {8, 9} ② {2, 3} ③ {2³, 3²}
- ④ {11, 51} ⑤ {2, 36}

해설

$72 = 2^3 \times 3^2$ 이므로 소인수는 2 와 3 이다.
∴ 2, 3

8. 두 자리 자연수 중에서 3, 4, 5, 6 의 어느 수로 나누어도 나머지가 항상 2 인 가장 작은 수를 7 로 나눌 때의 나머지는? [배점 2, 하중]

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

해설

구하는 수를 x 이라 하면 $x - 2$ 는 3, 4, 5, 6 의 공배수이다. 3, 4, 5, 6 의 최소공배수는 60 이므로 $x - 2 = 60$ 이다. 따라서 $x = 62$ 이다. 62 를 7 로 나누면 나머지는 6 이다.

9. 다음 □ 안에 알맞은 수를 써넣고, 최소공배수를 구하여라.

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 16 \quad 40} \\ \square \overline{) 8 \quad 20} \\ \square \overline{) \square \quad 10} \\ \quad 2 \quad \square \end{array}$$

[배점 2, 하중]

▶ 답:

▷ 정답: 80

해설

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 16 \quad 40} \\ 2 \overline{) 8 \quad 20} \\ 2 \overline{) 4 \quad 10} \\ \quad 2 \quad 5 \end{array}$$

최소공배수 : $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 5 = 80$

10. 최대공약수와 최소공배수가 각각 6, 126 인 조건을 만족시키는 두 자연수로 옳은 것끼리 짝지어진 것을 모두 고르면? (정답 2 개) [배점 3, 하상]

- ① 12, 126 ② 14, 42 ③ 6, 126
 ④ 18, 42 ⑤ 28, 84

해설

두 수를 A, B (단, $A < B$) 라 하면

$$\begin{array}{r} 6 \overline{) A \quad B} \\ \underline{a \quad b} \end{array}$$

최소공배수 $126 = 6 \times 21 = 6 \times a \times b$

$a \times b = 21$ ($a < b$, a, b 는 서로소)

$\therefore (a, b) = (1, 21), (3, 7)$

따라서 $A = 6, B = 126$ 또는 $A = 18, b = 42$

11. 어떤 수로 33 을 나누면 나누어 떨어지고, 25 를 나누면 3이 남고, 51 을 나누면 4 가 모자란다고 한다. 이러한 수 중 가장 큰 수는? [배점 3, 하상]

- ① 3 ② 7 ③ 11 ④ 13 ⑤ 15

해설

어떤 수는 $33, 25 - 3 = 22, 51 + 4 = 55$ 의 공약수이다.

이 중 가장 큰 수는 세 수의 최대공약수이므로 11 이다.

12. 두 수 $A = 2^3 \times 3^2, B = 2^3 \times 3 \times 5$ 에 대하여 A, B 의 공약수의 개수를 구하여라. [배점 3, 하상]

▶ 답:

▷ 정답: 8 개

해설

A, B 의 최대공약수가 $2^3 \times 3$ 이고 공약수는 최대공약수의 약수이므로 개수는

$(3 + 1) \times (1 + 1) = 8$ (개)

13. 다음 세 자연수의 최소공배수가 1155 일 때, a 의 값은?

$$11 \times a, 7 \times a, 5 \times a$$

[배점 3, 하상]

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

해설

$$a) \begin{array}{r} 11 \times a \quad 7 \times a \quad 5 \times a \\ \underline{11 \quad 7 \quad 5} \end{array}$$

$a \times 11 \times 7 \times 5 = 1155$

$\therefore a = 3$

14. 다음 두 자연수의 최소공배수가 96 일 때, 최대공약수를 구하여라.

$$8 \times a, 12 \times a$$

[배점 3, 중하]

▶ 답:

▶ 정답: 16

해설

$$\begin{array}{r} 8 \times a = 2^3 \times a \\ 12 \times a = 2^2 \times 3 \times a \\ \hline \text{최소공배수} : 2^3 \times 3 \times a = 96 \\ \text{최대공약수} : 2^2 \times a \\ a = 96 \div 8 \div 3 = 4 \end{array}$$

따라서 최대공약수는 $2^2 \times a = 16$ 이다.

15. 두 수 48, 56의 약수의 집합을 각각 A, B라고 할 때, 다음 안에 들어갈 알맞은 수를 구하여라.

$$A \cap B = \{x \mid x \text{는 } \square \text{의 약수}\}$$

[배점 3, 중하]

▶ 답:

▶ 정답: 8

해설

$A \cap B$ 는 48과 56의 공약수의 집합이다. 공약수는 최대공약수의 약수이고, 48과 56의 최대공약수를 구하면 $2^3 = 8$ 이다.

따라서 $\square = 8$ 이다.

16. 이진법의 수 $1011_{(2)}$ 을 $\blacktriangleright\blacktriangleright\blacktriangleright$ 으로 나타낼 때, 27을 나타낸 것은? [배점 3, 중하]

- ① $\blacktriangleright\blacktriangleright\blacktriangleright$ ② $\blacktriangleright\blacktriangleright\blacktriangleright\blacktriangleright$ ③ $\blacktriangleright\blacktriangleright\blacktriangleright\blacktriangleright\blacktriangleright$
 ④ $\blacktriangleright\blacktriangleright\blacktriangleright\blacktriangleright\blacktriangleright$ ⑤ $\blacktriangleright\blacktriangleright\blacktriangleright\blacktriangleright\blacktriangleright\blacktriangleright$

해설

27을 이진법으로 나타내면 $11011_{(2)}$ 이다.

$$\begin{array}{r} 2) 27 \\ 2) 13 \dots 1 \\ 2) 6 \dots 1 \\ 2) 3 \dots 0 \\ 2) 1 \dots 1 \\ 0 \dots 1 \end{array}$$

$\blacktriangleright\blacktriangleright\blacktriangleright\blacktriangleright$

17. 다음 중 420의 약수가 아닌 것은? [배점 4, 중중]

- ① 6 ② $2^2 \times 3$
 ③ $2^2 \times 3^2$ ④ 2×7
 ⑤ $2 \times 3 \times 5 \times 7$

해설

$420 = 2^2 \times 3 \times 5 \times 7$ 이므로 ③이 약수가 아니다.

18. $2^2 \times 3 \times 7$ 의 약수가 아닌 것은? [배점 4, 중중]

- ① 2×3 ② $2^2 \times 7$ ③ 3^2
 ④ 3×7 ⑤ $2 \times 3 \times 7$

해설

$(2^2 \times 3 \times 7$ 의 약수)는 $(2^2$ 의 약수) $\times(3$ 의 약수) $\times(7$ 의 약수)이다.

19. 이진법의 수로 나타낼 때, 다섯 자리의 수가 되는 십진법의 수는 모두 몇 개인지 구하여라.

[배점 4, 중중]

▶ 답:

▷ 정답: 16

해설

$10000_{(2)} = 16$, $11111_{(2)} = 31$ 이므로, 16 부터 31까지의 자연수 16개

20. 생일 파티에서 불이 꺼진 촛불은 0, 불이 켜진 촛불은 1로 하여 이진법으로 나타내기로 할 때, 7개의 촛불로 나타낼 수 있는 자연수는 모두 몇 개인가?

[배점 4, 중중]

- ① 63 개 ② 64 개 ③ 126 개
 ④ 127 개 ⑤ 128 개

해설

모든 촛가 켜졌을 때, 즉 나타낼 수 있는 가장 큰 수는 $1111111_{(2)} = 1 \times 2^6 + 1 \times 2^5 + 1 \times 2^4 + 1 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2 + 1 \times 1 = 127$
 \therefore 127개
 즉, 1부터 127까지 나타낼 수 있다.

21. 두 분수 $\frac{75}{n}$, $\frac{90}{n}$ 을 자연수로 만드는 n 의 개수를 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답:

▷ 정답: 4개

해설

$\frac{75}{n}$, $\frac{90}{n}$ 을 자연수로 만드는 자연수 n 은 75와 90의 공약수이다.
 75와 90의 최대공약수가 15이므로 n 은 1, 3, 5, 15이다.

22. 어떤 자연수 A 를 두 분수 $\frac{25}{6}$, $\frac{70}{9}$ 에 각각 곱했더니 그 결과가 모두 자연수가 되었다. 또 어떤 분수 $\frac{A}{B}$ 를 두 분수 $\frac{25}{6}$, $\frac{70}{9}$ 에 각각 곱했더니 그 결과 역시 모두 자연수가 되었다. 가능한 수 중 가장 작은 A , 가장 큰 B 를 구하여 $A+B$ 를 계산하여라. [배점 5, 중상]

- ① 23 ② 25 ③ 27 ④ 33 ⑤ 35

해설

자연수 A 는 두 분수 $\frac{25}{6}$, $\frac{70}{9}$ 의 분모인 6, 9 의 공배수이다. 따라서 이를 만족하는 가장 작은 자연수는 6 과 9 의 최소공배수인 18 이다.

분수 $\frac{A}{B}$ 에서 B 는 두 분수 $\frac{25}{6}$, $\frac{70}{9}$ 의 분자인 25, 70 의 공약수이다. 따라서 이를 만족하는 가장 큰 자연수는 25 와 70 의 최대공약수인 5 이다.

$A = 18, B = 5$ 이므로

$A + B = 23$ 이다.